

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института  
информационных технологий и  
автоматизированных систем  
\_\_\_\_\_ Л.Д. Павлова  
подпись  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Вариационное исчисление

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»  
(направленность (профиль): «Прикладная математика и информатика»)

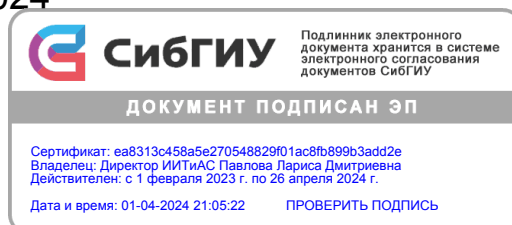
Квалификация выпускника  
Бакалавр

Форма обучения  
Очная форма

Срок обучения: 4 года

Год начала подготовки 2024

Новокузнецк  
2024



## 1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:

- освоение основных понятий вариационного исчисления;
- формирование навыков применения инструментов вариационного исчисления.

Задачами учебной дисциплины являются:

- изучение основных задач вариационного исчисления и методов их решения;
- применение методов вариационного исчисления в решении задач практического содержания.

## 2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Учебная дисциплина базируется на предварительном усвоении обучающимися учебных дисциплин:

- Математика;
- Специальные главы математики.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:

- Методы оптимизации;
- Анализ временных рядов и прогнозирование.

## 3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

### – Профессиональные компетенции

Наименование категории (группы) ПК	Код и наименование ПК	Код и наименование индикатора достижения ПК	Планируемые результаты обучения
	ПК-2: Способен проводить аналитические исследования с применением технологии больших данных в соответствии с требованиями	ПК-2.1 Выбирает методы и инструментальные средства анализа больших данных для проведения аналитических работ	– знать: методы вариационного исчисления для выполнения аналитических расчетов. – уметь: применять инструменты вариационного исчисления при решении прикладных

	заказчика		задач.
		ПК-2.2 Разрабатывает математические модели, выполняет поверку и оценку используемых моделей	– знать: модели вариационного исчисления, используемые в аналитических расчетах. – уметь: применять известные модели вариационного исчисления для решения практических задач.

#### 4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся. Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

#### Объем учебной дисциплины

Семестр / курс		<b>ИТОГО</b>	<b>7 семестр</b>
Форма промежуточной аттестации			экзамен
Трудоёмкость	<i>академ. час.</i>	<b>144</b>	144
	<i>зачетных единиц</i>	<b>4</b>	4
Лекции, <i>академ. час.</i>		<b>16</b>	16
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0
Лабораторные работы, <i>академ. час.</i>		<b>0</b>	0
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0
Практические занятия, <i>академ. час.</i>		<b>32</b>	32
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0
Курсовая работа / проект, <i>академ. час.</i>		<b>0</b>	0
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0
Консультации, <i>академ. час.</i>		<b>0</b>	0
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0
Самостоятельная работа, <i>академ. час.</i>		<b>60</b>	60
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0
Контроль, <i>академ. час.</i>		<b>36</b>	36
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0

#### Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Простейшая задача вариационного исчисления;

Тема 1.1 Функциональные пространства (Пространство непрерывных функций. Расстояние между функциями в пространстве непрерывных функций. Сильная и слабая окрестность функции);

Тема 1.2 Функционал. Вариация функционала (Понятие функционала. Функционалы в линейных и нормированных пространствах. Вариация функционала. Примеры решения задач);

Тема 1.3 Экстремум функционала. Простейшая задача вариационного исчисления (Экстремум функционала. Сильный и слабый экстремумы функционала. Необходимое условие экстремума. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Частные случаи уравнения Эйлера);

Тема 1.4 Достаточные условия экстремума функционала (Поле экстремалей. Условие Якоби. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия слабого и сильного экстремума. Условие Лежандра);

Раздел 2 Обобщение простейшей задачи вариационного исчисления;

Тема 2.1 Функционалы от нескольких функций (Необходимые условия экстремали для функционалов от функций нескольких переменных. Система уравнений Эйлера-Лагранжа. Условия Лежандра и Вейерштрасса);

Тема 2.2 Функционалы от производных высших порядков (Функционалы, зависящие от производных более высокого порядка. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера-Пуассона. Экстремали. Случаи понижения порядка уравнения Эйлера-Пуассона);

Тема 2.3 Функционалы от функции нескольких переменных (Функционалы, зависящие от функций нескольких независимых переменных. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера-Остроградского. Инвариантность уравнения Эйлера-Остроградского);

Тема 2.4 Задача Больца (Формулировка задачи Больца. Необходимые условия экстремума для задачи Больца. Правило решения задачи Больца);

Раздел 3 Вариационные задачи с подвижными границами и задачи на условный экстремум;

Тема 3.1 Простейшая задача с подвижными границами (Условия простейшей задачи с подвижными границами. Необходимые условия экстремума. Условия трансверсальности);

Тема 3.2 Задача с подвижными границами для функционалов с двумя функциями (Необходимые условия экстремума. Условия трансверсальности);

Тема 3.3 Условный экстремум функционала (Вариационные задачи с голономными и неголономными связями. Функция Лагранжа. Необходимые условия экстремума);

Тема 3.4 Изопериметрические задачи (Множители и функция Лагранжа для изопериметрической задачи);

Раздел 4 Прямые методы вариационного исчисления;

Тема 4.1 Метод Эйлера (Конечно-разностный метод Эйлера. Приведение вариационной задачи к системе алгебраических уравнений относительно значений табличной функции);

Тема 4.2 Метод Ритца (Определение коэффициентов разложения приближенного решения через координатные функции);

Тема 4.3 Оценка параметров вероятностных распределений массивов больших данных (Байесовский подход к оценке параметров вероятностных распределений массивов больших данных. Функционал Кульбака-Лейблера).

### 5 Перечень тем лекций

№ раздела / темы дисциплины	Темы лекций	Трудоемкость, <i>академ. час</i>	
		всего	в форме практической подготовки
Раздел 1.	Функциональные пространства. Функционал. Вариация функционала. Экстремум функционала. Достаточные условия экстремума функционала	4	
Раздел 2.	Функционалы от нескольких функций. Функционалы от производных высших порядков. Функционалы от функции нескольких переменных.	4	
Раздел 3.	Простейшая задача с подвижными границами. Задача с подвижными границами для функционалов с двумя функциями. Условный экстремум функционала. Изопериметрические задачи.	4	
Раздел 4.	Метод Эйлера. Метод Ритца. Оценка параметров вероятностных распределений массивов больших данных.	4	
<b>Итого:</b>		<b>16</b>	<b>0</b>

### 6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ раздела / темы дисциплины	Темы практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, <i>академ. час</i>	
		всего	в форме

			<b>практической подготовки</b>
Тема 1.1; Тема 1.2; Тема 1.3; Тема 1.4.	Пространство непрерывных функций. Окрестность функции. Определение расстояния между функциями. Функционал. Вариация функционала. Вычисление вариаций функционалов. Экстремум функционала. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Определение достаточных условий экстремума для простейшей задачи вариационного исчисления.	8	
Тема 2.1; Тема 2.2; Тема 2.3; Тема 2.4.	Задачи на экстремум функционалов, зависящих от нескольких функций. Задачи на экстремум функционалов, зависящих от производных более высокого порядка. Задачи на экстремум функционалов, зависящих от функций нескольких переменных. Вариационные задачи, заданных в параметрической форме. Решение задач Больца.	8	
Тема 3.1; Тема 3.2; Тема 3.3; Тема 3.4.	Простейшая вариационная задача с подвижными границами. Задача с подвижными границами для функционалов с двумя функциями. Экстремали с угловыми точками. Односторонние вариации. Вариационные задачи с голономными и неголономными связями. Изопериметрические вариационные задачи.	8	
Тема 4.1; Тема 4.2; Тема 4.3.	Решение вариационных задач конечно-разностным методом Эйлера. Решение вариационных	8	

	задач методом Ритца. Оценка параметров вероятностных распределений массивов больших данных на основе функционала Кульбака- Лейблера		
<b>Итого:</b>		<b>32</b>	<b>0</b>

### 7 Перечень тем лабораторных работ

№ раздела / темы дисциплины	Темы лабораторных работ	Трудоемкость, <i>академ. час</i>	
		всего	в форме практической подготовки
	<i>Отсутствуют</i>		
<b>Итого:</b>		<b>0</b>	<b>0</b>

### 8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

№ раздела / темы дисциплины	Темы курсовых работ (проектов)	Трудоемкость, <i>академ. час</i>	
		всего	в форме практической подготовки
	<i>Отсутствуют</i>		
<b>Итого:</b>		<b>0</b>	<b>0</b>

### 9 Виды самостоятельной работы

№ раздела / темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость, <i>академ. час</i>	
		всего	в форме практической подготовки
Раздел 1.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	16	
Раздел 2.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	16	
Раздел 3.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	16	

Раздел 4.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	12	
<i>Контроль</i>	<i>Подготовка к экзамену</i>	36	
<b>Итого:</b>		<b>96</b>	<b>0</b>

## 10 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

### а) литература:

1 Болдырев, Ю. Я. Вариационное исчисление и методы оптимизации : учебное пособие. – Москва : Издательство Юрайт, 2019. – 240 с. – ISBN 978-5-534-01707-6. – URL: <https://urait.ru/bcode/438267> (дата обращения: 18.03.2024);

2 Романко, В. К. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов, Л. И. Коваленко; под ред. В. К. Романко. - 6-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 222 с. - ISBN 978-5-00101-799-8. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001017998.html> (дата обращения: 18.03.2024);

3 Тракимус, Ю.В. Основы вариационного исчисления : учебное пособие / Тракимус Ю.В. –Новосибирск : Издательство НГТУ, 2016. – 72 с. – ISBN 978-5-7782-2833-7. – URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778228337.html> (дата обращения: 18.03.2024);

4 Васильева, А. Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов. – Москва : Физматлит, 2005. – 214 с. – ISBN 5-9221-0628-7. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68123> (дата обращения: 18.03.2024);

5 Бренерман, М.Х. Вариационное исчисление : учебное пособие / Бренерман М.Х., Жихарев В.А. –Казань : Издательство КНИТУ, 2017. – 148 с. – ISBN 978-5-7882-2198-4. – URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788221984.html> (дата обращения: 18.03.2024);

6 Толпегин, О. А. Математическое программирование. Вариационное исчисление : учебное пособие для вузов / О. А. Толпегин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 233 с. — ISBN 978-5-534-11755-4. — URL: <https://urait.ru/bcode/538075> (дата обращения: 18.03.2024).

**б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:**



1 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 – ]. – URL: <http://www.studentlibrary.ru>. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

2 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Инженерно-технические науки»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 – ]. – URL: <http://e.lanbook.com>. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

3 НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU : база данных / ООО «НЭБ». – Москва, [200 – ]. – URL: <http://elibrary.ru>. – Режим доступа: по подписке;

4 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 – ]. – URL: <https://urait.ru>. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 – ]. – URL: <https://biblioclub.ru>. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: <http://www.biblioclub.ru>;

6 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 – ]. – URL: <http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp>. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: <https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp>;

7 Электронные периодические издания ИВИС : универсальная база данных / ООО «ИВИС». – Москва, [200 – ]. – URL: <http://eivis.ru>. – Режим доступа: по подписке;

8 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 – ]. – URL: <http://libr.sibsiu.ru>. – URL: <https://libr.sibsiu.ru>.

**в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

- 7-Zip;
- Adobe Acrobat Reader;
- Astra Linux Special Edition;
- Kaspersky Endpoint Security;
- Mathcad;
- Maxima;
- Microsoft Office;
- Microsoft Windows;
- OnlyOffice;
- PyCharm;
- Scilab;
- P7-Офис.

**г) базы данных и информационно-справочные системы:**

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 – ]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 – ]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 – ]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

## **11 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины**

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том числе:

- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным проектором;
- учебную аудиторию для проведения занятий семинарского типа (практических занятий);
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Составитель(и):

доцент Лактионов Сергей Андреевич (кафедра прикладной математики и информатики).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры.

## Приложение

### Аннотация

рабочей программы дисциплины «Вариационное исчисление»

по направлению подготовки (специальности)

**01.03.02 «Прикладная математика и информатика»**  
(направленность (профиль): «Прикладная математика и информатика»)

форма обучения – Очная форма

#### 1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:

- освоение основных понятий вариационного исчисления;
- формирование навыков применения инструментов вариационного исчисления.

Задачами учебной дисциплины являются:

- изучение основных задач вариационного исчисления и методов их решения;
- применение методов вариационного исчисления в решении задач практического содержания.

#### 2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Учебная дисциплина базируется на предварительном усвоении обучающимися учебных дисциплин:

- Математика;
- Специальные главы математики.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:

- Методы оптимизации;
- Анализ временных рядов и прогнозирование.

#### 3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

##### – Профессиональные компетенции

Наименование категории (группы) ПК	Код и наименование ПК	Код и наименование индикатора достижения ПК	Планируемые результаты обучения
------------------------------------	-----------------------	---	---------------------------------

	ПК-2: Способен проводить аналитические исследования с применением технологии больших данных в соответствии с требованиями заказчика	ПК-2.1 Выбирает методы и инструментальные средства анализа больших данных для проведения аналитических работ	– знать: методы вариационного исчисления для выполнения аналитических расчетов. – уметь: применять инструменты вариационного исчисления при решении прикладных задач.
		ПК-2.2 Разрабатывает математические модели, выполняет поверку и оценку используемых моделей	– знать: модели вариационного исчисления, используемые в аналитических расчетах. – уметь: применять известные модели вариационного исчисления для решения практических задач.

#### 4 Объем учебной дисциплины

Семестр / курс		<b>ИТОГО</b>	<b>7 семестр</b>
Форма промежуточной аттестации			<b>экзамен</b>
Трудоёмкость	<i>академ. час.</i>	<b>144</b>	144
	<i>зачетных единиц</i>	<b>4</b>	4
Лекции, <i>академ. час.</i>		<b>16</b>	16
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0
Лабораторные работы, <i>академ. час.</i>		<b>0</b>	0
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0
Практические занятия, <i>академ. час.</i>		<b>32</b>	32
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0
Курсовая работа / проект, <i>академ. час.</i>		<b>0</b>	0
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0
Консультации, <i>академ. час.</i>		<b>0</b>	0
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0
Самостоятельная работа, <i>академ. час.</i>		<b>60</b>	60
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0
Контроль, <i>академ. час.</i>		<b>36</b>	36
в форме практической подготовки		<b>0</b>	0

#### 5 Краткое содержание учебной дисциплины

В структуре учебной дисциплины выделяются следующие основные разделы (темы):

Раздел 1 Простейшая задача вариационного исчисления;

Тема 1.1 Функциональные пространства (Пространство непрерывных функций. Расстояние между функциями в пространстве непрерывных функций. Сильная и слабая окрестность функции);

Тема 1.2 Функционал. Вариация функционала (Понятие функционала. Функционалы в линейных и нормированных пространствах. Вариация функционала. Примеры решения задач);

Тема 1.3 Экстремум функционала. Простейшая задача вариационного исчисления (Экстремум функционала. Сильный и слабый экстремумы функционала. Необходимое условие экстремума. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Частные случаи уравнения Эйлера);

Тема 1.4 Достаточные условия экстремума функционала (Поле экстремалей. Условие Якоби. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия слабого и сильного экстремума. Условие Лежандра);

Раздел 2 Обобщение простейшей задачи вариационного исчисления;

Тема 2.1 Функционалы от нескольких функций (Необходимые условия экстремали для функционалов от функций нескольких переменных. Система уравнений Эйлера-Лагранжа. Условия Лежандра и Вейерштрасса);

Тема 2.2 Функционалы от производных высших порядков (Функционалы, зависящие от производных более высокого порядка. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера-Пуассона. Экстремали. Случаи понижения порядка уравнения Эйлера-Пуассона);

Тема 2.3 Функционалы от функции нескольких переменных (Функционалы, зависящие от функций нескольких независимых переменных. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера-Остроградского. Инвариантность уравнения Эйлера-Остроградского);

Тема 2.4 Задача Больца (Формулировка задачи Больца. Необходимые условия экстремума для задачи Больца. Правило решения задачи Больца);

Раздел 3 Вариационные задачи с подвижными границами и задачи на условный экстремум;

Тема 3.1 Простейшая задача с подвижными границами (Условия простейшей задачи с подвижными границами. Необходимые условия экстремума. Условия трансверсальности);

Тема 3.2 Задача с подвижными границами для функционалов с двумя функциями (Необходимые условия экстремума. Условия трансверсальности);

Тема 3.3 Условный экстремум функционала (Вариационные задачи с голономными и неголономными связями. Функция Лагранжа. Необходимые условия экстремума);

Тема 3.4 Изопериметрические задачи (Множители и функция Лагранжа для изопериметрической задачи);

Раздел 4 Прямые методы вариационного исчисления;

Тема 4.1 Метод Эйлера (Конечно-разностный метод Эйлера. Приведение вариационной задачи к системе алгебраических уравнений относительно значений табличной функции);

Тема 4.2 Метод Рунге (Определение коэффициентов разложения приближенного решения через координатные функции);

Тема 4.3 Оценка параметров вероятностных распределений массивов больших данных (Байесовский подход к оценке параметров вероятностных распределений массивов больших данных. Функционал Кульбака-Лейблера).

#### **6 Составитель(и):**

доцент Лактионов Сергей Андреевич (кафедра прикладной математики и информатики).