Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор института
информационных технологий и
автоматизированных систем
_____ А.В. Зимин
подпись
«____» _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математическое моделирование

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
(направленность (профиль): «Математическое моделирование и интеллектуальный анализ данных»)

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная форма

Срок обучения: 4 года

Год начала подготовки 2026

Новокузнецк
2026

СибГИУ
Подлинник электронного документа хранится в системе электронного согласования документов СибГИУ
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭП
Сертификат: e95695aa2c5fd4a2ad858d663abfeefbdf88f7d3
Владелец: Директор ИИТиАС Зимин Алексей Валерьевич
Действителен: с 2 апреля 2026 г. по 26 июня 2027 г.
Дата и время: 15-06-2026 12:09:55 ПРОВЕРИТЬ ПОДПИСЬ

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:

– формирование у обучающихся понимания теории и методов математического моделирования, навыков разработки компьютерных моделей и проведения с ними экспериментов, позволяющих решать задачи оценки и оптимизации параметров систем различной сложности;

– повышение качества овладения обучающимися математического аппарата, необходимого для решения прикладных математических задач профессиональной деятельности.

Задачами учебной дисциплины являются:

– формирование у обучающихся математических знаний, умений и навыков, необходимых для формирования общепрофессиональных компетенций;

– развитие логического и алгоритмического мышления обучающихся;

– выработка умения самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам обязательной части **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Учебная дисциплина базируется на предварительном усвоении обучающимися учебных дисциплин:

– Информатика;

– Математика;

– Специальные главы математики.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:

– Прикладная статистика;

– Теория прогнозирования;

– Методы оптимизации;

– Обработка и анализ данных.

3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– Общепрофессиональные компетенции

Наименование категории (группы) ОПК	Код и наименование ОПК	Код и наименование индикатора достижения ОПК	Планируемые результаты обучения
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Применяет классические математические модели для решения прикладных задач	– знать: типовые математические схемы описания систем и обобщенные алгоритмы математического моделирования. – уметь: на практике применять средства для проведения математического моделирования.
		ОПК-3.2 Модифицирует математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	– знать: основные этапы в технологии построения математических моделей, их классификацию и основные типы. – уметь: осуществлять моделирование процессов технических систем.
		ОПК-3.3 Решает задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, с применением математических моделей	– знать: основные математические методы, используемые при исследовании математических моделей. – уметь: применять методы и средства для экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (семинары, практические занятия,

практикумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся. Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

Объем учебной дисциплины

Семестр / курс		***ИТОГО***	***5 семестр***	***6 семестр***
Форма промежуточной аттестации			*зачет*	*экзамен*
Трудоёмкость	*академ. час.*	***288***	*108*	*180*
	зачетных единиц	***8***	*3*	*5*
Лекции, *академ. час.*		***48***	*16*	*32*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Лабораторные работы, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Практические занятия, *академ. час.*		***64***	*16*	*48*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Курсовая работа / проект, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Консультации, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Самостоятельная работа, *академ. час.*		***131***	*67*	*64*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Контроль, *академ. час.*		***45***	*9*	*36*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*

Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Математические модели механики точки;

Тема 1.1 Второй закон Ньютона (Дифференциальное уравнение. Законы сохранения в динамике материальной точки. Уравнение математического маятника. Фазовая плоскость маятника. Сепаратриса. Точное решение уравнения маятника с использованием специальных функций. Эллиптические интегралы и эллиптические функции Якоби.);

Тема 1.2 Элементы вариационного исчисления (Уравнение Эйлера. Уравнения Лагранжа и Гамильтона. Двойной математический маятник);

Тема 1.3 Метод возмущений (Интеграл движения (действие). Период математического маятника. Движение вблизи сепаратрисы.);

Тема 1.4 Нелинейный резонанс (Внешний и внутренний резонансы. Параметрический резонанс. Универсальное описание

нелинейного резонанса. Взаимодействие резонансов и стохастическая неустойчивость. Динамический хаос.);

Раздел 2 Математические модели механики сплошной среды;

Тема 2.1 Кинематика сплошной среды (Скалярные, векторные и тензорные поля. Система многих частиц как континуум. Деформация бесконечно малой частицы. Тензоры деформаций и малых деформаций.. Физический смысл диагональных компонент тензора деформаций. Тензоры скоростей деформаций и угловой скорости сплошной среды. Связь тензора угловой скорости с вектором угловой скорости.);

Тема 2.2 Основные уравнения динамики сплошной среды (Уравнение неразрывности. Явления переноса. Условие несжимаемого движения. Второй закон Ньютона для сплошной среды. Приведение тензора напряжений к диагональному виду. Главные напряжения и главные площадки. Эллипсоид напряжений. Закон сохранения энергии для сплошной среды. Плотность кинетической энергии и плотность потока энергии.);

Тема 2.3 Простейшие модели сплошных сред. (Уравнения движения идеальной жидкости – уравнения Эйлера. Замкнутая система уравнений гидродинамики. Модель линейной вязкой жидкости. Тензор касательных напряжений. Коэффициенты вязкости. Уравнения движения вязкой жидкости в случае постоянных коэффициентов вязкости – уравнения Навье-Стокса. Турбулентность. Понятие о линейной теории упругости. Обобщенный закон Гука. Модули упругости и их свойства симметрии. Зависимость числа независимых модулей упругости от свойств симметрии деформируемого тела. Звуковые волны. Поперечные и продольные волны и скорость их распространения.);

Тема 2.4 Волновые процессы в сплошной среде (Упругие волны. Звуковые волны. Скорости распространения поперечных и продольных упругих волн. Волновые процессы в идеальной жидкости. Ударные волны. Сверхзвуковые течения. Электромагнитные волны и гипотетическая сплошная среда – эфир. Крах гипотезы эфира.);

Раздел 3 Математические модели термодинамики;

Тема 3.1 Основные понятия термодинамики (Переменные внешнего и внутреннего состояний. Первый закон термодинамики. Второй закон термодинамики . Движущая сила. Комбинация первого и второго законов термодинамики. Характерные функции состояния. Энтропия. Основные термодинамическими величинами Соотношения Максвелла.);

Тема 3.2 Системы с переменным составом (Химический потенциал. Молярные и интегральные величины. Свободная энергия. Оценка движущей силы. Движущая сила для молекулярных реакций. Эффективная движущая сила. Практическое использование многокомпонентных систем. Соотношения для частных величин.

Альтернативные переменные для композиции. Правило рычага. Различные наборы компонентов. Химические потенциалы в фазе с подрешетками .);

Тема 3.3 Термодинамика процессов (Стабильность. Применение диаграмм молярной энергии Гиббса. Фазовые равновесия и потенциальные фазовые диаграммы. Диаграммы молярного состояния. Проекционные и смешанные фазовые диаграммы.);

Тема 3.4 Границ раздела фаз (Преобразования без разделения Отклонение от локального равновесия. Резкие и постепенные фазовые превращения. Превращения в замкнутых системах. Предел устойчивости и критические явления. Превращения и переходы. Поверхностная энергия и поверхностное напряжение);

Тема 3.5 Фазовое равновесие на изогнутых поверхностях раздела (Фазовое равновесие на границе раздела фаз. Стабильность размеров сферических включений. Образование зародышей. Кинетика процессов переноса. Коэффициенты диффузии. Изменение локального объема .);

Тема 3.6 Методы моделирования фазовых переходов (Представление энергии Гиббса . Математическое моделирование фаз раствора. Идеальный раствор. Аппроксимация разбавленных растворов. Фазы взаимного растворения. Методы фазового поля.);

Раздел 4 Вычислительные методы;

Тема 4.1 Разностные схемы для уравнений параболического типа (Уравнение теплопроводности с постоянными коэффициентами. Двухслойная схема с весом. Порядок аппроксимации при различных значениях весового параметра. Устойчивость двухслойных схем по начальным данным и по правой части. Принцип максимума. Спектральный признак устойчивости разностных схем. Экономичные разностные схемы. Схема приближенной факторизации .);

Тема 4.2 Численные методы решения задач для уравнений эллиптического типа (Конечно-разностные схемы на равномерной сетке для уравнения Пуассона. Аппроксимация. Принцип максимума. Устойчивость. Сходимость. Итерационные методы решения систем разностных уравнений. Понятие о методе установления для решения стационарных задач..
Метод конечных элементов. Определение конечного элемента. Построение сеточных уравнений.);

Тема 4.3 Разностные схемы для уравнений гиперболического типа (Определения гиперболической системы уравнений и ее характеристик. Задача Коши и начально-краевая задача для гиперболической системы уравнений. Инварианты Римана. Начально-краевая задача для волнового уравнения. Явная противопоточная схема, схема Лакса и схема Лакса – Вендроффа для уравнения переноса. Схема "крест" и трехслойная неявная схема с весами для волнового уравнения. Аппроксимационная вязкость, численная

диссипация и численная дисперсия разностной схемы. Разностные схемы, сохраняющие монотонность. Необходимое и достаточное условие сохранения монотонности. Нелинейное уравнение переноса. Механизм возникновения разрывов. Расчет разрывных решений. Консервативная разностная схема. Схема С.К. Годунова. TVD-схемы).

5 Перечень тем лекций

№ раздела / темы дисциплины	Темы лекций	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	Математические модели механики точки. Уравнения движения материальной точки, методы их решения, а также явления резонанса и хаоса в нелинейных динамических системах.	12	
Раздел 2.	Математические модели механики сплошной среды. Основные законы и уравнения, описывающие движение, деформации и волновые процессы в жидкостях, газах и твердых телах.	12	
Раздел 3.	Математические модели термодинамики. Основные понятия, законы и методы термодинамики, описывается поведение однородных и многокомпонентных систем, а также процессы фазовых переходов.	12	
Раздел 4.	Вычислительные методы. Численные и разностные методы решения дифференциальных уравнений, используемых в механике, физике и математическом моделировании.	12	
Итого:		**48**	**0**

6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ раздела / темы дисциплины	Темы практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	**в форме**

			практической подготовки
Тема 1.1.	Моделирование движения материальной точки на основе второго закона Ньютона	4	
Тема 1.2.	Применение уравнений Эйлера, Лагранжа и Гамильтона в задачах механики	4	
Тема 1.3.	Метод возмущений в исследовании движения математического маятника	4	
Тема 1.4.	Анализ нелинейного резонанса и динамического хаоса в механических системах	4	
Тема 2.1.	Кинематическое описание движения и деформации сплошной среды	4	
Тема 2.2.	Применение основных уравнений динамики сплошной среды	4	
Тема 2.3.	Моделирование движения идеальной, вязкой и упругой сплошной среды	4	
Тема 2.4.	Исследование волновых процессов в сплошных средах	4	
Тема 3.1.	Применение законов термодинамики и функций состояния	4	
Тема 3.2.	Моделирование термодинамических систем с переменным составом	4	
Тема 3.3.	Анализ фазовых равновесий и термодинамических диаграмм	4	
Тема 3.4.	Исследование фазовых превращений и границ раздела фаз	4	
Тема 3.5.	Моделирование фазового равновесия на изогнутых поверхностях раздела	4	
Тема 3.6.	Методы моделирования фазовых переходов и фаз растворов	4	
Тема 4.1.	Построение и анализ разностных схем для уравнений	4	

	параболического типа		
Тема 4.2.	Численное решение эллиптических уравнений методом конечных разностей и конечных элементов	2	
Тема 4.3.	Разностные схемы для гиперболических уравнений и расчет разрывных решений	2	
Итого:		**64**	**0**

7 Перечень тем лабораторных работ

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лабораторных работ**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы курсовых работ (проектов)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

9 Виды самостоятельной работы

№ раздела / темы дисциплины	**Виды самостоятельной работы**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	33	
Раздел 2.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	33	
Раздел 3.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию;	33	

	3. Прохождение тестирования.		
Раздел 4.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	32	
Контроль	*Подготовка к экзамену*	36	
Контроль	*Подготовка к зачёту*	9	
Итого:		**176**	**0**

10 Матрица компетентностных задач по учебной дисциплине

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Контролируемые компетенции	Оценочные средства
Раздел 1.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 2.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 3.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 4.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Зачет.	ОПК-3	1. Вопросы к зачету
Экзамен.	ОПК-3	1. Вопросы к экзамену

11 Входной контроль

11.1 Цель входного контроля − определить начальный уровень подготовленности обучающихся и выстроить индивидуальную траекторию обучения. В условиях личностно-ориентированной образовательной среды результаты входного оценивания обучающегося используются как начальные значения в индивидуальном профиле академической успешности обучающегося.

11.2 Описание оценочных средств

Форма проведения входного контроля – тестирование.

Длительность тестирования – 20 минут.

Тестирование проводится в течение первых двух недель изучения учебной дисциплины в СУО СибГИУ.

Для проведения тестирования используются тестовые задания для входного контроля (для ответа на 1 вопрос, как правило, выделяется 1 минута).

Шкала оценивания результатов тестирования

За каждый правильный ответ выставляется 1 балл. Оценка выставляется в зависимости от процента правильных ответов:

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка
86 до 100	«отлично»
от 67до 85	«хорошо»
от 50 до 66	«удовлетворительно»
менее 50	«неудовлетворительно»

Основываясь на результатах тестирования, формируется индивидуальная траектория обучающегося (группы обучающихся), исходя из следующих соображений:

– 86 – 100 % – обучающийся готов к изучению учебной дисциплины без дополнительного повторения изученного ранее материала;

– 50 – 67 % – обучающийся в целом готов к изучению учебной дисциплины, требуется повторение отдельных вопросов(тем) изученного ранее материала, необходимого для успешного освоения учебной дисциплины;

– 49% и менее – обучающийся имеет слабую подготовку к изучению учебной дисциплины, необходимы корректирующие занятия и консультации.

Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся приведены в приложении.

12 Текущий контроль

12.1 Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) обучающихся. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины и позволяет оценить степень освоения изученного материала.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной

инициативе педагогического работника, в том числе посредством использования СУО СибГИУ.

Формы проведения текущего контроля – вопросы для устного обсуждения (опроса); наблюдение за работой на практическом занятии; тестовые задания.

12.2 Описание оценочных средств

Шкалы оценивания (методики оценки)

12.2.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов обучающихся

С целью контроля и подготовки обучающихся к изучению новой темы в начале занятия лекционного типа (лекции) педагогическим работником проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущего раздела (темы).

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается умение грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);

– использование дополнительного материала (обязательное условие);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:

– полно и аргументировано отвечает по содержанию задания;

– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе самостоятельно составленные;

– излагает материал последовательно и правильно.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

– излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

– не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

– излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «неудовлетворительно» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала.

12.2.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования обучающихся

Тестирование проводится по изученным разделам (темам) учебной дисциплины для выявления уровня знаний и умений обучающегося, мотивирования обучающегося к активизации самостоятельной работы по усвоению учебного материала, выявления и устранения пробелов в знаниях, повышения дисциплины и организации учебной деятельности обучающегося.

Тестирование проводится в СУО СибГИУ в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся. Для тестирования используются вопросы из базы типовых тестовых заданий по изученным разделам (темам) учебной дисциплины. Обучающийся выбирает один ответ из предложенных вариантов ответа. В случае выбора неправильного ответа обучающийся получает за данный вопрос 0 баллов; в случае правильного ответа – 1 балл.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Максимальный балл	Проходной балл	Оценка
100%	не менее 50%	зачтено
менее 50%		не зачтено

12.2.3 Рекомендации по оцениванию в процессе наблюдения за работой на практическом занятии

Наблюдение за работой на практическом занятии – важнейший компонент контроля деятельности обучающихся и качества их обучения.

Критерии оценки в процессе наблюдения за работой на практическом занятии:

– самостоятельность выполнения задания и работы с методическими указаниями (учитывается работа в течение занятия, быстрота и способность нахождения в методических указаниях нужной информации);

– правильность выполнения работы (учитывается последовательность выполняемых действий, умение работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения работы с учетом индивидуальных особенностей обучающихся);

– активность обучающегося при выполнении практической работы (учитывается индивидуальная работа и работа в группе).

Критерии оценки по результатам наблюдения за работой на практическом занятии

Наименование параметра оценки	Максимальное количество баллов
Самостоятельно выполняет задания; умеет работать с методическими указаниями.	2,5
Указанные в методических указаниях действия выполняет в правильной последовательности; умеет работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники.	1,25
Рационально использует время, отведенное на задание; проявляет активность при выполнении практической работы.	1,25
Итого	**5**

Максимальное количество – 5 баллов соответствует оценке «отлично», 4 балла – «хорошо», 3 балла – «удовлетворительно», 2 балла – «неудовлетворительно».

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины приведены в приложении.

13 Промежуточная аттестация

13.1 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по учебной дисциплине предназначены для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения учебной дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяют определить качество усвоения изученного материала.

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по учебной дисциплине является: зачет; экзамен.

Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся включают: вопросы к зачету; вопросы к экзамену.

13.2 Оценивание обучающегося на зачете

Оценка	Требования к знаниям
зачтено	Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если он твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения, а также имеет достаточно полное представление о значимости знаний по учебной дисциплине.
не зачтено	Оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «не зачтено» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

13.3 Оценивание обучающегося на экзамене

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не

Оценка	Требования к знаниям
	могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

Задания и вопросы для промежуточной аттестации обучающихся приведены в приложении.

14 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

а) литература:

1 Мамонова, В. Г. Моделирование бизнес-процессов : учебное пособие / В. Г. Мамонова, Н. Д. Ганелина, Н. В. Мамонова ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : НГТУ, 2012. – 43 с. – ISBN 978-5-7782-2016-4. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=228975 (дата обращения: 31.05.2026);

2 Алексеев, В. Е. Графы и алгоритмы : структуры данных. Модели вычислений / В. Е. Алексеев, В. А. Таланов. – 2-е изд., испр. – Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. – 154 с. : ил. — ISBN 5-9556-0066-3. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428827 (дата обращения: 31.05.2026);

3 Шагрова, Г. В. Методы исследования и моделирования информационных процессов и технологий : учебное пособие / Г. В. Шагрова, И. Н. Топчиев ; Северо-Кавказский федеральный университет. – Ставрополь : СКФУ, 2016. – 180 с. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458289 (дата обращения: 31.05.2026);

4 Аверченков, В. И. Основы математического моделирования технических систем : учебное пособие / В. И. Аверченков, В. П. Федоров, М. Л. Хейфец. – 3-е изд., стер. – Москва : Флинта, 2016. – 271 с. – ISBN 978-5-9765-1278-8. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=93344 (дата обращения: 31.05.2026);

5 Бродский, Ю. И. Лекции по математическому и имитационному моделированию / Ю. И. Бродский. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 240 с. – ISBN 978-5-4475-3697-8. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=429702 (дата обращения: 31.05.2026);

6 Рейзлин, В. И. Математическое моделирование : учебное пособие для вузов / В. И. Рейзлин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 126 с. — ISBN 978-5-534-08475-7. – URL: https://urait.ru/bcode/537305 (дата обращения: 31.05.2026).

б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 –]. – URL: http://libr.sibsiu.ru. – URL: https://libr.sibsiu.ru;

2 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 –]. – URL: http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp;

3 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 –]. – URL: http://www.studentlibrary.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

4 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Единая профессиональная база знаний для технических вузов - Издательство Лань" ЭБС»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 –]. – URL: http://e.lanbook.com. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 –]. – URL: https://urait.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

6 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 –]. – URL: https://biblioclub.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: http://www.biblioclub.ru;

7 Электронная библиотека УМЦ ЖДТ : [коллекция «Эксплуатация железных дорог»] / ФГБУ ДПО «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте». – Москва, [2013 –]. – URL: https://umczdt.ru/books/. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

8 НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU : база данных / ООО «НЭБ». – Москва, [200 –]. – URL: http://elibrary.ru. – Режим доступа: по подписке;

9 Электронные периодические издания ИВИС : универсальная база данных / ООО «ИВИС». – Москва, [200 –]. – URL: http://eivis.ru. – Режим доступа: по подписке.

в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– 7-Zip;
– Adobe Acrobat Reader;
– Astra Linux Special Edition;
– Kaspersky Endpoint Security;
– Microsoft Office;
– Microsoft Windows;
– OnlyOffice;
– WinRAR;

– Р7-Офис.

г) базы данных и информационно-справочные системы:

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

15 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том числе:

- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным проектором;
- учебную аудиторию для проведения занятий семинарского типа (практических занятий);
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Составитель(и):

доцент Сарычев Владимир Дмитриевич (кафедра прикладной математики и информатики);

- Ефременко Софья Вячеславовна (кафедра прикладной математики и информатики).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры.

Согласована:
Заведующий научно-исследовательской
лабораторией математического

моделирования НИФ КемГУ, д.т.н.,
проф. В.О. Каледин

Приложение

Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся

Выберите один правильный ответ.

1. Какой класс уравнений описывает диффузию (теплопроводность)?

а) Уравнения гиперболического типа

б) Уравнения параболического типа

в) Уравнения эллиптического типа

2. Какая вычислительная схема относится к экономичным для параболических уравнений?

а) Явная схема Эйлера

б) Схема приближенной факторизации

в) Схема Гаусса

3. Что такое «энергия Гиббса» в термодинамике?

а) Кинетическая энергия движения молекул

б) Термодинамический потенциал для анализа фазового равновесия

в) Энергия электрического поля

4. Какой метод относится к численным методам эллиптических уравнений (Пуассона)?

а) Метод конечных элементов (МКЭ)

б) Метод Эйлера

в) Метод Рунге–Кутты

5. Что такое «аппроксимационная вязкость» в гиперболических уравнениях?

а) Физическая вязкость жидкости

б) Численный эффект, сглаживающий разрывы в решениях

в) Погрешность дискретизации

6. Какая схема используется для уравнения переноса и сохраняет монотонность?

а) Схема Эйлера

б) Схема С.К. Годунова

в) Схема Эйнштейна

7. Что такое «TVD-схемы»?

а) Схемы с переменным шагом по времени

б) Схемы, сохраняющие монотонность (Total Variation Diminishing)

в) Схемы для трехмерного моделирования

8. Какой метод используется для решения стационарных эллиптических задач?

а) Метод установления

б) Метод Эйлера

в) Метод Рунге–Кутты

9. Какой метод моделирования фазовых переходов основан на энергии Гиббса?

а) Метод конечных разностей

б) Метод фазового поля

в) Метод Монте-Карло

10. Какая разностная схема для волнового уравнения имеет порядок аппроксимации $O(h^2)$?

а) Явная противопоточная схема

б) Схема «крест»

в) Схема Лакса–Вендроффа для переноса

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины

Раздел 1. Математические модели механики точки.

1 Устный опрос на лекции

Перечень вопросов для устного опроса:

1. Что описывает второй закон Ньютона в динамике материальной точки?

2. Какие законы сохранения существуют в механике материальной точки?

3. Что такое фазовая плоскость и сепаратриса для математического маятника?

4. Почему для точного решения уравнения математического маятника используются эллиптические функции?

5. В чем суть вариационного исчисления и что определяет уравнение Эйлера?

6. Что представляют собой уравнения Лагранжа и Гамильтона?

7. Каковы особенности движения двойного математического маятника?

8. Что такое метод возмущений и как он применяется для нахождения периода маятника?

9. Объясните, что такое параметрический резонанс.

10. Что такое динамический хаос и какова его связь с нелинейным резонансом?

Раздел 2. Математические модели механики сплошной среды.

1 Устный опрос на лекции

Перечень вопросов для устного опроса:

1. Как интерпретировать систему многих частиц как континуум в кинематике сплошной среды?

2. Что физически означают диагональные компоненты тензора деформаций (малых деформаций)?

3. Как связать тензор угловой скорости сплошной среды с вектором угловой скорости?

4. Что описывает уравнение неразрывности (связи массы) и каковы явления переноса?

5. Какова физическая интерпретация главных напряжений и главных площадок? Что такое эллипсоид напряжений?

6. Как выглядит закон сохранения энергии для сплошной среды? Что такое плотность потока энергии?

7. Чем отличаются уравнения Эйлера (идеальная жидкость) от уравнений Навье-Стокса (вязкая жидкость)?

8. Что такое обобщенный закон Гука и как зависит число независимых модулей упругости от симметрии тела?

9. Каковы скорости распространения продольных и поперечных упругих волн (звуковых волн)?

10. Почему гипотеза эфира была отвергнута, и как это связано с электромагнитными волнами и ударными волнами?

Раздел 3. Математические модели термодинамики.

1 Устный опрос на лекции

Перечень вопросов для устного опроса:

1. Каковы физические смыслы первого и второго законов термодинамики и что такое «движущая сила» процесса?

2. Что такое характерные функции состояния (энтальпия, свободная энергия Гиббса/Гельмгольца) и как они связаны с энтропией?

3. Каковы соотношения Максвелла и как они используются для связи термодинамических величин?

4. Что такое химический потенциал и как он определяет равновесие в системах с переменным составом?

5. Как оценивается движущая сила для молекулярных реакций и многокомпонентных систем?

6. Как применяются диаграммы молярной энергии Гиббса для анализа фазовых равновесий и стабильности?

7. Что такое критические явления и предел устойчивости в фазовых переходах?

8. Какова роль поверхностной энергии и поверхностного напряжения на границах раздела фаз?

9. Как происходит образование зародышей и зависит ли стабильность сферических включений от их размера?

10. Как моделируются фазовые переходы с использованием энергии Гиббса и методов фазового поля?

Раздел 4. Вычислительные методы.

1 Устный опрос на лекции

Перечень вопросов для устного опроса:

1. Как устроена двухслойная разностная схема с весом для уравнения теплопроводности, и как весовой параметр влияет на порядок аппроксимации?

2. Как проверить устойчивость разностной схемы для параболического уравнения по начальным данным и по правой части?

3. Что такое принцип максимума для уравнений параболического и эллиптического типов, и как он используется для анализа схем?

4. Как построить конечно-разностную схему для уравнения Пуассона на равномерной сетке, и каковы критерии устойчивости и сходимости?

5. Что такое метод конечных элементов (МКЭ), и как определяется конечный элемент при построении сеточных уравнений?

6. Какие задачи Коши и начально-краевые задачи ставятся для гиперболических систем, и что такое инварианты Римана?

7. Как работают схемы Лакса и Лакса–Вендроффа для уравнения переноса, и чем они отличаются от явной противопоточной схемы?

8. Что такое аппроксимационная вязкость, численная диссипация и дисперсия разностных схем, и как они влияют на решение?

9. Какое условие является необходимым и достаточным для сохранения монотонности разностной схемы?

10. Как рассчитать разрывные решения для нелинейного уравнения переноса, и в чем суть консервативных схем (например, схемы Годунова и TVD-схем)?

3 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО
СибГИУ.

Раздел 1. Математические модели механики точки.

Перечень вопросов для тестирования:

1. Как называется кривая на фазовой плоскости математического маятника, разделяющая области колебательного и вращательного движения?

а) Аттрактор
б) Сепаратриса
в) Лимитцикл
г) Фокус

2. Для точного решения уравнения математического маятника в общем виде (для любых амплитуд) используются:

а) Тригонометрические функции (синус, косинус)
б) Эллиптические интегралы и функции Якоби
в) Специальные функции Бесселя
г) Экспоненциальные функции

3. Какое уравнение определяет экстремум функционала (действия) в вариационном исчислении?
а) Уравнение Лагранжа
б) Уравнение Эйлера
в) Уравнение Гамильтона
г) Уравнение Ньютона

4. Какие уравнения описывают движение двойного математического маятника?
а) Уравнения второго закона Ньютона в декартовых координатах
б) Уравнения Лагранжа или Гамильтона в обобщенных координатах
в) Уравнения Эйлера для жидкости
г) Уравнения теплопроводности

5. Что такое интеграл движения (действие) в механике?
а) Функция, постоянная вдоль траектории движения (первый интеграл уравнений движения)
б) Полная энергия системы
в) Импульс системы
г) Работа силы

6. Как определяется период математического маятника в методе возмущений?
а) Прямым интегрированием уравнения движения
б) Разложением в ряд по малому параметру (амплитуде)
в) Решением характеристического уравнения
г) Использованием эллиптических функций Якоби

7. Что такое параметрический резонанс?
а) Резонанс при совпадении частот внешней силы и собственной частоты системы
б) Резонанс, возникающий при периодическом изменении параметров системы (например, длины нити)
в) Резонанс, вызванный нелинейными силами
г) Резонанс, приводящий к затуханию колебаний

8. Какое явление описывает динамический хаос в нелинейных системах?
а) Устойчивое периодическое движение

б) Апериодическое детерминированное движение, чувствительное к начальным условиям

в) Плавное затухание колебаний

г) Случайное стохастическое движение

9. Что описывает дифференциальное уравнение второго закона Ньютона для материальной точки?

а) Изменение импульса во времени равно приложенной силе

б) Сумма кинетической и потенциальной энергий постоянна

в) Уравнение равновесия сил

г) Уравнение неразрывности потока

10. Что такое «внутренний резонанс» в нелинейных системах?

а) Резонанс, вызванный внешней периодической силой

б) Резонанс, возникающий при взаимодействии собственных частот самой системы

в) Резонанс, вызванный изменением параметров системы

г) Резонанс, приводящий к стохастической неустойчивости

Раздел 2. Математические модели механики сплошной среды.

Перечень вопросов для тестирования:

1. Какова физическая интерпретация диагональных компонент тензора деформаций (малых деформаций)?

а) Угловые деформации

б) Относительные удлинения (растяжения/сжатия) вдоль осей координат

в) Сдвиговые деформации

г) Объемные деформации

2. Как связать тензор угловой скорости сплошной среды с вектором угловой скорости?

а) Тензор угловой скорости симметричен и равен вектору угловой скорости

б) Тензор угловой скорости антисимметричен, а его компоненты связаны с компонентами вектора угловой скорости

в) Тензор угловой скорости равен нулю для идеальной жидкости

г) Тензор угловой скорости определяется через тензор деформаций

3. Что описывает уравнение неразрывности (связи массы) в сплошной среде?

а) Сохранение импульса

б) Сохранение массы при переносе и изменении объема

в) Сохранение энергии

г) Сохранение момента импульса

4. Какова физическая интерпретация главных напряжений и главных площадок?

а) Напряжения и площадки, на которых отсутствуют касательные напряжения

б) Напряжения и площадки с максимальными значениями

в) Напряжения и площадки, на которых действует только внешняя сила

г) Напряжения и площадки, на которых происходит разрушение

5. Что такое эллипсоид напряжений?

а) Геометрическое представление тензора напряжений в виде эллипсоида

б) График зависимости напряжения от деформации

в) Поверхность раздела фаз

г) Траектория движения частицы

6. Чем отличаются уравнения Эйлера от уравнений Навье-Стокса?

а) Уравнения Эйлера описывают вязкую жидкость, Навье-Стокса — идеальную

б) Уравнения Эйлера описывают идеальную (невязкую) жидкость, Навье-Стокса — вязкую

в) Уравнения Эйлера — стационарные, Навье-Стокса — нестационарные

г) Уравнения Эйлера — линейные, Навье-Стокса — нелинейные

7. Какова скорость распространения продольных упругих волн (звуковых волн) в среде?

а) Зависит от модуля объемного сжатия и плотности среды

б) Зависит от модуля сдвига и плотности среды

в) Зависит от модуля Юнга и плотности среды

г) Зависит от модулей Ламе и плотности среды

8. Какое условие выполняется для несжимаемого движения сплошной среды?

а) Плотность постоянна во времени

б) Дивергенция вектора скорости равна нулю

в) Скорость постоянна

г) Ускорение равно нулю

9. Почему гипотеза эфира была отвергнута?

а) Из-за экспериментов Майкельсона–Морли, не подтвердивших наличие эфира

б) Из-за открытия закона всемирного тяготения

в) Из-за теории относительности Эйнштейна

г) Из-за открытия электромагнитных волн

10. Какова физическая интерпретация плотности потока энергии в сплошной среде?

а) Количество энергии, переносимой через единицу площади поверхности в единицу времени

б) Кинетическая энергия единицы объема среды

в) Потенциальная энергия единицы объема среды

г) Работа, совершаемая силами напряжения

Раздел 3. Математические модели термодинамики.

Перечень вопросов для тестирования:

1. Какой закон термодинамики определяет понятие «движущая сила» процесса?

а) Первый закон (сохранение энергии)

б) Второй закон (рост энтропии)

в) Закон Гука

г) Закон сохранения массы

2. Что такое соотношения Максвелла в термодинамике?

а) Уравнения связи между производными термодинамических потенциалов

б) Уравнения движения электромагнитного поля

в) Уравнения сохранения массы и импульса

г) Уравнения состояния идеального газа

3. Что такое химический потенциал?

а) Энергия, необходимая для добавления одной частицы в систему при постоянных T и P

б) Полная энергия системы

в) Работа, совершаемая при расширении

г) Теплота реакции

4. Как используется диаграмма молярной энергии Гиббса для анализа фазовых равновесий?

а) Точки касания касательной к кривым соответствуют равновесным фазам

б) Площадь под кривой равна энтропии

в) Максимумы кривых соответствуют устойчивым фазам

г) Кривые строятся только для идеальных газов

5. Что такое правило рычага в многокомпонентных системах?

а) Метод определения состава смеси на фазовой диаграмме

б) Закон сохранения импульса

в) Условие равновесия на границе раздела фаз

г) Формула для расчета химического потенциала

6. Какие фазовые превращения называются резкими (первого рода)?

а) Превращения без скрытой теплоты

б) Превращения с выделением или поглощением теплоты и изменением объема

в) Превращения при постоянной температуре

г) Превращения в идеальных растворах

7. Что такое критические явления и предел устойчивости?

а) Точки, где фазы становятся неотличимыми и пропадает граница раздела

б) Точки разрушения материала

в) Точки кипения жидкости

г) Точки плавления твердого тела

8. Какова роль поверхностной энергии и поверхностного напряжения на границах раздела фаз?

а) Они определяют устойчивость малых включений и зародышей новой фазы

б) Они определяют скорость звука в среде

в) Они отвечают за вязкость жидкости

г) Они определяют теплопроводность

9. Что такое коэффициент диффузии в кинетике процессов переноса?

а) Коэффициент, характеризующий скорость выравнивания концентрации в системе

б) Коэффициент вязкости жидкости

в) Коэффициент теплопроводности

г) Коэффициент сжимаемости среды

10. В чем суть метода фазового поля при моделировании фазовых переходов?

а) Метод описания границы раздела фаз через непрерывное поле порядка

б) Метод прямого расчета кристаллической решетки

в) Метод статистического описания идеального газа

г) Метод решения уравнений Эйлера

Раздел 4. Вычислительные методы.

Перечень вопросов для тестирования:

1. Как зависит порядок аппроксимации двухслойной схемы с весом для уравнения теплопроводности от значения весового параметра?

а) Второй порядок точности достигается при специальном значении весового параметра (схема Кранка–Николсона)

б) Схема всегда имеет первый порядок точности

в) Второй порядок достигается, если весовой параметр равен нулю или единице

г) Порядок аппроксимации не зависит от весового параметра

2. Что такое принцип максимума для уравнений параболического типа?

а) Максимальное значение решения не превышает максимум начальных данных и значений на границе

б) Решение всегда положительно определено

в) Решение монотонно возрастает со временем

г) Решение периодично по времени

3. Как проверить устойчивость разностной схемы по спектральному признаку?

а) Проверить, что амплитуда всех гармоник не возрастает со временем

б) Проверить, что норма матрицы коэффициентов меньше единицы

в) Проверить, что схема удовлетворяет принципу максимума

г) Проверить, что схема аппроксимирует уравнение с первым порядком

4. Какова основная идея метода установления для решения стационарных эллиптических задач?

а) Решение эллиптического уравнения ищется как предел решения соответствующего нестационарного параболического уравнения при бесконечном времени

б) Решение ищется прямым методом Гаусса

в) Решение ищется итерационным методом Якоби

г) Решение ищется методом конечных элементов

5. Как определяется конечный элемент в методе конечных элементов?

а) Область, на которой решение аппроксимируется полиномом низкого порядка

б) Точка сетки, в которой вычисляется решение

в) Уравнение, описывающее движение частицы

г) Матрица системы линейных уравнений

6. Что такое инварианты Римана для гиперболической системы уравнений?

а) Функции, постоянные вдоль характеристик

б) Решения, не зависящие от времени

в) Уравнения, описывающие теплопроводность

г) Числа, характеризующие устойчивость схемы

7. Как работает схема Лакса–Вендроффа для уравнения переноса?

а) Явная двухшаговая схема второго порядка точности, использующая производные по времени и пространству

б) Неявная схема первого порядка

в) Схема с искусственной вязкостью для сглаживания разрывов

г) Схема, сохраняющая монотонность для любых шагов

8. Что такое аппроксимационная вязкость в разностных схемах?

а) Искусственная вязкость, вводимая для сглаживания разрывов и обеспечения устойчивости

б) Реальная вязкость среды

в) Вязкость, возникающая из-за погрешности аппроксимации

г) Вязкость, характерная для схемы Кранка–Николсона

9. Какое условие является необходимым и достаточным для сохранения монотонности разностной схемы?

а) Условие Куранта–Фридрихса–Леви

б) Условие положительности коэффициентов разностной схемы

в) Условие симметричности матрицы

г) Условие малости шага по времени

10. В чем суть схемы С.К. Годунова для расчета разрывных решений?

а) Решение локальной задачи Римана на каждом шаге сетки

б) Применение искусственной вязкости

в) Использование метода конечных объемов

г) Использование TVD-ограничителей

4 Выполнение практических работ

Задания для практических работ, теоретический и методический материал для самостоятельного изучения и вопросы для собеседования представлены в методических указаниях к практическим занятиям.

Раздел 1. Математические модели механики точки.

Тема 1.1 Второй закон Ньютона

Примеры заданий для практических работ

1) Найдите уравнение сепаратрисы — траектории, разделяющей области колебательного и вращательного движений. Чему равно значение полной энергии на сепаратрисе?

2) Получить закон сохранения полной механической энергии маятника и записать его в безразмерной форме.

Тема 1.2 Элементы вариационного исчисления

1) Для моделирования движения заряженной частицы в постоянных электрическом и магнитном полях определите основные переменные и параметры задачи, объясните, как формулируется математическая модель на основе физических законов, опишите подходящий численный метод решения и перечислите те характеристики движения, которые стоит исследовать по результатам моделирования.

2) найти траекторию, по которой материальная точка минимизирует значение заданного функционала

Тема 1.3 Метод возмущений

1) Материальная точка массы 2 кг движется в одномерном поле с потенциальной энергией $U(x) = 5x^2$ Дж. За время с 0 до 2 секунд точка перемещается из точки x=0 в точку x=1 м. Определите действие по классической траектории движения точки между этими двумя положениями.

2) Маятник длиной 0,5 м отклоняют от положения равновесия на угол 45°. Определите период его колебаний, сравнив результат с периодом малых колебаний. Объясните, как влияет увеличенная амплитуда на время полного оборота.

Тема 1.4 Нелинейный резонанс

1) Дан осциллятор: $\ddot{x} + 0{,}4\dot{x} + 25x = 3cos\Omega t$. Найти амплитуду установившихся колебаний при частотах: Ω=4.8, Ω=5.0, Ω=5.2.

Определить, при какой частоте амплитуда максимальна.

2) В гамильтоновой системе параметр кривизны около резонанса равен 5, амплитуда возмущения равна 0,02, коэффициент резонансного члена равен 10. Оценить полуширину резонансной области по действию.

Раздел 2. Математические модели механики сплошной среды.

Тема 2.1 Кинематика сплошной среды

1) Для области жидкости в прямоугольном канале заданы температура, скорость и напряжения в нескольких точках. Определить, какие из заданных величин являются скалярными, какие — векторными, а какие — тензорными полями. Построить качественные графики распределения температуры и скорости вдоль оси канала.

2) В малой области жидкости компоненты скорости таковы, что частица среды вращается против часовой стрелки с угловой скоростью 5

рад/с. Записать качественное описание тензора угловой скорости и связать его с вектором угловой скорости.

Тема 2.2 Основные уравнения динамики сплошной среды

1) Для заданного двумерного поля скоростей жидкости проверить, выполняется ли условие несжимаемости. Сделать вывод, можно ли использовать модель несжимаемой жидкости для данного движения.

2) На малый объём жидкости массой 0,02 кг действуют силы давления, сила тяжести и сила вязкого сопротивления. Равнодействующая сил равна 0,01Н. Определить ускорение элемента жидкости и указать, какие силы являются массовыми, а какие поверхностными.

Тема 2.3 Простейшие модели сплошных сред

1) Рассмотреть течение идеальной жидкости в горизонтальной трубе без трения. Давление на входе равно 200 кПа, скорость на входе равна 2 м/с, скорость на выходе равна 5 м/с. Определить давление на выходе в рамках модели идеальной жидкости.

2) В опыте с плоским сдвиговым течением измерено касательное напряжение 4 Па. Градиент скорости равен 200 $с^{-1}$. Определить динамическую вязкость жидкости и сравнить её с вязкостью воды при комнатной температуре.

Тема 2.4 Волновые процессы в сплошной среде

1) По стальному стержню распространяется продольная волна. Модуль Юнга стали равен 200 ГПа, плотность равна 7800 кг/$м^3$. Оценить скорость распространения волны и время прохождения волны по стержню длиной 2м.

2) Звуковая волна частотой 1000 Гц распространяется в воздухе со скоростью 340 м/с. Определить длину волны и описать, как изменится длина волны при увеличении частоты в два раза.

Раздел 3. Математические модели термодинамики.

Тема 3.1 Основные понятия термодинамики

1) Для газа в цилиндре с поршнем заданы давление, объём, температура, масса газа и положение поршня. Разделить эти величины на переменные внешнего и внутреннего состояния. Объяснить, какие из них можно непосредственно контролировать в эксперименте.

2) Газ получил количество теплоты 500 Дж и совершил работу 200 Дж. Определить изменение внутренней энергии газа и указать физический смысл результата.

Тема 3.2 Системы с переменным составом

1) В бинарном растворе концентрация компонента А изменяется от 0,1 до 0,9 молярной доли. Описать, как химический потенциал компонента связан с его склонностью переходить из одной фазы в другую.

2) Для идеального бинарного раствора при температуре 1000 К построить качественную зависимость свободной энергии от состава. Отметить вклад механического смешения и энтропийный вклад.

Тема 3.3 Термодинамика процессов

1) Для трёхкомпонентной системы A–B–C построить схематическую треугольную диаграмму состава. Отметить точку состава 20% A, 30% B и 50% C. Указать возможные области фазового равновесия.

2) Для вещества известны температуры плавления при двух давлениях. Описать, как можно построить участок фазовой диаграммы и определить направление изменения температуры плавления с давлением.

Тема 3.4 Границы раздела фаз

1) В быстро охлаждаемом сплаве фронт фазового превращения движется со скоростью 0,1 м/с. Описать, почему при высокой скорости фронта может нарушаться локальное равновесие на границе фаз.

2) В закрытом сосуде находится смесь двух фаз. При изменении температуры вещество перераспределяется между фазами, но общий состав системы остаётся постоянным. Определить, какие величины сохраняются и какие изменяются.

Тема 3.5 Фазовое равновесие на изогнутых поверхностях раздела

1) Рассмотреть маленькую каплю жидкости в насыщенном паре. Описать, почему равновесное давление пара над малой каплей отличается от давления над плоской поверхностью.

2) В твёрдой матрице находится сферическое включение новой фазы радиусом 5 нм. Описать условия, при которых включение будет расти, растворяться или оставаться стабильным.

Тема 3.6 Методы моделирования фазовых переходов

1) Для бинарного идеального раствора A–B при температуре 1200 К рассчитать качественную зависимость свободной энергии смешения от состава. Определить состав, при котором энтропийный вклад максимален.

2) Раствор содержит 2% примесного компонента. Использовать приближение разбавленного раствора для оценки активности примеси и объяснить, почему это приближение неприменимо при больших концентрациях.

Раздел 4. Вычислительные методы.

Тема 4.1 Разностные схемы для уравнений параболического типа

1) Рассчитать распределение температуры в стержне длиной 1 м за время 10 с. Начальная температура стержня равна 20 °C, левый конец поддерживается при 100 °C, правый — при 20 °C. Коэффициент температуропроводности равен 10^{-4} м^2/с.

2) Для задачи теплопроводности провести расчёты на сетках с шагами 0.1, 0.05, 0.025 м. Оценить, как меняется погрешность при уменьшении шага сетки для разных значений весового параметра.

Тема 4.2 Численные методы решения задач для уравнений эллиптического типа

1) Решить задачу Пуассона в квадратной области 1 на 1. На границах задан нулевой потенциал, внутри области задан постоянный источник. Использовать равномерную сетку 21 на 21.

2) Для пятиточечной разностной схемы на равномерной сетке проверить порядок аппроксимации. Провести расчёты на сетках 11 на 11, 21 на 21 и 41 на 41.

Тема 4.3 Разностные схемы для уравнений гиперболического типа

1) Для одномерного уравнения переноса с постоянной скоростью 2 м/с определить направление характеристик. Задать начальный профиль в виде прямоугольного импульса и описать его движение во времени.

2) На отрезке длиной 1 м задан начальный гауссов импульс. Скорость переноса равна 1 м/с. Рассчитать перемещение импульса за время 0.5 сек. с использованием явной противопоточной схемы.

5 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации

1. Второй закон Ньютона для материальной точки. Дифференциальное уравнение движения, законы сохранения, фазовая плоскость и фазовые траектории.

2. Математический маятник как нелинейная динамическая система. Уравнение движения, малые колебания, фазовая плоскость, сепаратриса, движение вблизи сепаратрисы.

3. Вариационный подход в механике. Уравнение Эйлера, уравнения Лагранжа и Гамильтона, применение к системам с несколькими степенями свободы на примере двойного маятника.

4. Метод возмущений в механике точки. Интеграл движения, действие, зависимость периода математического маятника от амплитуды, особенности движения около сепаратрисы.

5. Нелинейный резонанс. Внешний, внутренний и параметрический резонансы, взаимодействие резонансов, стохастическая неустойчивость и динамический хаос.

6. Кинематика сплошной среды. Скалярные, векторные и тензорные поля, континуальное описание системы частиц, деформация бесконечно малой частицы, тензоры деформаций и скоростей деформаций.

7. Основные уравнения динамики сплошной среды. Уравнение неразрывности, условие несжимаемости, второй закон Ньютона для сплошной среды, тензор напряжений, главные напряжения и закон сохранения энергии.

8. Простейшие модели сплошных сред. Идеальная жидкость и уравнения Эйлера, вязкая жидкость и уравнения Навье — Стокса, линейная теория упругости, обобщённый закон Гука, продольные и поперечные волны.

9. Основы термодинамического моделирования. Первый и второй законы термодинамики, энтропия, термодинамические потенциалы, химический потенциал, свободная энергия, фазовое равновесие и правило рычага.

10. Вычислительные методы для уравнений математической физики. Разностные схемы для параболических, эллиптических и гиперболических уравнений, устойчивость, аппроксимация, сходимость, метод конечных элементов, схемы Лакса, Лакса — Вендроффа, Годунова и TVD-схемы.

6 Вопросы к зачету для промежуточной аттестации

1. Второй закон Ньютона для материальной точки. Дифференциальное уравнение движения, законы сохранения энергии и импульса. Математический маятник, фазовая плоскость, сепаратриса и особенности движения вблизи неё.

2. Вариационный подход в механике. Уравнение Эйлера, уравнения Лагранжа и Гамильтона. Применение лагранжева формализма к системе с несколькими степенями свободы на примере двойного математического маятника.

3. Метод возмущений в механике точки. Интеграл движения, действие, период математического маятника при малых и конечных амплитудах. Особенности асимптотического описания движения вблизи сепаратрисы.

4. Нелинейный резонанс в динамических системах. Внешний, внутренний и параметрический резонансы. Захват в резонанс, взаимодействие резонансов, стохастическая неустойчивость и динамический хаос.

5. Кинематика сплошной среды. Скалярные, векторные и тензорные поля. Континуальная модель вещества. Деформация бесконечно малой частицы, тензор деформаций, тензор малых деформаций и физический смысл их компонент.

6. Основные уравнения динамики сплошной среды. Уравнение неразрывности, условие несжимаемости, второй закон Ньютона для сплошной среды, тензор напряжений, главные напряжения, главные площадки и закон сохранения энергии.

7. Простейшие модели сплошных сред. Идеальная жидкость и уравнения Эйлера, линейная вязкая жидкость и уравнения Навье — Стокса, коэффициенты вязкости, турбулентность, линейная теория упругости и обобщённый закон Гука.

8. Волновые процессы в сплошных средах. Упругие и звуковые волны, продольные и поперечные волны, скорости их распространения,

волны в идеальной жидкости, ударные волны, сверхзвуковые течения и крах гипотезы эфира.

9. Основы термодинамических моделей. Переменные внешнего и внутреннего состояния, первый и второй законы термодинамики, энтропия, движущая сила процесса, характерные функции состояния и соотношения Максвелла.

10. Системы с переменным составом и фазовые переходы. Химический потенциал, свободная энергия, правило рычага, фазовые равновесия, диаграммы энергии Гиббса, границы раздела фаз, поверхностная энергия, зародышеобразование, диффузия и методы фазового поля.

11. Разностные схемы для уравнений параболического типа. Уравнение теплопроводности, двухслойная схема с весом, порядок аппроксимации, устойчивость, принцип максимума, спектральный признак устойчивости и экономичные схемы.