Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор института металлургии и материаловедения
_____ А.А. Уманский
подпись
«____» _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математика

05.03.06 «Экология и природопользование»
(направленность (профиль): «Геоэкология и эффективное управление природными ресурсами»)

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная форма

Срок обучения: 4 года

Год начала подготовки 2026

Новокузнецк
2026

СибГИУ
Подлинник электронного документа хранится в системе электронного согласования документов СибГИУ
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭП
Сертификат: b74f1896a8e5f6d1b42349567b351e7a7b0d4c48
Владелец: Директор ИМиМ Уманский Александр Александрович
Действителен: с 8 июля 2025 г. по 1 октября 2026 г.
Дата и время: 29-04-2026 12:24:02 ПРОВЕРИТЬ ПОДПИСЬ

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:

– вооружение бакалавра математическими знаниями, необходимыми для изучения ряда общенаучных дисциплин;
– повышение качества овладения обучающимися технического вуза необходимым математическим аппаратом, помогающим анализировать, моделировать и решать прикладные математические задачи.

Задачами учебной дисциплины являются:

– формирование фундамента математического образования, необходимого для получения общепрофессиональных компетенций бакалавра;
– развитие логического и алгоритмического мышления обучающихся; выработка умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам обязательной части **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 05.03.06 «Экология и природопользование».

Учебная дисциплина опирается на базовые знания и компетенции, полученные в процессе получения предыдущего образования.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:

– Физика;
– Основы электротехники;
– Основы механики;
– Основы термодинамики и тепломассообмена.

3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– Общепрофессиональные компетенции

Наименование категории (группы) ОПК	Код и наименование ОПК	Код и наименование индикатора достижения ОПК	Планируемые результаты обучения
Математическая и	ОПК-1: Способен применять базовые	ОПК-1.2 Применяет	– знать: основные понятия,

естественнонаучная подготовка	знания фундаментальных разделов наук о Земле, естественно-научного и математического циклов при решении задач в области экологии и природопользования	физико-математический аппарат при решении практических задач	определения, аксиомы и теоремы из векторной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа и дифференциальных уравнений. – уметь: решать прикладные задачи из алгебры, геометрии, дифференциального и интегрального исчисления и теории обыкновенных дифференциальных уравнений .

4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся. Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

Объем учебной дисциплины

Семестр / курс		***ИТОГО***	***1 семестр***	***2 семестр***
Форма промежуточной аттестации			*экзамен*	*экзамен*
Трудоёмкость	*академ. час.*	***360***	*180*	*180*
	зачетных единиц	***10***	*5*	*5*
Лекции, *академ. час.*		***64***	*32*	*32*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Лабораторные работы, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Практические занятия, *академ. час.*		***64***	*32*	*32*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Курсовая работа / проект, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Консультации, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*

в форме практической подготовки	***0***	*0*	*0*
Самостоятельная работа, *академ. час.*	***169***	*80*	*89*
в форме практической подготовки	***0***	*0*	*0*
Контроль, *академ. час.*	***63***	*36*	*27*
в форме практической подготовки	***0***	*0*	*0*

Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Векторная и линейная алгебра;

Тема 1.1 Определители, их свойства и вычисление (Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителей третьего порядка разложением по строке (столбцу). Понятие об определителе n-го порядка.);

Тема 1.2 Матрицы и действия над ними (Решение систем линейных алгебраических уравнений. Действия над матрицами, обратная матрица. Решение систем линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы, методом Гаусса);

Тема 1.3 Векторное и евклидово пространства (Понятие вектора. Разложение по базису. Ортонормированный базис. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Преобразование базиса Линейное преобразование векторов. Геометрические и физические приложения векторной алгебры);

Раздел 2 Аналитическая геометрия;

Тема 2.1 Прямая на плоскости (Координатные системы. Различные виды уравнений прямой линии на плоскости. Взаимное расположение двух прямых);

Тема 2.2 Плоскость и прямая в пространстве (Виды уравнений плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей. Виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых. Основные задачи на прямую и плоскость в пространстве);

Тема 2.3 Кривые и поверхности второго порядка (Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы, параболы; их параметры. Построение кривых второго порядка. Поверхности 2-го порядка, их канонические уравнения. Цилиндрические поверхности и поверхности вращения);

Раздел 3 Дифференциальное исчисление функций одной переменной;

Тема 3.1 Непрерывность функции одной переменной (Числовые последовательности и их пределы. Функции одной переменной и их графики. Предел функции в точке. Непрерывность функции в точке и в интервале. Точки разрыва, их классификация);

Тема 3.2 Производная и дифференциал функции одной переменной (Производная функции в точке, ее геометрический и механический смысл. Производная функция, таблица производных.

Производные относительно алгебраических действий над функциями. Производная сложной функции. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их геометрические иллюстрации);

Тема 3.3 Экстремумы, точки перегиба и асимптоты графика функции одной переменной (Экстремум функции одной переменной, необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклость функции, точки перегиба функции и её графика. Асимптоты графика функции, их нахождение. Общая схема исследования функции одной переменной и построения её графика);

Раздел 4 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных;

Тема 4.1 Функция нескольких переменных, её дифференцируемость (Функция нескольких переменных, её область определения. Предел и непрерывность функции двух переменных. Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных и дифференциала функции двух переменных);

Тема 4.2 Экстремум функции двух переменных, необходимые и достаточные условия экстремума (Частные производные и дифференциалы высших порядков. Локальные экстремумы функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования локального экстремума функции нескольких переменных);

Тема 4.3 Градиент и производная по направлению функции нескольких переменных (Определения, вычисление и свойства градиента и производной по направлению функции двух переменных);

Раздел 5 Неопределенный интеграл;

Тема 5.1 Первообразная и неопределенный интеграл (Определение первообразной и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенных интегралов. Таблица простейших неопределенных интегралов. Табличное интегрирование);

Тема 5.2 Основные методы интегрирования (Методы интегрирования – замена переменной, интегрирование «по частям». Прямая замена переменной интегрирования, подведение под дифференциал, интегрирование «по частям»);

Тема 5.3 Интегрирование рациональных функций (Рациональные функции. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных функций общего вида);

Тема 5.4 Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций (Интегрирование тригонометрических функций с использованием тригонометрических формул преобразования, замены переменных, универсальной тригонометрической подстановки. Интегрирование простейших

иррациональных функций с использованием метода замены переменных);

Раздел 6 Определенный интеграл;

Тема 6.1 Понятие определенного интеграла, его свойства, вычисление (Определенный интеграл от функции по отрезку: интегральная сумма, определение определённого интеграла, его основные свойства, вычисление по формуле Ньютона-Лейбница);

Тема 6.2 Приложения определенного интеграла (Применение определенного интеграла к решениям геометрических задач. Приложения определенного интеграла к задачам механики и физики);

Тема 6.3 Несобственные интегралы (Несобственные интегралы первого рода, условия их сходимости. Несобственные интегралы второго рода, условия их сходимости);

Раздел 7 Обыкновенные дифференциальные уравнения;

Тема 7.1 Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения (Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Задача Коши и теорема Коши для уравнений 1-го порядка. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли);

Тема 7.2 Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Уравнения, допускающие понижение порядка (Дифференциальные уравнения второго порядка и задача Коши для них. Методы решения дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка);

Тема 7.3 Комплексные числа (Представления комплексных чисел в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Действия над комплексными числами);

Тема 7.4 Методы решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Теоремы о структуре общего уравнения линейного однородного и линейного неоднородного уравнений n-го порядка. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения. Методы решения линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами);

Тема 7.5 Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и задач для них (Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами по виду правой части уравнения; решение методом вариации произвольных постоянных).

5 Перечень тем лекций

№ раздела / темы дисциплины	Темы лекций	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	Векторная и линейная алгебра		
Тема 1.1.	Определители, их свойства и вычисление	2	
Тема 1.2.	Матрицы и действия над ними	2	
Тема 1.3.	Векторное и евклидово пространства	4	
Раздел 2.	Аналитическая геометрия		
Тема 2.1.	Прямая на плоскости	2	
Тема 2.2.	Плоскость и прямая в пространстве	2	
Тема 2.3.	Кривые и поверхности второго порядка	4	
Раздел 3.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной		
Тема 3.1.	Непрерывность функции одной переменной	4	
Тема 3.2.	Производная и дифференциал функции одной переменной	4	
Тема 3.3.	Экстремумы, точки перегиба и асимптоты графика функции одной переменной	4	
Раздел 4.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных		
Тема 4.1.	Функция нескольких переменных, её дифференцируемость	4	
Тема 4.2.	Экстремум функции двух переменных, необходимые и достаточные условия экстремума	2	
Тема 4.3.	Градиент и производная по направлению функции нескольких переменных	2	
Раздел 5.	Неопределенный интеграл		
Тема 5.1.	Первообразная и неопределенный интеграл	2	
Тема 5.2.	Основные методы интегрирования	2	
Тема 5.3.	Интегрирование рациональных функций	2	

Тема 5.4.	Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций	2	
Раздел 6.	Определенный интеграл		
Тема 6.1.	Понятие определенного интеграла, его свойства, вычисление	2	
Тема 6.2.	Приложения определенного интеграла	2	
Тема 6.3.	Несобственные интегралы	2	
Раздел 7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения		
Тема 7.1.	Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решений	4	
Тема 7.2.	Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Уравнения, допускающие понижение порядка	2	
Тема 7.3.	Комплексные числа	2	
Тема 7.4.	Методы решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами	2	
Тема 7.5.	Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и задач для них	4	
Итого:		**64**	**0**

6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы практических занятий (семинаров)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1; Тема 1.1.	Определители, их свойства и вычисление. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определите-лей третьего порядка разложением по строке (столбцу). Понятие об определителе n-го порядка.	2	

Раздел 1; Тема 1.2.	Матрицы и действия над ними. Решение систем алгебраических линейных уравнений методом Гаусса, с помощью обратной матрицы, по формулам Крамера. Ли-нейные операции над векторами и их свойства. Разложение вектора по базису.	2	
Раздел 1; Тема 1.3.	Векторы в прямоугольной системе координат. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их определение, основные свойства, способы вычисления и применение в решении физических и геометрических задач.	4	
Раздел 2; Тема 2.1.	Прямая на плоскости (различные виды уравнений пря-мой). Взаимное расположение двух прямых.	2	
Раздел 2; Тема 2.2.	Плоскость и прямая в пространстве, их уравнения и взаимное расположение.	2	
Раздел 2; Тема 2.3.	Кривые и поверхности 2-го порядка, их канонические уравнения и построение.	4	
Раздел 3; Тема 3.1.	Функция одной переменной. Предел функции. Раскрытие неопределенностей. Непрерывность функции. Точки разрыва, их классификация.	4	
Раздел 3; Тема 3.2.	Производная функции, ее геометрический и механический смысл. Правила дифференцирования. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Правило Лопиталя	4	
Раздел 3; Тема 3.3.	Возрастание и убывание функции на интервале.	4	

	Экстремум функции одной переменной. Выпуклость, точки перегиба кривой. Асимптоты. Общая схема исследования функции и построение ее графика.		
Раздел 4; Тема 4.1.	Функция нескольких переменных, область определения. Предел функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных. Полный дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Сложная и неявная функции нескольких переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	4	
Раздел 4; Тема 4.2.	Экстремум функции двух переменных.	2	
Раздел 4; Тема 4.3.	Производная по направлению и градиент функции не-скольких переменных.	2	
Раздел 5; Тема 5.1.	Первообразная и неопределенный интеграл.	2	
Раздел 5; Тема 5.2.	Методы интегрирования, использование таблиц интегралов	2	
Раздел 5; Тема 5.3.	Интегрирование рациональных дробей	2	
Раздел 5; Тема 5.4.	Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций	2	
Раздел 6; Тема 6.1.	Понятие определенного интеграла, его свойства, вычисление	2	
Раздел 6; Тема 6.2.	Приложения определенного интеграла	2	
Раздел 6; Тема 6.3.	Несобственные интегралы: определения, основные свойства, вычисление	2	
Раздел 7; Тема 7.1.	Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка	4	

	с разделяющимися переменными. Однородные, линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли		
Раздел 7; Тема 7.2.	Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Уравнения, допускающие понижение порядка	2	
Раздел 7; Тема 7.3.	Комплексные числа и действия над ними	2	
Раздел 7; Тема 7.4.	Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Теоремы о структуре общего уравнения линейного однородного и линейного неоднородного уравнений n-го порядка. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения. Методы решения линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами	2	
Раздел 7; Тема 7.5.	Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и задач для них.	4	
Итого:		**64**	**0**

7 Перечень тем лабораторных работ

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лабораторных работ**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

№ раздела / темы дисциплины	Темы курсовых работ (проектов)	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	в форме практической подготовки
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

9 Виды самостоятельной работы

№ раздела / темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	в форме практической подготовки
Раздел 1.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	20	
Раздел 2.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	20	
Раздел 3.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	20	
Раздел 4.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	20	
Раздел 5.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	30	
Раздел 6.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	29	
Раздел 7.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к	30	

	практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.		
Контроль	*Подготовка к экзамену (1 семестр)*	36	
Контроль	*Подготовка к экзамену (2 семестр)*	27	
Итого:		**232**	**0**

10 Матрица компетентностных задач по учебной дисциплине

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	**Контролируемые компетенции**	**Оценочные средства**
Раздел 1.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 2.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 3.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 4.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 5.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 6.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 7.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Экзамен (1 семестр).	ОПК-1	1. Вопросы к экзамену; 2. Задачи к экзамену
Экзамен (2	ОПК-1	1. Вопросы к экзамену;

семестр).		2. Задачи к экзамену

11 Входной контроль

Дисциплина «Математика», изучаемая в 1 семестре, не подразумевает проведение входного контроля и рассчитана на обучающегося 1 курса, поступившего в университет в соответствии с Правилами приема в СибГИУ.

12 Текущий контроль

12.1 Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) обучающихся. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины и позволяет оценить степень освоения изученного материала.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе педагогического работника, в том числе посредством использования СУО СибГИУ.

Формы проведения текущего контроля – вопросы для устного обсуждения (опроса); наблюдение за работой на практическом занятии; тестовые задания.

12.2 Описание оценочных средств

Шкалы оценивания (методики оценки)

12.2.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов обучающихся

С целью контроля и подготовки обучающихся к изучению новой темы в начале занятия лекционного типа (лекции) педагогическим работником проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущего раздела (темы).

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается умение грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);

– использование дополнительного материала (обязательное условие);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:

– полно и аргументировано отвечает по содержанию задания;

– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе самостоятельно составленные;

– излагает материал последовательно и правильно.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

– излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

– не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

– излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «неудовлетворительно» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала.

12.2.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования обучающихся

Тестирование проводится по изученным разделам (темам) учебной дисциплины для выявления уровня знаний и умений обучающегося, мотивирования обучающегося к активизации самостоятельной работы по усвоению учебного материала, выявления и устранения пробелов в знаниях, повышения дисциплины и организации учебной деятельности обучающегося.

Тестирование проводится в СУО «Moodle» в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся. Для тестирования используются вопросы из базы типовых тестовых заданий по изученным разделам (темам) учебной дисциплины. Обучающийся выбирает один или несколько ответов из предложенных вариантов, устанавливает соответствие или записывает свой вариант ответа. В случае выбора неправильных ответов обучающийся получает за данный вопрос 0 баллов; в случае правильного ответа – 1 балл или долю балла.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Доля правильных ответов	Оценка
не менее 50%	зачтено
–	не зачтено

12.2.3 Рекомендации по оцениванию в процессе наблюдения за работой на практическом занятии

Наблюдение за работой на практическом занятии – важнейший компонент контроля деятельности обучающихся и качества их обучения.

Критерии оценки в процессе наблюдения за работой на практическом занятии:

– самостоятельность выполнения задания и работы с методическими указаниями (учитывается работа в течение занятия, быстрота и способность нахождения в методических указаниях нужной информации);

– правильность выполнения работы (учитывается последовательность выполняемых действий, умение работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения работы с учетом индивидуальных особенностей обучающихся);

– активность обучающегося при выполнении практической работы (учитывается индивидуальная работа и работа в группе).

Критерии оценки по результатам наблюдения за работой на практическом занятии

Наименование параметра оценки	Максимальное количество баллов
Самостоятельно выполняет задания; умеет работать с методическими указаниями.	2,5
Указанные в методических указаниях действия выполняет в правильной последовательности; умеет работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники.	1,25
Рационально использует время, отведенное на задание; проявляет активность при выполнении практической работы.	1,25
Итого	**5**

Максимальное количество – 5 баллов соответствует оценке «отлично», 4 балла – «хорошо», 3 балла – «удовлетворительно», 2 балла – «неудовлетворительно».

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины приведены в приложении.

13 Промежуточная аттестация

13.1 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по учебной дисциплине предназначены для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения учебной дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяют определить качество усвоения изученного материала.

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по учебной дисциплине является: экзамен (1 семестр); экзамен (2 семестр).

Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся включают: вопросы к экзамену; задачи к экзамену.

13.2 Оценивание обучающегося на экзамене (1 семестр)

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные

Оценка	Требования к знаниям
	ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

13.3 Оценивание обучающегося на экзамене (2 семестр)

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

Задания и вопросы для промежуточной аттестации обучающихся приведены в приложении.

14 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

а) литература:

1 Шипачев, В. С. Высшая математика : учебник для вузов / В.С. Шипачев. – 8-е изд., стер. – Москва : Высшая школа, 2007. – 479 с. : ил.;

2 Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики : учебное пособие для вузов / И.П. Натансон. – 9-е изд.,стер. – СПб. : Лань, 2007. – 727 с. : ил. – (Классическая учебная литература по математике).;

3 Минорский, В.П. Сборник задач по высшей математике : учебное пособие для втузов / В.П. Минорский. – 15-е изд. – Москва : Издательство физико-математической литературы, 2008. – 336 с. : ил.;

4 Высшая математика в упражнениях и задачах : учебное пособие для вузов : в 2 ч. Ч. 2 / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова, С.П. Данко. – 7-е изд., испр. – Москва : Оникс, Мир и образование, 2009. – 448 с. : ил.;

5 Черненко, В.Д. Высшая математика в примерах и задачах. Т. 1 : учебное пособие. – Москва : Политехника, 2011. – 709 с. – ISBN 978-5-7325-0986-1. – URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785732509861.html (дата обращения: 22.04.2026);

6 Шипачев, В. С. Высшая математика : учебник для вузов / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 447 с. — ISBN 978-5-534-12319-7. —URL: https://urait.ru/bcode/559675 (дата обращения: 22.04.2026).

б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 –]. – URL: http://libr.sibsiu.ru. – URL: https://libr.sibsiu.ru;

2 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 –]. – URL: http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp;

3 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 –]. – URL: http://www.studentlibrary.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

4 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Единая профессиональная база знаний для технических вузов - Издательство Лань" ЭБС»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 –]. – URL: http://e.lanbook.com. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 –]. – URL: https://urait.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

6 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 –]. – URL: https://biblioclub.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: http://www.biblioclub.ru.

в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– 7-Zip;
– Adobe Acrobat Reader;
– Astra Linux Special Edition;
– Kaspersky Endpoint Security;
– Microsoft Office;
– Microsoft Windows;
– OnlyOffice;
– Р7-Офис.

г) базы данных и информационно-справочные системы:

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

15 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том числе:

- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным проектором;
- учебную аудиторию для проведения занятий семинарского типа (практических занятий);
- учебную аудиторию (помещения) для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 05.03.06 «Экология и природопользование».

Составитель(и):

доцент Хаимзон Борис Бернардович (кафедра прикладной математики и информатики).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры.
Согласована:

Заведующий научно-исследовательской лабораторией математического моделирования НФИ КемГУ, д.т.н., проф  В.О. Каледин

Приложение

1 Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся

Раздел 1. Векторная и линейная алгебра

1. Что называется определителем *n* - го порядка?
2. Перечислите свойства определителей.
3. Что называется алгебраическим дополнением элемента определителя как он вычисляется разложением по строке (столбцу)?
4. Как решаются системы линейных алгебраических уравнений с помощью определителей? Записать формулы Крамера.
5. Что называется матрицей? Какая матрица называется квадратной, треугольной, диагональной, единичной?
6. Какие матрицы можно складывать и вычитать? Какие матрицы можно перемножать?
7. Для каких матриц существует обратная матрица и как ее найти? Как решить линейную неоднородную систему матричным методом?
8. Что такое фундаментальная система решений линейной однородной системы уравнений?
9. Что такое вектор?
10. Что такое скалярное произведение векторов?
11. Что такое векторное произведение векторов?
12. Что такое смешанное произведение векторов и какие преобразования одно допускает?
13. Что такое двойное векторное произведение и формула «бац минус цаб»?
14. Что такое линейный оператор?
15. Какова связь между линейной скоростью и угловой?

Раздел 2. Аналитическая геометрия

1. Как записывается каноническое и параметрическое уравнение прямой? Общее уравнение прямой?
2. Как записывается уравнение прямой с угловым коэффициентом и уравнение прямой в отрезках?
3. Запишите уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
4. Что нужно знать для однозначного определения положения плоскости в пространстве? Как записывается общее уравнение плоскости?
5. Как записывается уравнение плоскости, проходящей через три точки, не лежащие на одной прямой?
6. Как задать однозначно положение прямой в пространстве? Как записываются канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве?
7. Как записать уравнения прямой, проходящей через две точки?

8. Что называется эллипсом? Какой вид имеет каноническое уравнение эллипса?
9. Что такое вершины эллипса, большая и малая полуоси, директрисы, эксцентриситет и фокальный параметр?
10. Что называется гиперболой? Какой вид имеет каноническое уравнение гиперболы?
11. Что такое действительная и мнимая оси гиперболы, директрисы, асимптоты, эксцентриситет и фокальный параметр?
12..Что называется параболой? Что такое директриса и фокальный параметр параболы?
13 Что такое эллипсоид? Какие они бывают?
14. Что такое гиперболоид? Какие они бывают? Что такое однополостный и двуполостный гиперболоиды?
15. Что такое параболоид? Какие они бывают? Что такое эллиптический и гиперболический параболоиды?
16. Что такое цилиндр и конус? Образующие и направляющие?

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Что называется функцией, и как она может быть задана?
2. Что называется наименьшим и наибольшим значениями функции? Какая функция называется сложной, обратной, неявной, заданной параметрически?
3. Что такое предел функции, конечный и бесконечный, в точке и на бесконечности, слева и справа?..
4.Какие пределы называются первым и вторым замечательными пределами?
Что такое неопределенности и какими они бывают?
5. Какая функция называется непрерывной в точке? Какая функция называется непрерывной на отрезке?
6. .Что такое точка разрыва 1 рода? второго рода? Устранимая точка разрыва?
7. Что такое производная функции в точке? Левая и правая производные? Каков геометрический и механический смысл производной?
8. Какая функция называется дифференцируемой? Что такое дифференциал? Запишите формулу вычисления дифференциала.
9. Как находятся производные сложной, неявной, обратной, параметрически заданной функции?
10.Как определяются производные и дифференциалы высших порядков?
11.Как формулируется правило Лопиталя? Для каких неопределенностей можно применить правило Лопиталя?

12.Как формулируются необходимые и достаточные условия возрастания и убывания непрерывной дифференцируемой функции
13.Как определяется выпуклость вверх и выпуклость вниз графика функции и что такое точка перегиба?
14.Что такое асимптоты и какими они бывают?
15.Из каких пунктов состоит общий план исследования функции?

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. Дайте определение функции нескольких переменных. Что называется областью определения, а что – областью значений функции нескольких переменных?
2. Сформулируйте определение частных производных функции нескольких переменных? По каким правилам находятся частные производные?
3. Что такое полное приращение и полный дифференциал функции нескольких переменных? В чем их отличие?
4. Запишите формулы производной сложной и неявной функции нескольких переменных.
5. Как находятся частные производные и дифференциалы высших порядков?
6. Дайте определение локального минимума и локального максимума функции нескольких переменных.
7. Сформулируйте необходимые условия экстремума функции нескольких переменных.
8. В чем заключаются достаточные условия существования экстремума функции двух и нескольких переменных?
9. Что такое условный экстремум функции нескольких переменных? В чем заключается метод множителей Лагранжа для нахождения условного экстремума?
10. Как найти наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции двух переменных в замкнутой области?
11. Что называется скалярным полем?
12. Что такое линии и поверхности уровня скалярного поля?
13. Что называется градиентом скалярного поля? Укажите свойства градиента.
14. Дайте определение производной скалярного поля по направлению.
15. Запишите формулу, по которой вычисляется производная по направлению.

Раздел 5. Неопределенный интеграл

1. Что называется первообразной данной функции? Сколько существует первообразных у одной и той же функции? Что называется неопределенным интегралом?
2. В чем состоит метод непосредственного интегрирования?
3. В чем состоит метод интегрирования внесением под знак дифференциала? В чем состоит правило линейной замены?
4. Запишите формулу замены переменной в неопределенном интеграле.
5. Запишите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
6. Какие подынтегральные функции интегрируются методом по частям?
7. Когда при вычислении интегралов следует применять выделение полного квадрата, выделение целой части?
8 .Какая рациональная дробь называется правильной, а какая неправильной? Как привести неправильную дробь к сумме многочлена и правильной рациональной дроби?
9. Какие рациональные дроби называются простейшими? Запишите их и формулы интегрирования простейших рациональных дробей.
10 .Перечислите действия, составляющие правило интегрирования произвольной рациональной дроби.
11. Какую замену нужно использовать при интегрировании рациональных функций от четных степеней синуса, косинуса и любой степени тангенса?
12. Что такое универсальная тригонометрическая подстановка? Для каких интегралов они используется?
13. Что такое степенные подстановки, и для каких интегралов они используются?
14. Какие интегралы берутся с помощью тригонометрических подстановок, и что это за подстановки?
15. Что такое дифференциальный бином и с помощью каких подстановок он интегрируется?

Раздел 6. Определенный интеграл

1. Что называется определенным интегралом? Перечислите свойства определенного интеграла. его геометрический и механический смысл .
2. Что представляет собой интеграл с переменным верхним пределом? Как записывается формула Ньютона-Лейбница?
3. Запишите формулу замены переменной в определенном интеграле. В чем отличие этой формулы от соответствующей формулы для неопределенного интеграла?
4. Какие интегралы называются несобственными интегралами первого и второго рода? Сформулируйте признаки сходимости несобственного интеграла.
5. Запишите формулы для вычисления площади плоской фигуры в декартовой и полярной системах координат.

6. Запишите формулы вычисления объемов тел вращения в декартовой системе координат.
7. Запишите формулы вычисления длины дуги кривой и площади поверхности тела вращения в в декартовой и полярной системах координат.
8. Как с помощью определенного интеграла можно вычислить массу отрезка с переменной плотностью, работу переменной силы на прямолинейном пути, длину пройденного пути по заданной переменной скорости?
9. Что такое двойной интеграл? Тройной и кратные интегралы? Замена переменной в кратном интеграле.
10.Что такое криволинейный интеграл 1 рода и поверхностный интеграл 1 рода?
11. Как считать площадь поверхности? Объем? Массу тела? Момент инерции?
12. Что такое векторное поле? Трубка поля? Линии поля? Что такое криволинейный интеграл 2 рода? Какой его физический смысл? Что такое циркуляция?
13.Что такое поверхностный интеграл второго рода? Какой его физический смысл? Как выбирать ориентацию замкнутой поверхности?
14.Какое поле называется потенциальным? Перечислите признаки потенциальности поля. Что такое потенциал?
15. Какое поле называется соленоидальным? Перечислите признаки соленоидального поля. Какое поле называется лапласовым?

Раздел 7. Дифференциальные уравнения

1.Что называется дифференциальным уравнением? Что такое порядок дифференциального уравнения?
2.Каков общий вид дифференциального уравнения 1-го порядка? Что такое уравнение, разрешенное относительно производной?
3.Что такое частное решение дифференциального уравнения 1-го порядка, общее решение, особое решение, задача Коши?
5.Что такое уравнение с разделяющимися переменными и какова методика его решения?
6.Что такое однородные уравнения и какова методика их решения?
7.Какие уравнения называются линейными уравнениями, уравнениями Бернулли и какова методика их решения?
9. Что такое частное решение, общее решение и задача Коши для дифференциальных уравнений высших порядков?
10 В каких случаях порядок дифференциального уравнения можно понизить и каким образом?.
11. Что такое комплексные числа, формула Эйлера, и как решаются алгебраические уравнения в комплексных числах?

12. Что такое линейный оператор, линейные уравнения, однородные и неоднородные и какова структура их решений?
13.Как строится фундаментальная система решений однородного дифференциального уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами?.
14..В чем состоит метод Лагранжа построения общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения?
15. В чем состоит метод Эйлера построения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью?

2 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО «Moodle».

Раздел 1. Векторная и линейная алгебра

1. Определитель $\det\left(a_{i,j}\right)=\begin{vmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$ равен_____

2. При каком значении k определитель $\begin{vmatrix} 1 & 3k-1 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}$ равен нулю?

_____

3. Дан определитель $\det\left(a_{i,j}\right)=\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}$. Минор $M_{1,1}$ равен____

4. Чему равна сумма $x+y+z$, если (x,y,z) решение системы

$$\begin{cases} 6x+y+z=-3 \\ x+2y-z=2 \\ x-y+z=-2 \end{cases}.$$

_____

5. Найти решение (x, y, z) системы $\begin{cases} 6x + y - 2z = 9 \\ x + 2y + z = 6 \\ 2x + 3y + z = 9 \end{cases}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$(2;0;1)$	$(2;1;1)$	$(1;-2;1)$	$(2;1;2)$

6. Какая система уравнений не совместна?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x + 3y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$

7. Матрицы каких размеров нельзя перемножать ($m \neq n$, $m \neq k$, $k \neq n$)?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$m \times n$ с $m \times n$	$m \times n$ с $n \times m$	$m \times n$ с $n \times k$	$n \times n$ с $n \times n$

8. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$. Указать, какое действие для этих матриц можно выполнить

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$A \cdot B - C$	$AC + B$	$B \cdot A + C$	$C \cdot A + B$

9. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, тогда $A \cdot B$ равно

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -10 \end{pmatrix}$

10. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$. Тогда обратная к ней матрица равна

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

11. Произведение матриц $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ равно

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & 5 \end{pmatrix}$

12. Какая из матриц необратима?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4

$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$

13. Определитель $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ равен

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
30	-30	-34	-15

14. Какие системы уравнений совместны?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{cases} 2x-3y=0 \\ -3x-4y-3z=0 \\ -x-2y=0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+3y=0 \\ -3x-4y-5z=0 \\ -x-2y=0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+4y=0 \\ -3x-4y+2z=0 \\ -x-2y=0 \end{cases}$	$\begin{cases} 6x-3y=0 \\ -3x-4y-z=0 \\ -2x+y=0 \end{cases}$

15. Укажите вырожденные матрицы

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & -2 \\ -6 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 10 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 9 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

16. Укажите невырожденные матрицы

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & -2 \\ -6 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 9 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

17. Даны три точки $A(2;3;5)$, $B(-2;5;9)$, $C(-3;1;-1)$. Найти координаты вершины D параллелограмма $ABCD$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$D(-7;3;3)$	$D(1;-1;-5)$	$D(-1;3;3)$	$D(1;3;3)$

18. Дано: $\vec{a}=3\vec{p}+\vec{q}$, $\vec{b}=2\vec{p}+3\vec{q}$, $p=2$, $q=3$, угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$ 30°. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
21	$21\sqrt{3}$	42	$21\sqrt{2}$

19. Даны три точки $A(1;3;2)$, $B(5;5;2)$, $C(1;4;3)$. Найти площадь треугольника ABC.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
6	3	4	2

20. Найти координаты вектора $\vec{a} = (4;-2)$ в новом базисе, повернутом на угол –60°.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$(2+\sqrt{3};2\sqrt{3}-1)$	$(2-2\sqrt{3};-\sqrt{3}-1)$	$(2-\sqrt{3};-2\sqrt{3}-1)$	$(-1-\sqrt{3};2\sqrt{3}-1)$

Раздел 2. Аналитическая геометрия

1. Прямые $x=8$, $y=-8$ пересекают прямую $x+5y+37=0$ в точках A, B соответственно. Найти длину вектора $\vec{AB}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\sqrt{13}$	$\sqrt{26}$	$\sqrt{29}$	$\sqrt{12}$

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;-3)$ перпендикулярно вектору $\vec{N} = (3;-2)$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$3x-2y-13=0$	$3x-2y-12=0$	$3x+2y-12=0$	$2x+3y+2=0$

3. Чему равен угловой коэффициент прямой $6x-3y+4=0$? Введите числовой ответ_____

4. Какие отрезки отсекает прямая $5x-3y-15=0$ на координатных осях OX и OY?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
-3 и -5	3 и 5	3 и -5	-5 и -3

5. Указать общее уравнение прямой на плоскости.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$3x+7y=1$	$3x-7y-8=0$	$y=-8x+5$	$\frac{x}{5}+\frac{y}{6}=1$

6. Указать уравнение прямой с угловым коэффициентом.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\frac{x}{5}+\frac{y}{6}=1$	$5x-7y=1$	$3x+5y-15=0$	$y=-8x+7$

7. Указать уравнение прямой в отрезках.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$3x-7y-8=0$	$8x+2y=1$	$y=16-8x$	$\frac{x}{2}+\frac{y}{5}=1$

8. Чему равняется отрезок, отсекаемый прямой $\frac{x}{2}-\frac{2y}{7}=1$ на оси x? Введите числовой ответ_____

9. Расстояние от точки $M(2\sqrt{3},-5)$ до прямой $\sqrt{3}x+y+1=0$ равно____

10. Какая точка лежит на прямой, проходящей через точки $A(1;-5)$, $B(7;6)$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$(55;93)$	$(55;92)$	$(55;94)$	$(55;91)$

11. Определить тип кривой второго порядка $\frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(y+3)^2}{4}=0$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
Точка $(2,-3)$	Гипербола	Две пересекающиеся прямые	Эллипс

12. Определить тип кривой второго порядка $\frac{(x-2)^2}{9}-\frac{(y+3)^2}{4}=0$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
Точка $(2,-3)$	Гипербола	Две пересекающиеся прямые	Эллипс

13. Определить эксцентриситет кривой второго порядка
$\frac{(x-4)^2}{16}-\frac{(y+1)^2}{9}=1$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$5/4$	$\sqrt{7}/4$	1	$5/3$

14. Вектор нормали плоскости $(5;1;3)$. Плоскость проходит через точку $(2;-1;-3)$. Тогда общее уравнение этой плоскости

Ответ 1	$5x+y+3z=0$
Ответ 2	$\frac{x-2}{5}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+3}{3}$
Ответ 3	$2x-y-3z=0$

Ответ 4	$\frac{x-5}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{-3}$

15. Направляющий вектор прямой $(5;1;3)$. Прямая проходит через точку $(2;-1;-3)$. Тогда каноническое уравнение этой прямой

Ответ 1	$5x+y-3z=0$
Ответ 2	$\frac{x-2}{5}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+3}{3}$
Ответ 3	$2x-y-3z=0$
Ответ 4	$\frac{x-5}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{-3}$

16. Определить тип поверхности второго порядка,

$$\frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(z-3)^2}{16}=6y$$

Ответ 1	Эллиптический параболоид
Ответ 2	Гиперболический параболоид
Ответ 3	Параболический гиперболоид
Ответ 4	Эллиптический конус

17. Определить тип поверхности второго порядка

$$\frac{(x-2)^2}{9}-\frac{(y+3)^2}{4}+\frac{(z-3)^2}{16}=0$$

Ответ 1	Эллиптический параболоид
Ответ 2	Гиперболический параболоид
Ответ 3	Параболический гиперболоид
Ответ 4	Эллиптический конус

18. Общее уравнение плоскости $5x+3y-3z+14=0$. Каноническое уравнение прямой, перпендикулярной к ней и проходящей через точку $(-2;1;4)$.

Ответ 1	$\frac{x+2}{-5}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-4}{3}$
Ответ 2	$\frac{x+2}{5}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-4}{-3}$
Ответ 3	$\frac{x-2}{5}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+4}{-3}$

Ответ 4	$\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 4 - 3t \end{cases}$

19. Каноническое уравнение прямой $\frac{x+2}{5} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-4}{-4}$. Общее уравнение плоскости, перпендикулярной к ней и проходящей через точку $(2;-3;1)$.

Ответ 1	$5x + 3y - 4z + 3 = 0$
Ответ 2	$-2x + 3y + 4z + 7 = 0$
Ответ 3	$2x - 3y + z + 3 = 0$
Ответ 4	$5x + 3y - 4z - 3 = 0$

20. Эксцентриситет кривой второго порядка $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(z-3)^2}{16} = 1$ **равен**

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$5/4$	$\sqrt{7}/4$	1	$5/3$

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Предел $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2 + 2x - 4}{x^2 - 5x + 6}$ равен_____

2. Производная от функции $f(x) = 40\,\mathrm{arctg}\sqrt{x}$ в точке $x = 4$ равна_____

3. Найти образ отрезка $[1;2]$ при отображении $f(x) = 2 \cdot x + 3$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$[4;5]$	$[5;6]$	$[5;7]$	$[2;3]$

4. Найти прообраз отрезка $[5;8]$ при отображении $f(x) = 3 \cdot x - 1$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$[2;3]$	$[1;3]$	$[-1;2]$	$[2;4]$

5. Найти производную функции $y = 5 + 3x^5 - \sqrt{x}$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$5 + 15x^4 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$15x^4 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$5x^4 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$15x^4 - \frac{1}{\sqrt{x}}$

6. Вычислить значение производной $f'\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ функции $f(x)=$ $(2x+1)\cdot\sin 3x$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$-1-\frac{\pi}{3}$	$-1+\frac{2\pi}{3}$	$1-\frac{2\pi}{3}$	$-3-14\pi$

7. Указать производную функции $(x+2)\cdot e^x$.

Ответ 1	$(x+1)\cdot e^x$	**Ответ 3**	$(x-1)\cdot e^x$
Ответ 2	$(x+3)\cdot e^x$	**Ответ 4**	$(x+1)\cdot e^{x-1}$

8. Наименьшее значение функции $f(x)=2x^3-3x^2+2$ на отрезке $[0;2]$ равно____

9. Составить уравнение касательной в точке графика $y=\frac{3x+2}{x}$ при $x=1$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y=2x+4$	$y=2x+6$	$y=7-2x$	$y=3-2x$

10. Составить уравнение касательной к графику $y=x^2+3x+2$, которая параллельна прямой $x+y-2=0$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$x+2y=1$	$x+y+2=0$	$y=1-2x$	$2x+y-3=0$

11. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\,\mathrm{arctg}(x^2/a^2)}{\sin^2(x/a)\mathrm{e}^{2x/a}}$ равен

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$a/2$	$2a$	$2/a$	0

12. Производная от функции $f(x)=48\arcsin\sqrt{x}$ в точке $x=0,36$ равна_____

13. Найти производную функции $f(x)=\sqrt[3]{x^2}\,\mathrm{tg}\,2x$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\frac{4}{3}\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\frac{1}{\cos^2 2x}$	$-\frac{4}{3}\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\frac{1}{\sin^2 2x}$	$\frac{4}{3}\frac{\sqrt{x}}{\cos^2 2x}$	$\frac{4}{3}\frac{\sqrt[3]{x}}{\cos^2 2x}$

14. Вычислить значение производной $x=\frac{\pi}{2}$ функции . $f(x)=2x\cos 5x$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$-2-5\pi$	$2-5\pi$	5π	-5π

15. Указать производную функции $f(x)=(3x^2-x+5)\mathrm{e}^{-2x}$.

Ответ 1	$(-6x^2+8x-11)\mathrm{e}^{-2x}$	**Ответ 3**	$(-6x^2+8x-9)\mathrm{e}^{-2x}$
Ответ 2	$-(-6x^2+8x-1)\mathrm{e}^{-2x}$	**Ответ 4**	$(3x^2+7x-15)\mathrm{e}^{-2x}$

16. Наибольшее значение функции $f(x)=2x^3-3x^2+2$ на отрезке $[0;2]$ равно_____

17. Составить уравнение касательной к графику $y=\dfrac{3x+2}{x}$ в точке $x=1$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{11}{2}$	$y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{9}{2}$	$y=-2x+7$	$y=2x+5$

18. Составить уравнение нормали к графику $y=x^2+3x+2$ в точке $x=-1/2$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y=-\dfrac{1}{2}x+1$	$y=\dfrac{1}{2}x+1$	$y=-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$	$y=-2x-\dfrac{5}{4}$

19. Составить уравнение нормали к графику $y=\dfrac{3x+2}{x}$ в точке $x=1$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y=2x+\dfrac{11}{2}$	$y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{9}{2}$	$y=-2x+7$	$y=2x+5$

20. Составить уравнение касательной к графику $y=x^2+3x+2$ в точке $x=-1/2$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y=2x-\dfrac{1}{3}$	$y=2x+1$	$y=-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$	$y=2x+\dfrac{7}{4}$

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. По какой формуле находится частная производная $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ неявной функции двух переменных $z=z(x,y)$, заданной соотношением $F(x,y,z)=0$?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**

$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\partial F}{\partial x}$	$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$	$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{\frac{\partial F}{\partial x}}$	$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\partial F}{\partial z}\cdot\frac{\partial F}{\partial x}$

2. Чему равна частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z=\frac{9xy}{x+y}$ в точке $M(1;2)$? Введите числовой ответ_____

3. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^2y^2+2xy$ в точке $M(1;2)$ равна_____

4. Дифференциал первого порядка функции $z=\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(3;4)$ равен

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$dz=\frac{3}{5}dx+\frac{4}{5}dy$	$dz=5dx+5dy$	$dz=3dx+4dy$	$dz=\frac{7}{5}dx+\frac{7}{5}dy$

5. Уравнение касательной плоскости к поверхности $z=x^2+y^2$ в точке $M(3;4;25)$ имеет вид

Ответ 1	$6x+8y-z-25=0$
Ответ 2	$6x+8y-z-75=0$
Ответ 3	$6x+8y-z=0$
Ответ 4	$6x+8y-25z+675=0$

6. Градиент функции $z=\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(3;4)$ равен

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$3\vec{e}_x+4\vec{e}_y$	$\frac{3}{5}\vec{e}_x+\frac{4}{5}\vec{e}_y$	$\frac{3}{5}\vec{e}_x-\frac{4}{5}\vec{e}_y$	$4\vec{e}_x+3\vec{e}_y$

7. Чему равна производная функции $z=5\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(3;4)$ в направлении вектора $\vec{a}=(-3;4)$? Введите числовой ответ_____

8. Стационарной точкой функции $z=x^2+xy-3x-y$ является точка

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**

$M\left(1;1\right)$	$M\left(-1;-1\right)$	$M\left(0;0\right)$	$M\left(-1;1\right)$

9. В точке $M\left(1;1\right)$ функция $z=x^2+xy-3x-y$

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
имеет максимум	имеет минимум	не имеет экстремума	не определена

10. Условный минимум функции $z=x^2+y^2$ при условии $x+y=2$

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
равен 0	равен 1	равен 2	не существует

11. По какой формуле находится частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ неявной функции двух переменных $z=z\left(x,y\right)$, заданной соотношением $F\left(x,y,z\right)=0$?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$-\frac{\partial F}{\partial y}$	$-\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$	$-\frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{\frac{\partial F}{\partial x}}$	$-\frac{\partial F}{\partial z}\cdot\frac{\partial F}{\partial x}$

12. Чему равна частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z=\frac{x+y}{x-y}$ в точке $M\left(2;1\right)$? Введите числовой ответ_____

13. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^2y^2-2xy$ в точке $M\left(1;2\right)$ равна_____

14. Дифференциал первого порядка функции $z=\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M\left(12;-5\right)$ равен

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$dz=\frac{12}{13}dx-\frac{5}{13}dy$	$dz=\frac{12}{13}dx+\frac{5}{13}dy$	$dz=-\frac{12}{13}dx+\frac{5}{13}dy$	$dz=-\frac{7}{5}dx-\frac{7}{5}dy$

15. Уравнение касательной плоскости к поверхности $z=x^2+y^2$ в точке $M\left(3;-4;25\right)$ имеет вид

Ответ 1	$6x-8y-z-25=0$
Ответ 2	$6x-8y-z-75=0$
Ответ 3	$6x-8y-z=0$
Ответ 4	$6x-8y-25z-375=0$

16. Градиент функции $z=\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M\left(12;-5\right)$ равен

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$12\vec{e}_x-5\vec{e}_y$	$-\frac{5}{17}\vec{e}_x+\frac{12}{17}\vec{e}_y$	$\frac{12}{17}\vec{e}_x-\frac{5}{17}\vec{e}_y$	$-\frac{12}{17}\vec{e}_x+\frac{5}{17}\vec{e}_y$

17. Чему равна производная функции $z=5\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M\left(3;4\right)$ в направлении вектора $\vec{a}=\left(3;0\right)$? Введите числовой ответ____

18. Стационарной точкой функции $z=x^2+xy-3x+y$ является точка

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$M\left(-1;1\right)$	$M\left(-1;5\right)$	$M\left(1;5\right)$	$M\left(-1;-5\right)$

19. В точке $M\left(-4;1\right)$ функция $z=x^2+xy+7x+2y^2$

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
имеет максимум	имеет минимум	не имеет экстремума	не определена

20. Условный минимум функции $z=3x^2+y^2$ при условии $x+y=2$

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
равен 3	равен 1	равен 2	не существует

Раздел 5. Неопределенный интеграл

1. Первообразной для функции $y=f\left(x\right)$ называется такая функция $F\left(x\right)$, что

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$F\left(x\right)=f'\left(x\right)$	$\left\|F\left(x\right)\right\|=f\left(x\right)$	$\sqrt{F\left(x\right)}=f\left(x\right)$	$F'\left(x\right)=f\left(x\right)$

2. Неопределенным интегралом от функции $y=f\left(x\right)$ называется

Ответ 1	любая первообразная этой функции
Ответ 2	множество всех первообразных этой функции
Ответ 3	произвольная постоянная
Ответ 4	множество всех постоянных функций

3. Какое из свойств не выполняется для неопределенного интеграла

Ответ 1	интеграл от суммы функций равен сумме интегралов от каждой функции
Ответ 2	интеграл от произведения функций равен произведению интегралов от каждой функции
Ответ 3	постоянный множитель можно выносить за знак неопределенного интеграла
Ответ 4	производная от интеграла равна подынтегральной функции

4. К какому интегралу следует применить метод интегрирования по частям?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\int \sin 2x dx$	$\int \sin 2x \cdot \cos 2x dx$	$\int x \sin 2x dx$	$\int \frac{\sin 2x}{\cos 2x} dx$

5. Какой из интегралов можно найти с помощью правила линейной замены?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\int \operatorname{arctg} x dx$	$\int \cos(3x+1) dx$	$\int \frac{dx}{x(x+1)}$	$\int \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx$

6. Какой из интегралов можно вычислить внесением под знак дифференциала?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$	$\int \cos^2 x dx$	$\int \frac{dx}{x(x+1)}$	$\int \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx$

7. Какой из интегралов является интегралом от рациональной дроби?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$	$\int \frac{1+x^2}{1-\sqrt{x}} dx$	$\int \frac{dx}{x^2+2x-3}$	$\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$

8. Какая тригонометрическая подстановка называется универсальной?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\sin x = t$	$\operatorname{tg} x = t$	$\cos x = t$	$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$

9. Какая подстановка рационализирует интеграл $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\sin x = t$	$\operatorname{tg} x = t$	$\cos x = t$	$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$

10. Какой из интегралов нельзя привести к интегралу от рациональной функции?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+1}}dx$	$\int x\cdot\sqrt[3]{\sqrt{x}+1}\,dx$	$\int \sqrt{x}\cdot\sqrt[4]{x^2+1}\,dx$	$\int \sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x^2+1}\,dx$

11. $\int \frac{\mathrm{d}x}{9+x^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{a}\right)+C$ Введите число a

12. $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{16-x^2}} = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right)+C$ Введите число a

13. $\int \mathrm{e}^{-3x}\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^{-3x}}{a}+C$ Введите число a

14. $\int \frac{\mathrm{d}x}{(2x-3)^3} = \frac{1}{a(2x-3)^2}+C$ Введите число a

15. Какие подстановки рационализируют интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 x+5}$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\sin x = t$	$\operatorname{tg} x = t$	$\cos x = t$	$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = t$

16. К какому интегралу следует применить метод интегрирования по частям?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int x^2\mathrm{e}^{-5x}dx$	$\int \sin 2x\cdot\cos 2x dx$	$\int \sin^2 2x dx$	$\int \frac{\sin 2x}{\cos 2x}dx$

17. Какой из интегралов можно вычислить внесением под знак дифференциала?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x}dx$	$\int \cos^2 x dx$	$\int \frac{\mathrm{e}^{\operatorname{tg} x}dx}{\cos^2 x}$	$\int \frac{x}{1+\sqrt{x}}dx$

18. $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{9-4x^2}} = \frac{1}{a}\arcsin\left(\frac{ax}{3}\right)+C$ Введите число a

19. Какой интеграл берется с помощью понижения степени?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int \mathrm{e}^{-5x}dx$	$\int x^6 dx$	$\int \sin^4 2x dx$	$\int \sin^3 5x dx$

20. Какая подстановка рационализирует интеграл $\int \frac{\sqrt{x}+3\sqrt[4]{x}}{2\sqrt[3]{x}}\mathrm{d}x$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$x=t^2$	$x=t^3$	$x=t^4$	$x=t^{12}$

Раздел 6. Определенный интеграл

1. Значением определенного интеграла от непрерывной функции одной переменной является

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
число	вектор	функция	интегральная сумма

2. Среднее значение функции $y=3x^2+1$ на отрезке $[1;3]$ равно

3. Геометрический смысл определенного интеграла $\int\limits_a^b f(x)dx,\ f(x)\geq 0$

это

Ответ 1	объем куба с ребром $a=f(x)$
Ответ 2	площадь круга с радиусом $r=f(x)$
Ответ 3	площадь сферы радиуса $r=f(x)$
Ответ 4	площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $f(x)$

4. Какой из интегралов является несобственным интегралом первого рода?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int\limits_{-4}^{4}\frac{dx}{1+x^2}$	$\int\limits_{-4}^{0}\frac{dx}{1+x^2}$	$\int\limits_{4}^{+\infty}\frac{dx}{x^2}$	$\int\limits_{0}^{4}\frac{dx}{1-x^2}$

5. Какой из интегралов является несобственным интегралом второго рода?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int\limits_{-4}^{4}\frac{dx}{1+x^2}$	$\int\limits_{-4}^{0}\frac{dx}{1+x^2}$	$\int\limits_{4}^{+\infty}\frac{dx}{x^2}$	$\int\limits_{0}^{4}\frac{dx}{1-x^2}$

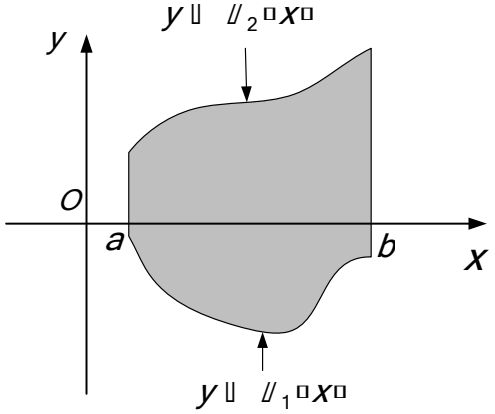
6. В каком интеграле правильно выполнено интегрирование по частям?

Ответ 1	$\int_a^b x^2 \cos 2x dx = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big\|_{x=a}^{x=b} - \frac{1}{2} \int_a^b x^2 \sin 2x dx$
Ответ 2	$\int_a^b x^2 \cos 2x dx = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big\|_{x=a}^{x=b} + \frac{1}{4} \int_a^b x \sin 2x dx$
Ответ 3	$\int_a^b x^2 \cos 2x dx = x \sin 2x \Big\|_{x=a}^{x=b} - \int_a^b x \cos 2x dx$
Ответ 4	$\int_a^b x^2 \cos 2x dx = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big\|_{x=a}^{x=b} - \int_a^b x \sin 2x dx$

7. В каком интеграле правильно проведена замена переменной?

Ответ 1	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \left\|1 + x = t^2\right\| = \int_0^1 \frac{dt}{t}$
Ответ 2	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \left\|1 + x = t^2\right\| = 2\int_0^1 \frac{dt}{t}$
Ответ 3	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \left\|x = t^2 - 1\right\| = 2\int_1^2 dt$
Ответ 4	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \left\|x = t^2 - 1\right\| = 2\int_1^{\sqrt{2}} dt$

8. На рисунке изображена плоская область. По какой формуле находится ее площадь?



Ответ 1	$\int_a^b \left[\varphi_1(x) + \varphi_2(x)\right] dx$

Ответ 2	$\int_a^b \left[\varphi_1(x)-\varphi_2(x)\right]dx$
Ответ 3	$\int_a^b \left[\varphi_2(x)-\varphi_1(x)\right]dx$
Ответ 4	$\int_a^b \varphi_1(x)\cdot\varphi_2(x)\,dx$

9. Материальная точка единичной массы переместилась по оси Ox из положения $x=3$ в положение $x=5$. Чему равна работа силы $F(x)=1+x$ на этом перемещении?_____

10. Тело начинает движение со скоростью $v=t^2+1$. Какой путь пройдет тело за время от $t=0$ до $t=3$? _____

11. Вычислить момент инерции плоского диска радиуса R с поверхностной плотностью массы $\sigma(r)=\alpha r$ и выразить его через массу диска и радиус

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\frac{1}{3}mR^2$	$\frac{5}{3}mR^2$	$2mR^2$	$\frac{1}{2}mR^2$

12. Определить момент инерции относительно оси Oy площади треугольника с вершинами $\mathrm{A}(0,2a)$, $\mathrm{B}(a,0)$ и $\mathrm{C}(a,a)$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$2a^4$	$\frac{a^4}{4}$	$\frac{a^4}{3}$	$\frac{a^4}{6}$

13. Определить центр масс однородного полушара $x^2+y^2+z^2=R^2$, $z>0$

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\frac{4}{9}R$	$\frac{1}{2}R$	$\frac{1}{4}R$	$\frac{3}{8}R$

14. Какое векторное поле $\vec{a}(\vec{r})$ является потенциальным

Ответ 1	$\vec{a}(\vec{r})=\frac{1}{3}xy^3\vec{e}_x+x^2y^2\vec{e}_y$
Ответ 2	$\vec{a}(\vec{r})=\frac{1}{3}xy^3\vec{e}_x+\frac{1}{2}x^2y^2\vec{e}_y$

Ответ 3	$\vec{a}(\vec{r}) = xy^3\vec{e}_x + \frac{1}{2}x^2y^2\vec{e}_y$
Ответ 4	$\vec{a}(\vec{r}) = xy^3\vec{e}_x + x^2y^2\vec{e}_y$

15. Какое утверждение не является признаком потенциальности векторного поля $\vec{a}(\vec{r})$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\oint_l \vec{a}\,d\vec{l} = 0$	$\oint_S \vec{a}\,d\vec{S} = 0$	$\int_{\vec{r}_1(l_1)}^{\vec{r}_2} \vec{a}\,d\vec{l} = \int_{\vec{r}_1(l_2)}^{\vec{r}_2} \vec{a}\,d\vec{l}$	$\vec{a} = -\operatorname{grad}\varphi$

16. Какое утверждение является признаком соленоидальности векторного поля $\vec{a}(\vec{r})$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\oint_l \vec{a}\,d\vec{l} = 0$	$\vec{a} = -\operatorname{grad}\varphi$	$\int_{\vec{r}_1(l_1)}^{\vec{r}_2} \vec{a}\,d\vec{l} = \int_{\vec{r}_1(l_2)}^{\vec{r}_2} \vec{a}\,d\vec{l}$	$\oint_S \vec{a}\,d\vec{S} = 0$

17. При каком значении параметра β векторное поле $\vec{a}(\vec{r}) = \frac{1}{3}\frac{y^3}{x^2}\vec{e}_x + \beta\frac{y^2}{x}\vec{e}_y$ является потенциальным_____

18. Интеграл от векторного поля $\vec{a}(\vec{r}) = 3r^2\vec{e}_r$ от точки $(0,1)$ до точки $(2,0)$ по прямой равен_____

19. Интеграл от векторного поля $\vec{a}(\vec{r}) = 2r_\perp \cdot \vec{e}_{r_\perp}$ от точки $(2,0,0)$ до точки $(4,3,2)$ по прямой равен_____

20. Интеграл от векторного поля $\vec{a}(\vec{r}) = 3\sqrt{z}\cdot\vec{e}_{z_\perp}$ от точки $(2,7,0)$ до точки $(4,3,9)$ по прямой равен_____

Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Какая из функций является решением дифференциального уравнения $3x\cdot y' = 5y$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y = \sqrt[5]{x^3}$	$y = x^3 + x^5$	$y = \sqrt{x^5}$	$y = \sqrt[3]{x^5}$

2. Чему равно общее решение уравнения $2\cdot y' = 7\cdot y$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4

$y = e^{\frac{7}{2}\cdot x}$	$y = C\cdot e^{\frac{x}{7}}$	$y = 2\cdot e^{7\cdot x} + C$	$y = C\cdot e^{\frac{7}{2}\cdot x}$

3. Чему равно решение задачи Коши $y' - 4\cdot x = 3$, $y(1) = 3$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y = 2x^2 - 2x + 3$	$y = 2x^2 + x$	$y = 2x^2 + 3x + 2$	$y = 2x^2 + 3x - 2$

4. Чему равно общее решение уравнения $2\cdot x\cdot y' = 7\cdot y$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y = C\cdot x^{-\frac{2}{7}}$	$y = C\cdot x^7$	$y = C\cdot x^{\frac{2}{7}}$	$y = C\cdot x^{\frac{7}{2}}$

5 .Указать задачу Коши.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y' = y$, $y(0) = 1$	$y' = x + 1$, $y'(1) = 0$	$x\cdot y' = y$, $y(x) = 1$	$y' = 3$, $y(1) = \sqrt{x}$

6. В какой точке нарушаются условия теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнения $y' = \frac{3x + 2y}{3x - 9y}$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$(9;3)$	$(2;3)$	$(3;2)$	$(9;-3)$

7. К какому уравнению следует применить замену $z = \frac{y}{x}$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y\cdot y' = x^2 + y$	$x\cdot y' = \frac{y}{x}$	$x\cdot y' = \frac{x - y}{x + y}$	$x\cdot y' = \frac{y}{x}\cdot y$

8. К какому уравнению следует применить замену $y = u\cdot v$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y\cdot y' = x^2 + y$	$x\cdot y' = \frac{x - 2y}{x + y}$	$x^2 - \frac{y'}{x} = y\cdot e^x$	$y' = \frac{y}{x}\cdot y$

9. Указать дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y' = \frac{x^2 + y}{\sqrt{x}}$	$\frac{2y + 1}{3x - 2} = x\cdot y'$	$\frac{x\cdot y'}{y + x} = 1$	$y' = \frac{1 + y}{x + y}$

10. Указать однородное дифференциальное уравнение.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\frac{x}{y}\cdot y' = \frac{x - y}{x + y}$	$x\cdot y' = \frac{x - 2y}{x + y}$	$y' = \frac{x + y}{y^2}$	$\frac{x}{y}\cdot y' = y$

11. Дана задача Коши. $y' + \frac{1}{\cos^2 x}y = 0$, $y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \mathrm{e}$. Введите $y(0)$

____

12. Дана задача Коши. $y' + \frac{1}{\sin^2 x}y = 0$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\mathrm{e}$. Введите $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$

_____

13. Дана задача Коши. $(x-3)y'-3(y-1)=0,\ y(4)=2$. Введите $y(5)$

_____

14. Дана задача Коши. $(x-2)y'-2(y-3)=0,\ y(3)=4$. Введите $y(4)$

_____

15. Понижение порядка **не** допускает уравнение

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y''' = \sin x$	$y'' = y' \sin y$	$y''' = y'' \sin xy$	$y''' = y'' \sin x$

16. Для решения какого уравнения необходимо применить замену $z(x) = y'(x)$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y''' + 2y' + \mathrm{e}^y = 0$	$y'' = y' \sin x$	$y''' = y'' \sin xy$	$y''' = \sin x$

17. Для решения какого уравнения необходимо применить замену $z(y) = y'(x)$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y''' + 2y' + \mathrm{e}^y = 0$	$y''' = y'' \sin x$	$y''' = y'' \sin xy$	$y''' = \sin x$

18. Характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения $y''' + 2y'' - 5y' + 4y = 0$ имеет вид

Ответ 1	$k^2 + 4k - 5 = 0$
Ответ 2	$k^4 + 2k^3 - 5k^2 + 4k = 0$
Ответ 3	$k^3 + 2k^2 - 5k + 4 = 0$
Ответ 4	$k(k-1)(k-2) + 2k(k-1) - 5k + 4 = 0$

19. Корни характеристического уравнения линейного дифференциального уравнения $y''' - 3y'' + 2y' = 3x \sin 2x$ равны

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$-1, 0, 2$	$-1, 0, 1$	$-1, -1, 2$	$0, 1, 2$

20. Чему равно общее решение уравнения $y'' + 4y' + 20y = 0$?

Ответ 1	$y = \mathrm{e}^{-2x}(C_1 \cos 4x + C_1 \sin 4x)$
Ответ 2	$y = \mathrm{e}^{-2x}(C_1 \mathrm{e}^{4x} + C_1 \mathrm{e}^{-4x})$
Ответ 3	$y = \mathrm{e}^{-4x}(C_1 \cos 2x + C_1 \sin 2x)$
Ответ 4	$y = \mathrm{e}^{4x}(C_1 \mathrm{e}^{2x} + C_1 \mathrm{e}^{-2x})$

3 Выполнение практических работ

Задания для практических работ, теоретический и методический материал для самостоятельного изучения и вопросы для собеседования представлены в методических указаниях к практическим занятиям.

Примеры практических заданий

Раздел 1. Векторная и линейная алгебра.

Тема 1.1.

1. Определить четность размещения

(3 2 5 4 7 6 9 1 8 10)

2. Вычислить определитель третьего порядка при наличии двух нулей в строке или столбце или при наличии трех нулей в разных строках и столбцах.

1) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 5 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

Тема 1.2.

1. Перемножить матрицы

1) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

2. Обратить квадратную матрицу второго порядка

1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

3. Решить неоднородную систему из 3 уравнений с 3 неизвестными любым методом

$$\begin{cases} x - y + z = 10, \\ 2x + y - 2z = 3, \\ x + 3y - 2z = 0. \end{cases}$$

4. Найти общее решение однородной системы методом Гаусса - Жордана. Выбрать какое-нибудь фундаментальное решение

1)

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 14x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$$

Тема 1.3.

1. Решить задачу.

Дано $\overrightarrow{AB} = (3;-2;4)$, $A(-4;4;3)$. Найти координаты точки В.

2. Решить задачу

Вычислить проекцию вектора $\vec{a} = (-1;4;3)$ на направление вектора $\vec{b} = (-4;2;0)$.

3. Решить задачу.

Даны три точки $A(1;-3;5)$, $B(2;-7;3)$, $C(3;-1;1)$. Найти площадь треугольника ABC и его высоту, опущенную из вершины А.

Раздел 2. Аналитическая геометрия;

Тема 2.1.

1. Выписать параметрическое уравнение прямой, проходящей через точки плоскости $(-1,-2)$ и $(2,-4)$.

2. Параметрическое уравнение прямой $\begin{cases} x = -2 + 3t, \\ y = -1 - 4t, \\ z = 3 - 2t. \end{cases}$ Выписать каноническое уравнение этой прямой.

3. Направляющий вектор прямой на плоскости $(2,3)$. Прямая проходит через точку $(1,-4)$. Выписать параметрическое уравнение этой прямой.

Тема 2.2.

1. Общее уравнение плоскости $5x + 3y - 3z + 14 = 0$. Выписать каноническое уравнение прямой, перпендикулярной к ней и проходящей через точку $(-2,1,4)$.

2. Каноническое уравнение прямой $\frac{x-2}{-3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z}{4}$. Выписать параметрическое уравнение этой прямой.

3. Выписать уравнение плоскости в отрезках, если она пересекает оси x, y и z в точках 3, –2, 4.

Тема 2.3.

1. Определить тип кривой второго порядка и ее параметры $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+3)^2}{4} = 0$.

2. Определить тип поверхности второго порядка, ее параметры и ориентацию $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(z-3)^2}{16} = 6y$.

3. Определить тип поверхности второго порядка, ее параметры и ориентацию $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+3)^2}{4} + \frac{(z-3)^2}{16} = 0$.

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Тема 3.1.

1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4+5x^2-6x}{-3x^5+2x^3-3x^2}$.

2. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}(\mathrm{e}^{2x^2}-1)\operatorname{ctg}^2 x$.

3. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+17x+60}{x^2+7x+10}$.

Тема 3.2.

1. Вычислить производную от функции $f(x)=\mathrm{e}^{-x}\operatorname{tg}(2x)$.

2. Вычислить производную от функции $f(x)=\ln\left(\left|\sin(x^2)\right|\right)$.

3. Вычислить производную от функции $f(x)=\dfrac{\operatorname{ctg}(x)}{x}$.

Тема 3.3.

1. Найти точки экстремума функции $f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2}$ и определить их тип.

2. Выполнить полное исследование функции $f(x)=x\ln(x)$ и построить ее график.

3. Выполнить полное исследование функции $f(x)=x\sqrt{x+3}$ и построить ее график.

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Тема 4.1.

1. Вычислить частную производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^2y^3-2\dfrac{x}{y}$ в точке $M(1;2)$.

2. Выписать полный дифференциал функции $f(x,y)=xe^{-y}$.

3. Выписать полный дифференциал функции $f(x,y)=\dfrac{y^2}{x}$

Тема 4.2.

1. Найти экстремумы функции $z=x^2+xy-3x-y$

2. Найти экстремумы функции $z=x^2+xy+7x+2y^2$

3. Найти экстремумы функции $z=3x^2+y^2$ при условии $x+y=2$.

Тема 4.3.

1. Выписать градиент функции $f(x,y)=\dfrac{y}{x}\sin\left(\dfrac{x}{y}\right)$

2. Вычислить производную функции $z(x,y)=\operatorname{arctg}(xy-3x+2y)$ в точке M(−1, −2) по направлению к точке N(3, −5).

3. Вычислить производную функции $z(x,y)=\ln(xy-3x-2y)$ в точке M(3, 10) по направлению к точке N(6, 6).

Раздел 5. Неопределенный интеграл.
Тема 5.1.

1. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{x^2-9}{x^2-8}dx.$.

2. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{(1+2x^2)dx}{x^2(1+x^2)}$..

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int(1+\cos 2x)^2\,\mathrm{d}\,x$.

Тема 5.2.

1. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{\mathrm{e}^{1/x}}{x^2}\mathrm{d}\,x$.

2. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{x\cos x}{\sin^3 x}\mathrm{d}\,x$.

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{x}{\cos^2 x}\mathrm{d}\,x$.

Тема 5.3.

1. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{2x+7}{x^2+x-2}\mathrm{d}\,x$.

2. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{5x-1}{x^3-3x-2}\mathrm{d}\,x$.

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{3x^2+2x+1}{(x+1)^2(x^2+1)}\mathrm{d}\,x$.

Тема 5.4.

1. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}}\mathrm{d}\,x$.

2. Вычислить неопределенный интеграл $\int\sin^2 x\cos^4 x\,\mathrm{d}\,x$.

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{\mathrm{d}\,x}{5+3\cos x}$.

Раздел 6. Определенный интеграл.
Тема 6.1.

1. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_0^1\frac{x\,\mathrm{d}\,x}{\sqrt{1+x^2}}$.

2. Вычислить определенный интеграл $\int_4^9 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}-1}$.

3. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+1}$.

Тема 6.2.

1. Найти объем фигуры, полученной при вращении параболы $y^2 = 2px$ вокруг оси x.

2. Определить силу давления воды на плотину в форме параболического сегмента с хордой, равной 2*a* и высотой *h*, опущенную вертикально в воду так, что хорда совпадает с поверхностью воды.

3. Вычислите длину дуги полукубической параболы $y = \sqrt{(x-2)^3}$ от точки A(2,0) до точки B(6,8).

Тема 6.3.

1. Исследовать на сходимость интеграл $\int_0^\infty \frac{x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{x^4+1}}$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_1^\infty \frac{\mathrm{d}x}{x^2+x}$.

3. Вычислить определенный интеграл $\int_2^6 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt[8]{(4-x)^2}}$.

Раздел 7.Дифференциальные уравнения.

Тема 7.1.

1. Решить уравнение $2xy' + y^2 = 1.$

2. Решить уравнение $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2.$

3. Решить уравнение $xy' - y = x^2 \cos x.$

Тема 7.2.

1. Решить уравнение $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}.$

2. Решить уравнение $y'' - 2\operatorname{ctg} x \cdot y' = \sin^3 x.$

3. Решить уравнение $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0.$

Тема 7.3.

1. Вычислить по формуле Муавра $(1+\mathrm{i})^{10}$.

2. Решить уравнение $x^6 + 64 = 0.$

3. Вычислить $\sqrt[4]{-8+8\mathrm{i}\sqrt{3}}$.

Тема 7.4.

1. Решить уравнение $y''-2\sqrt{6}y'+15y=0$.

2. Решить уравнение $y''-6y'+9y=0$.

3. Решить уравнение $y''+3y'+2y=0$.

Тема 7.5.

1. Решить задачу Коши $y''-y=x\,\mathrm{e}^{x},\ y(0)=0,\ y'(0)=1$.

2. Решить задачу Коши $y''+4y=1/\sin 2x,\quad y(\pi/4)=1,\ y'(\pi/4)=1$.

3. Решить задачу Коши $y''+6y'+8y=3x^2+2x+6,\quad y(0)=0,\ y'(0)=0$.

4.1 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации(1 семестр)

1 Определитель 2-го и 3-го порядка. Перестановки. Определитель произвольного порядка. Свойства определителей. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу).

2 Матрицы. Определение матрицы, размер матрицы. Матрица-столбец и матрица-строка. Символ Кронекера, Типы матриц.

3 Действия над матрицами. Транспонирование матрицы. Сложение и умножение матриц.

4 Квадратные матрицы. Определитель матрицы. Вырожденная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная независимость. Базисный минор.

5 Система линейных алгебраических уравнений. Матрица и расширенная матрица системы. Неоднородная и однородная системы. Совместность и определенность системы. Теорема Кронекера – Капелли.

6 Решение неоднородной системы при $m=n,\ \det(a)\neq 0$. Матричный метод. Метод Крамера. Метод Гаусса. Существование и единственность решения.

7 Решение неоднородной системы в общем случае. Зависимые и свободные неизвестные. Общее решение. Решение однородной системы. Выбор фундаментальной системы решений. Общее решение.

8 Векторная алгебра. Сложение векторов. Разложение вектора по базису. Компоненты и составляющие вектора. Орты. Ортонормированный базис. Скалярное произведение. Проекция вектора на вектор.

9 Векторное произведение, его свойства, геометрический смысл. Правая и левая тройки векторов. Смешанное произведение векторов, его свойства, геометрический смысл. Двойное векторное произведение.

10 Переход от одного базиса к другому. Прямое и обратное преобразования. Преобразования на плоскости. Линейное преобразование векторов. Линейная и угловая скорость, моменты силы и импульса.

11 Аналитическая геометрия на плоскости. Общее уравнение линии. Полярные координаты. Направляющий и нормальный векторы прямой. Различные формы уравнений прямой на плоскости.

12 Аналитическая геометрия в пространстве. Поверхность и линия. Нормальный вектор плоскости. Направляющий вектор прямой. Различные формы уравнений плоскости и прямой в пространстве.

13 Эллипс. Каноническое уравнение. Полуоси. Фокусы. Директрисы. Определение. Оптические свойства. Эксцентриситет. Фокальный параметр. Параметрическое уравнение. Окружность.

14 Кривые 2-го порядка. Гипербола. Каноническое уравнение. Полуоси. Фокусы. Директрисы. Определение гиперболы. Оптические свойства. Эксцентриситет. Фокальный параметр.

15 Парабола. Каноническое уравнение. Директриса. Фокальный параметр. Определение. Оптические свойства. Вырождение кривой 2-го порядка. Общий критерий типа. Уравнение в полярных координатах.

16 Общее уравнение поверхности второго порядка. Эллипсоид. Сплюснутый и вытянутый эллипсоид вращения. Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид. Гиперболоиды вращения.

17 Эллиптический параболоид. Параболоид вращения. Гиперболический параболоид. Седло. Линейчатые и развертывающиеся поверхности. Цилиндры и конусы 2-го порядка. Образующие и направляющие.

18 Числовые последовательности. Возрастающие, убывающие, монотонные, ограниченные последовательности. Предел последовательности. Сходимость. Порядок бесконечно малых.

19 Функции одной переменной. Область определения функции. ε-окрестность точки. Предел функции. Неопределенности. Замечательные пределы. Непрерывность функции. Точки разрыва.

20 Производная. Дифференциал. Геометрический смысл производной. Приближенное вычисление приращения функции. Производная сложной функции. Производные произведения и частного.

21 Обратные функции, их производные. Таблица производных. Логарифмическая производная. Производная степенно-показательной функции. Производная функции, заданной параметрически.

22 Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Острый и гладкий экстремумы. Необходимые и достаточные условия экстремумов. Наибольшие и наименьшие значения.

23 Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Точки перегиба. Асимптоты вертикальные, горизонтальные, наклонные. Алгоритм исследования функций.

24 Приложения производной. Правило Лопиталя. Уравнения касательной и нормали к кривой. Скорость. Ускорение.

25 Функции нескольких переменных. Предел функции. Частные производные. Полный дифференциал.

26 Частные производные высших порядков. Независимость смешанных производных от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков и формула Тейлора.

27 Линейная дифференциальная форма, условия ее интегрируемости. Соотношения Даламбера – Эйлера. Однородные функции, теорема Эйлера. Неявные функции. Полная производная сложной функции.

28 Экстремумы функций нескольких переменных, необходимые и достаточные условия. Условный экстремум. Метод Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значение функции в ограниченной области.

29 Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент. Связь производной по направлению с градиентом. Экстремальные свойства градиента.

30 Поверхности уровня. Перпендикулярность градиента поверхности уровня. Геометрический и физический смысл градиента. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.

4.2 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации(2 семестр)

1 Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Методы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. Круговой интеграл. Табличные интегралы.

2 Интегрирование дробно-рациональных функций. Разложение дробно-рациональной функции на элементарные дроби. Интегрирование элементарных дробей.

3 Интегрирование тригонометрических функций. Понижение степени. Универсальная тригонометрическая подстановка.

4 Интегрирование иррациональных выражений. Степенные подстановки. Тригонометрические подстановки. Дифференциальный бином и три подстановки.

5 Определенный интеграл как предел сумм. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница. Свойства определенного интеграла. Замена переменной в определенном интеграле.

6 Несобственные интегралы, два их типа, сходимость. Существование интеграла.

7 Приложения определенного интеграла. Геометрические приложения. Приложения к механике.

9 Двойной интеграл. Тройной и кратные интегралы.

10 Криволинейный интеграл 1 рода. Поверхностный интеграл 1 рода.

11 Цилиндрическая и сферическая системы координат. Координатные линии и поверхности. Связи между координатами разных систем. Элементы площадей координатных поверхностей и объема.

12 Приложения кратных интегралов. Площадь. Объем. Масса. Статический момент. Центр масс. Моменты инерции.

13 Векторное поле. Линии поля, трубка поля. Криволинейный интеграл 2 рода. Сведение его к интегралу 1 рода и к трем однократным интегралам. Циркуляция.

14 Поверхностный интеграл 2 рода (поток). Сведение его к интегралу 1 рода и к трем двойным интегралам. Поток через замкнутую поверхность.

15 Потенциальное векторное поле, его признаки. Соленоидальное векторное поле, его признаки.

16 Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Задача Коши. Особое решение.

17 Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

18 Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.

19 Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

20 Уравнение Бернулли.

21 Дифференциальные уравнения высших порядков. Общее и частное решения. Задача Коши.

22 Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

23 Линейные однородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения. Фундаментальная система решений.

24 Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера построения фундаментальной системы решений.

25 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения.

26 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных Лагранжа для построения частного решения.

27 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.. Метод неопределенных коэффициентов Эйлера построения частного решения.

28 Линейные колебания. Собственные колебания без трения.

29 Линейные колебания. Собственные колебания с трением. Затухание. Коэффициент затухания. Время релаксации. Логарифмический декремент и добротность.

30 Линейные колебания. Вынужденные колебания с синусоидальной правой частью. Резонанс.

5.1 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации (1 семестр)

1. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4, \\ 3x + 4y - 2z = 11, \\ 3x - 2y + 4z = 11. \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8, \\ 2x - y - 3z = -4, \\ x + 5y + z = 0. \end{cases}$$

3. Через точку $M(2;5)$ прямая проходит так, что ее отрезок, заключенный между осями координат, делится в этой точке пополам. Запишите уравнение этой прямой.

4. Составьте уравнения катетов прямоугольного равнобедренного треугольника, зная уравнение гипотенузы $2x + 3y - 5 = 0$ и вершину прямого угла $C(2;-1)$.

5. Через вершины треугольника $A(-1;2), B(3;-1)$ и $C(0;4)$ проведены прямые параллельно противолежащим сторонам. Составьте их уравнения.

6. Составьте каноническое уравнение гиперболы, заданной уравнением $9x^2 - 16y^2 = 144$. Найдите координаты ее фокусов, эксцентриситет и уравнения асимптот. Что характеризует величина эксцентриситета данной гиперболы?

7. Найдите вектор $\overline{x}$, перпендикулярный к векторам $\vec{a} = (2;-3;1)$ и $\vec{b} = (1;-2;3)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x} \cdot \vec{c} = 10$, если $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}$.

8. Докажите, что точки $A(2;-1;-1), B(1;2;1), C(2;3;0)$ и $D(1;6;2)$ лежат в одной плоскости.

9. Составьте уравнение плоскости, проходящей через прямую

$x = 2t + 1,\ y = -3t + 2,\ z = 2t - 3$ и точку $M(2;-2;1).$

10. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$ перпендикулярно к плоскости $6x + y + 5z - 1 = 0$.

11. Найдите расстояние от точки $A(1;1;3)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(5;2;3), M_2(2;2;1)$ и $M_3(4;1;6).$

12. Вычислите объем и высоту треугольной пирамиды $ABCD$, опущенную из вершины D, если заданы вершины пирамиды $A(1;1;1), B(2;0;2), C(2;2;2), D(3;4;-3).$

13. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;1;4)$ и перпендикулярной к прямой $\begin{cases} x+y-z=0, \\ 2x-y+2=0. \end{cases}$

14. Проведите классификацию функций по свойствам монотонности, ограниченности, четности или нечетности, периодичности; изобразите график функции $y=\frac{4}{x}.$

15. Вычислите пределы, используя преобразования функций и замечательные пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-2}{x^2-4}$; б) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x-4}{x^2+x-20}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x+1}$.

16. Найдите производные функции от заданных функций:

а) $y=\sqrt[3]{\cos\frac{x}{2}}$; б) $u=\frac{2}{3}\cos(3t+1)$; в) $y=\frac{x}{\ln x}.$

17. Исследуйте функцию на непрерывность, укажите тип точек разрыва. Постройте графики функции $f(x)=\begin{cases} x^2+2x+1, & x<2; \\ 4-x, & 2\le x<\pi; \\ \operatorname{tg} x, & x\ge\pi. \end{cases}$

18. Составьте уравнение касательной к кривой, заданной параметрически $x=\sin t,\ y=\cos 2t,$ в точке, заданной значением параметра $t_o=\frac{\pi}{6}.$

19. Изобразите линии уровня данной функции $z=\sqrt{1-\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}}$.

20. Найдите частные производные функции первого порядка от функции:

$$z = f(x, y) = \sin\frac{y}{x} + y\ln\frac{x}{y}.$$

21. Найдите частные производные функции первого порядка от функции

$$u = f(r, s) = \sqrt{1 + sr^2} + \sqrt{\frac{s}{r}}.$$

22. Найдите значение полного дифференциала функции $z = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$ при $x = 2$, $y = 4$, $\Delta x = 0,1$, $\Delta y = 0,2$.

23. Найдите производную функции $z = \operatorname{arctg}(xy)$ в точке $\mathrm{M}(1;1)$ в направлении биссектрисы первого координатного угла.

24. Найти градиент заданной функции $z = \dfrac{xy}{x + y}$ в указанной точке $\mathrm{M}(2;2)$.

25. Найти градиент заданной функции $u = x^3 + y^3 + z^3$.

26. Найдите скорость изменения функции $f(x, y, z) = 3xy^2 - yz^2 + 3zx^2$ в точке $P(1;-1;2)$ по направлению от точки P к точке $\mathrm{Q}(4;3;1)$.

27. Найти экстремум функции двух переменных
$z = 2x^2 - 4xy + 6y^2 - 8x + 16y + 19$

28. Найти экстремум функции двух переменных $z = x^2 + 2y^2 - 4x + 12y$

29. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$ в указанной точке $\mathrm{M}(1;1;\pi/4)$

30. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 2x^2 - 4y^2$ в указанной точке $\mathrm{M}(2;1;4)$.

31. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\sin 2x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

32. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x - 1}{\ln x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

33. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1 - \cos x}{x^2}$, пользуясь правилом Лопиталя.

34. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x - \sin x}{x^3}$, пользуясь правилом Лопиталя.

35. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x-\sin x}{x-\sin x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

36. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

37. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\mathrm{e}^{x}}{x^{3}}$, пользуясь правилом Лопиталя.

38. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\operatorname{arctg} x}{x^{3}}$, пользуясь правилом Лопиталя.

39. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to \pi/4}\dfrac{1-\operatorname{tg} x}{\cos 2x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

40. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{1-x^{3}}$, пользуясь правилом Лопиталя.

41. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to \pi/6}\dfrac{1-2\sin 2x}{\cos 3x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

42. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to \pi/4}\dfrac{1-\mathrm{e}^{2x}}{\operatorname{tg} x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

43. Исследуйте функцию $y=x\ln x$ и постройте ее график.

44. Исследуйте функцию $y=\dfrac{1-2x}{x^{2}-x}$ и постройте ее график.

45. Исследуйте функцию $y=\mathrm{e}^{\operatorname{arctg} x}$ и постройте ее график.

46. Исследуйте функцию $y=\dfrac{2}{x^{2}+x+1}$ и постройте ее график.

47. Исследуйте функцию $y=\left(\dfrac{x^{2}+2}{x-1}\right)^{2}$ и постройте ее график.

48. Исследуйте функцию $y=\mathrm{e}^{1/x}$ и постройте ее график.

49. Исследуйте функцию $y=x^{2}+\dfrac{2}{x}$ и постройте ее график.

50. Исследуйте функцию $y=x-\ln x$ и постройте ее график.

51. Исследуйте функцию $y=x(\ln x)^{2}$ и постройте ее график.

52. Исследуйте функцию $y=x\sqrt{x+3}$ и постройте ее график.

53. Исследуйте функцию $y=x(\ln x)^{2}$ и постройте ее график.

54. Исследуйте функцию $y=\mathrm{e}^{\frac{1}{2-x}}$ и постройте ее график.

55. Вычислите производные от следующих функций

1) $y(x)=\dfrac{\operatorname{arctg} x}{x}$; 2) $y(x)=\left(1-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$; 3) $y(x)=x^2\operatorname{ctg} x$;

56. Вычислите производные от следующих функций

1) $y(x)=\dfrac{\cos x}{x^2}$; 2) $y(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$; 3) $y(x)=\dfrac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x}}$;

57. Вычислите производные от следующих функций

1) $y(x)=\dfrac{\cos x}{1-\sin x}$; 2) $y(x)=\dfrac{\sin^2 x}{\cos x}$; 3) $y(x)=x^2\sqrt{1-x^2}$;

58. Вычислите производные от следующих функций

1) $y(x)=\ln(1+\cos x)$; 2) $y(x)=x^2\,\mathrm{e}^{-2x}$; 3) $y(x)=\ln\dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2+1}$;

59. Вычислите производные от следующих функций

1) $y(x)=x-\operatorname{arctg} x$; 2) $y(x)=x^{1/x}$; 3) $y(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{x}{1-x}$;

60. Вычислите производные от следующих функций

1) $y(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{1+x}{1-x}$; 2) $y(x)=\arcsin\dfrac{x^2}{x+1}$; 3) $y(x)=\arcsin\sqrt{x}$.

5.1 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации (2 семестр)

1. Вычислить неопределенный интеграл $\int(x^2-\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2})dx.$

2. Вычислить неопределенный интеграл $\int\dfrac{(1-x)^2}{\sqrt{x}}dx.$

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int(4^x+3^x)dx.$

4. Вычислить неопределенный интеграл $\int\dfrac{dx}{5+x^2}.$

5. Вычислить неопределенный интеграл $\int\dfrac{(1+2x^2)dx}{x^2(1+x^2)}.$

6. Вычислить неопределенный интеграл $\int 2\cos^2\dfrac{x}{2}dx.$

7. Вычислить неопределенный интеграл $\int\operatorname{ctg}^2 x dx.$

8. Вычислить неопределенный интеграл $\int\dfrac{dx}{\sin^2 2x}.$

9. Вычислить неопределенный интеграл $\int(1+u^3)\sqrt{u}\,du.$

10. Вычислить неопределенный интеграл $\int\dfrac{x^2-9}{x^2-8}dx.$

11. Вычислить неопределенный интеграл $\int(\sqrt{x}+\sqrt[5]{x^2})dx.$

12. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{(\sqrt{x}-1)^3}{\sqrt[3]{x}}dx.$

13. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{4^x+3^x}{5^x}dx.$

14. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}.$

15. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{(1+x)^2dx}{x(1+x^2)}.$

16. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{10+x^2}.$

17. Вычислить неопределенный интеграл $\int\mathrm{tg}^2\,xdx.$

18. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{\cos^2\frac{x}{2}\sin^2\frac{x}{2}}.$

19. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{x^2+2}{x^2-1}dx.$

20. Вычислить неопределенный интеграл $\int 2\sin^2\frac{x}{2}dx.$

21. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{x^2-3}.$

22. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{\sqrt{7-x^2}}.$

23. Вычислить неопределенный интеграл $\int x^3\sqrt{2x^4-3}dx$

24. Вычислить неопределенный интеграл $\int e^{-\frac{x}{2}}dx$

25. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{\cos\ln x}{x}dx$

26. Вычислить неопределенный интеграл $\int\sqrt[3]{x^3-6x^2}dx$,

27. Вычислить неопределенный интеграл $\int xe^{x^2}dx,$

28. Вычислить неопределенный интеграл $\int\ln(x^2+1)dx,$

29. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{\sqrt{3-(4x+2)^2}},$

30. Вычислить определенный интеграл $\int_4^9\frac{\mathrm{d}\,x}{\sqrt{x}-1}$

31. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=2x+1,\ x-y-1=0.$

32. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: $y = \ln x,\ y = 0,\ x = e$.

33. Исследовать сходимость несобственного интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{1+x^2}{1+x^4} dx$, :

34. Исследовать сходимость несобственного интеграла $\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$,

35. Исследовать сходимость несобственного интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$.

36. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 (\mathrm{e}^x - 1)^4 \, \mathrm{e}^x \, \mathrm{d}x$

37. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{4 - x^2}}$

38. Вычислите определенный интеграл $\int_a^{a\sqrt{3}} \frac{\mathrm{d}x}{a^2 + x^2}$

39. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 + x^2}}$

40. Вычислите определенный интеграл $\int_0^{\pi/4} \sin 4x \, \mathrm{d}x$

41. Вычислите определенный интеграл $\int_1^3 x^3 \, \mathrm{d}x$

42. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{e^x + 1}$

43. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 (e^x - 1)^4 e^x dx$.

44. Вычислите определенный интеграл $\int_1^4 \sqrt{x} \, \mathrm{d}x$

45. Решить уравнение $xy' = y + x\sin\frac{y}{x}.$

46. Решить уравнение $y'x + y = -xy^2.$

47. Решить уравнение $y''\operatorname{tg} y = 2y'^2.$

48. Решить уравнение $y'' - y' = e^{-x}.$

49. Решить уравнение $y'' + y = 0.$

50. Решить уравнение $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}.$

51. Решить уравнение $y'' + y' = e^x.$

52. Решить задачу Коши $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}, \quad y(0) = 1.$

53. Решить уравнение $xyy' = 1 - x^2.$

54. Решить дифференциальное уравнение $y' + 2y = 4x.$

55. Решить уравнение $xy' - \frac{y}{x+1} = x.$

56. Решить уравнение $x^2dy + (3 - 2xy)dx = 0.$

57. Решить уравнение $y'' = 2yy'.$

58. Решить уравнение $xy'' = y'\ln\frac{y'}{x}.$

59. Решить задачу Коши $y' = y + x, \quad y(0) = 1.$

60. Решить уравнение $y'' + 2y' + y = 9e^{2x}.$