Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор института
информационных технологий и
автоматизированных систем
_____ А.В. Зимин
подпись
«____» _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математика

15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»
(направленность (профиль): «Автоматизированные системы управления технологическими процессами и производствами»)

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная форма

Срок обучения: 4 года

Год начала подготовки 2026

Новокузнецк
2026

СибГИУ
Подлинник электронного документа хранится в системе электронного согласования документов СибГИУ
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭП
Сертификат: e95695aa2c5fd4a2ad858d663abfeefbdf88f7d3
Владелец: Директор ИИТиАС Зимин Алексей Валерьевич
Действителен: с 2 апреля 2026 г. по 26 июня 2027 г.
Дата и время: 23-04-2026 14:16:12 ПРОВЕРИТЬ ПОДПИСЬ

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:

– освоение обучающимися основных понятий, структур, методов и приложений аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа;

– формирование навыков, помогающих анализировать, моделировать и решать прикладные математические задачи.

Задачами учебной дисциплины являются:

– формирование фундамента математического образования, необходимого для математического моделирования систем и процессов;

– выработка у обучающихся умения самостоятельно расширять свои математические знания и применять их при решениях прикладных задач.

2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам обязательной части **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств».

Учебная дисциплина опирается на базовые знания и компетенции, полученные в процессе получения предыдущего образования.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:

– Физика;

– Теория вероятностей и математическая статистика.

3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– Общепрофессиональные компетенции

Наименование категории (группы) ОПК	Код и наименование ОПК	Код и наименование индикатора достижения ОПК	Планируемые результаты обучения
	ОПК-1: Применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в	ОПК-1.1 Понимает теоретические основы математических, естественных и общеинженерных наук	– знать: основные структуры линейной алгебры и объекты аналитической геометрии; основы дифференциального и интегрального

	профессиональной деятельности		исчислений; основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения . – уметь: выполнять операции над векторами и матрицами; находить параметры линий и поверхностей; находить экстремумы функций одной и нескольких переменных; решать обыкновенные дифференциальные уравнения .
		ОПК-1.2 Использует естественнонаучные и общеинженерные знания и методы для решения практических задач	– знать: векторно-матричные формы операций в алгебре и геометрии . – уметь: формулировать профессиональные задачи в категориях математического анализа .

4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся. Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

Объем учебной дисциплины

Семестр / курс		***ИТОГО***	***1 семестр***	***2 семестр***
Форма промежуточной аттестации			*экзамен*	*экзамен*
Трудоёмкость	*академ. час.*	***360***	*216*	*144*

	зачетных единиц	***10***	*6*	*4*
Лекции, *академ. час.*		***64***	*32*	*32*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Лабораторные работы, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Практические занятия, *академ. час.*		***64***	*32*	*32*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Курсовая работа / проект, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Консультации, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Самостоятельная работа, *академ. час.*		***169***	*116*	*53*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Контроль, *академ. час.*		***63***	*36*	*27*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*

Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Векторная и линейная алгебра;

Тема 1.1 Определители, их свойства и вычисление (Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителей третьего порядка. Понятие об определителе n-го порядка);

Тема 1.2 Матрицы и действия над ними (Решение систем линейных алгебраических уравнений. Действия над матрицами, обратная матрица. Решение систем линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы, методом Гаусса);

Тема 1.3 Векторное и евклидово пространства (Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Базис векторного и евклидова пространства. Линейные операции над векторами и их свойства. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их определение, основные свойства, способы вычисления и применения в решениях физических и геометрических задач);

Раздел 2 Аналитическая геометрия;

Тема 2.1 Прямая на плоскости (Координатные системы. Различные виды уравнений прямой линии на плоскости. Взаимное расположение двух прямых);

Тема 2.2 Плоскость и прямая в пространстве (Виды уравнений плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей. Виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых. Основные задачи на прямую и плоскость в пространстве);

Тема 2.3 Кривые и поверхности второго порядка (Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы, параболы; их параметры. Построение кривых второго порядка. Поверхности 2-го порядка, их

канонические уравнения. Цилиндрические поверхности и поверхности вращения);

Раздел 3 Дифференциальное исчисление функций одной переменной;

Тема 3.1 Непрерывность функции одной переменной (Числовые последовательности и их пределы. Функции одной переменной и их графики. Предел функции в точке. Непрерывность функции в точке и в интервале. Точки разрыва, их классификация);

Тема 3.2 Производная и дифференциал функции одной переменной (Производная функции в точке, ее геометрический и механический смысл. Производная функция, таблица производных. Производные относительно алгебраических действий над функциями. Производная сложной функции. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и их геометрические иллюстрации);

Тема 3.3 Экстремумы, точки перегиба и асимптоты графика функции одной переменной (Экстремум функции одной переменной, необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклость функции, точки перегиба функции и её графика. Асимптоты графика функции, их нахождение. Общая схема исследования функции одной переменной и построения её графика);

Раздел 4 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных;

Тема 4.1 Функция нескольких переменных, её дифференцируемость (Функция нескольких переменных, её область определения. Предел и непрерывность функции двух переменных. Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных и дифференциала функции двух переменных);

Тема 4.2 Экстремум функции двух переменных, необходимые и достаточные условия экстремума (Частные производные и дифференциалы высших порядков. Локальные экстремумы функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования локального экстремума функции нескольких переменных);

Тема 4.3 Градиент и производная по направлению функции нескольких переменных (Определения, вычисление и свойства градиента и производной по направлению функции двух переменных);

Раздел 5 Неопределенный интеграл;

Тема 5.1 Первообразная и неопределенный интеграл (Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов. Таблица простейших неопределенных интегралов. Табличное интегрирование);

Тема 5.2 Основные методы интегрирования (Методы интегрирования – замена переменной, подведение под дифференциал, интегрирование «по частям»);

Тема 5.3 Интегрирование рациональных функций (Рациональные функции. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных функций общего вида);

Тема 5.4 Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций (Интегрирование тригонометрических функций с использованием тригонометрических формул преобразования, замены переменных, универсальной тригонометрической подстановки. Интегрирование простейших иррациональных функций с использованием метода замены переменных);

Раздел 6 Определенный интеграл;

Тема 6.1 Понятие определенного интеграла, его свойства, вычисление (Определенный интеграл от функции по отрезку: интегральная сумма, определение определённого интеграла, его основные свойства, вычисление по формуле Ньютона-Лейбница);

Тема 6.2 Приложения определенного интеграла (Применение определенного интеграла к решениям геометрических задач. Приложения определенного интеграла к задачам механики и физики);

Тема 6.3 Несобственные интегралы (Несобственные интегралы первого рода, условия их сходимости. Несобственные интегралы второго рода, условия их сходимости);

Раздел 7 Обыкновенные дифференциальные уравнения;

Тема 7.1 Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решений (Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Задача Коши и теорема Коши для уравнений 1-го порядка. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли);

Тема 7.2 Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Уравнения, допускающие понижение порядка (Дифференциальные уравнения второго порядка и задача Коши для них. Методы решения дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка);

Тема 7.3 Комплексные числа и действия над ними (Представления комплексных чисел в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Действия над комплексными числами);

Тема 7.4 Методы решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Теоремы о структуре общего уравнения линейного

однородного и линейного неоднородного уравнений n-го порядка. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения. Методы решения линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами);

Тема 7.5 Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и задач для них (Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами по виду правой части уравнения; решение методом вариации произвольных по-стоянных).

5 Перечень тем лекций

№ раздела / темы дисциплины	Темы лекций	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	в форме практической подготовки
Раздел 1.	Определители, их свойства и вычисление. Матрицы и действия над ними. Векторное и евклидово пространства	8	
Раздел 2.	Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве. Кривые и поверхности второго порядка	8	
Раздел 3.	Непрерывность функции одной переменной. Производная и дифференциал функции одной переменной. Экстремумы, точки перегиба и асимптоты графика функции одной переменной	10	
Раздел 4.	Функция нескольких переменных, её дифференцируемость. Экстремум функции двух переменных, необходимые и достаточные условия экстремума. Градиент и производная по направлению функции нескольких переменных	6	
Раздел 5.	Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы	8	

	интегрирования. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций		
Раздел 6.	Понятие определенного интеграла, его свойства, вычисление. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы	8	
Раздел 7.	Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решений. Комплексные числа и действия над ними. Методы решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и задач для них	16	
Итого:		**64**	**0**

6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы практических занятий (семинаров)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1; Тема 1.1; Тема 1.2; Тема 1.3.	Определители, их свойства и вычисление. Матрицы и действия над ними. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов	8	
Раздел 2; Тема 2.1; Тема 2.2; Тема 2.3.	Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве. Кривые и поверхности второго порядка	8	
Раздел 3; Тема 3.1; Тема 3.2; Тема 3.3.	Предел функции одной переменной Производная функции одной переменной.	10	

	Исследование функции одной переменной		
Раздел 4; Тема 4.1; Тема 4.2; Тема 4.3.	Частные производные функции нескольких переменных. Экстремум функции нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент	6	
Раздел 5; Тема 5.1; Тема 5.2; Тема 5.3; Тема 5.4.	Методы нахождения неопределенных интегралов. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций	8	
Раздел 6; Тема 6.1; Тема 6.2; Тема 6.3.	Вычисление определенных интегралов. Приложения определенных интегралов. Несобственные интегралы	8	
Раздел 7; Тема 7.1; Тема 7.2; Тема 7.3; Тема 7.4; Тема 7.5.	Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка	16	
Итого:		**64**	**0**

7 Перечень тем лабораторных работ

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лабораторных работ**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы курсовых работ (проектов)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической**

			подготовки
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

9 Виды самостоятельной работы

№ раздела / темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	19	
Раздел 2.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	18	
Раздел 3.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	28	
Раздел 4.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	24	
Раздел 5.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	24	
Раздел 6.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	18	
Раздел 7.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	38	

Контроль	*Подготовка к экзамену (1 семестр)*	36	
Контроль	*Подготовка к экзамену (2 семестр)*	27	
Итого:		**232**	**0**

10 Матрица компетентностных задач по учебной дисциплине

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Контролируемые компетенции	Оценочные средства
Раздел 1.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 2.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 3.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 4.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 5.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 6.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 7.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Экзамен (1 семестр).	ОПК-1	1. Вопросы к экзамену; 2. Задачи к экзамену
Экзамен (2 семестр).	ОПК-1	1. Вопросы к экзамену; 2. Задачи к экзамену

11 Входной контроль

Дисциплина «Математика», изучаемая в 1 семестре, не подразумевает проведение входного контроля и рассчитана на обучающегося 1 курса, поступившего в университет в соответствии с Правилами приема в СибГИУ.

12 Текущий контроль

12.1 Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) обучающихся.Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины и позволяет оценить степень освоения изученного материала.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе педагогического работника, в том числе посредством использования СУОСибГИУ.

Формы проведения текущего контроля – вопросы для устного обсуждения (опроса); наблюдение за работой на практическом занятии; тестовые задания.

12.2 Описание оценочных средств

Шкалы оценивания (методики оценки)

12.2.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов обучающихся

С целью контроля и подготовки обучающихся к изучению новой темы в начале занятия лекционного типа (лекции) педагогическим работником проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущего раздела (темы).

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается умение грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);

– использование дополнительного материала (обязательное условие);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценка «отлично»ставится, если обучающийся:

– полно и аргументировано отвечает по содержанию задания;

– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе самостоятельно составленные;

– излагает материал последовательно и правильно.

Оценка «хорошо»ставится, если обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «удовлетворительно»ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

– излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

– не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

– излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «неудовлетворительно»ставится, если обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «неудовлетворительно» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала.

12.2.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования обучающихся

Тестирование проводится по изученным разделам (темам) учебной дисциплины для выявления уровня знаний и умений обучающегося, мотивирования обучающегося к активизации самостоятельной работы по усвоению учебного материала, выявления и устранения пробелов в знаниях, повышения дисциплины и организации учебной деятельности обучающегося.

Тестирование проводится в СУО СибГИУ в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся. Для тестирования используется вопросы из базы типовых тестовых заданий

по изученным разделам (темам) учебной дисциплины. Обучающийся выбирает один ответ из предложенных вариантов ответа. В случае выбора неправильного ответа обучающийся получает за данный вопрос 0 баллов; в случае правильного ответа – 1 балл.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Максимальный балл	Проходной балл	Оценка
100%	не менее 50%	зачтено
менее 50%		не зачтено

12.2.3 Рекомендации по оцениванию в процессе наблюдения за работой на практическом занятии

Наблюдение за работой на практическом занятии – важнейший компонент контроля деятельности обучающихся и качестваихобучения.

Критерии оценки в процессе наблюдения за работой на практическом занятии:

– самостоятельность выполнения задания и работы с методическими указаниями (учитывается работа в течение занятия, быстрота и способность нахождения в методических указаниях нужной информации);

– правильность выполнения работы (учитывается последовательность выполняемых действий, умение работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения работы с учетом индивидуальных особенностей обучающихся);

– активность обучающегося при выполнении практической работы (учитывается индивидуальная работа и работа в группе).

Критерии оценки по результатам наблюдения за работой на практическом занятии

Наименование параметра оценки	Максимальное количество баллов
Самостоятельно выполняет задания; умеет работать с методическими указаниями.	2,5
Указанные в методических указаниях действия выполняет в правильной последовательности; умеет работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники.	1,25
Рационально использует время, отведенное на задание; проявляет активность при выполнении практической работы.	1,25
Итого	**5**

Максимальное количество – 5 баллов соответствует оценке «отлично», 4 балла – «хорошо», 3 балла – «удовлетворительно», 2 балла – «неудовлетворительно».

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины приведены в приложении.

13 Промежуточнаяаттестация

13.1 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по учебной дисциплине предназначены для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения учебной дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяют определить качество усвоения изученного материала.

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по учебной дисциплине является:экзамен (1 семестр); экзамен (2 семестр).

Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся включают: вопросы к экзамену; задачи к экзамену.

13.2 Оценивание обучающегося на экзамене (1 семестр)

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

13.3 Оценивание обучающегося на экзамене (2 семестр)

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

Задания и вопросы для промежуточнойаттестации обучающихся приведены в приложении.

14 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

а) литература:

1 Шипачев, В. С. Высшая математика : учебное пособие для вузов / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 447 с. — ISBN 978-5-534-12319-7. – URL: https://urait.ru/bcode/535509 (дата обращения: 02.04.2026);

2 Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2024. — 324 с. — ISBN 978-5-

534-07067-5. – URL: https://urait.ru/bcode/538112 (дата обращения: 02.04.2026);

3 Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2024. — 315 с. — ISBN 978-5-534-07069-9. – URL: https://urait.ru/bcode/538113 (дата обращения: 02.04.2026);

4 Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для вузов / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Юрайт, 2022. — 439 с. — ISBN 978-5-534-07535-9. – URL: https://urait.ru/bcode/490684 (дата обращения: 02.04.2026);

5 Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для вузов / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Юрайт, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-534-07533-5. – URL: https://urait.ru/bcode/490686 (дата обращения: 02.04.2026);

6 Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Юрайт, 2024. — 233 с. — ISBN 978-5-534-01262-0. – URL: https://urait.ru/bcode/537091 (дата обращения: 02.04.2026);

7 Хорошилова, Е. В. Высшая математика. Лекции и семинары : учебное пособие для вузов / Е. В. Хорошилова. — Москва : Юрайт, 2024. — 452 с. — ISBN 978-5-534-10024-2. – URL: https://urait.ru/bcode/541572 (дата обращения: 02.04.2026);

8 Базайкина, О. Л. Математика : конспект лекций. Ч. 1 / О. Л. Базайкина , Сибирский гос.индустр.ун-т. – Новокузнецк : Издательский центр СибГИУ, 2019. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrEduMethodSectionsEditionsFilesDownload.asp?lngSection=25&lngEdition=5979&lngFile=5831&strParent=LibrEduMethodSectionsEditionsFiles (дата обращения: 02.04.2026);

9 Лактионов, С. А. Математика : конспект лекций. Ч. 2 / С. А. Лактионов ; Сибирский гос. индустр. ун-т. – Новокузнецк : Издательский центр СибГИУ, 2019. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrEduMethodSectionsEditionsFilesDownload.asp?lngSection=25&lngEdition=5879&lngFile=5738&strParent=LibrEduMethodSectionsEditionsFiles (дата обращения: 02.04.2026).

б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 –]. – URL: http://libr.sibsiu.ru. – URL: https://libr.sibsiu.ru;

2 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 –]. – URL: http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp;

3 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 –]. – URL: http://www.studentlibrary.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

4 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Единая профессиональная база знаний для технических вузов - Издательство Лань" ЭБС»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 –]. – URL: http://e.lanbook.com. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 –]. – URL: https://urait.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

6 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 –]. – URL: https://biblioclub.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: http://www.biblioclub.ru;

7 Электронная библиотека УМЦ ЖДТ : [коллекция «Эксплуатация железных дорог»] / ФГБУ ДПО «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте». – Москва, [2013 –]. – URL: https://umczdt.ru/books/. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

8 НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU : база данных / ООО «НЭБ». – Москва, [200 –]. – URL: http://elibrary.ru. – Режим доступа: по подписке;

9 Электронные периодические издания ИВИС : универсальная база данных / ООО «ИВИС». – Москва, [200 –]. – URL: http://eivis.ru. – Режим доступа: по подписке.

в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– 7-Zip;
– Adobe Acrobat Reader;
– Astra Linux Special Edition;
– Kaspersky Endpoint Security;
– Microsoft Office;
– Microsoft Windows;
– OnlyOffice;
– WinRAR;
– Р7-Офис.

г) базы данных и информационно-справочные системы:

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

15 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том числе:
- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным проектором;
- учебную аудиторию для проведения занятий семинарского типа (практических занятий);
- учебную аудиторию (помещения) для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств».

Составитель(и):

профессор Варламов Вадим Валентинович (кафедра прикладной математики и информатики).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информатики.

Согласована:
Заведующий научно-исследовательской лабораторией математического моделирования НИФ КемГУ, д.т.н., проф.  В.О. Каледин

Приложение

1 Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам и темам учебной дисциплины

Раздел 1. Векторная и линейная алгебра

Контрольные вопросы при устном опросе на практическом занятии

1) Что называется определителем n - го порядка?

2) Как записывается общая формула вычисления определителя n - го порядка?

3) Что такое определитель второго порядка и как его вычислить по общей формуле?

4) Что такое определитель третьего порядка и как его вычислить по общей формуле?

5) Перечислите свойства определителей.

6) Что называется алгебраическим дополнением элемента определителя?

7) Как вычислить определитель разложением по элементам строки или столбца?

8) Как решаются системы линейных алгебраических уравнений с помощью определителей? Записать формулы Крамера.

9) Выполняется переместительный закон для произведения матриц?

10) Что такое обратная матрица?

11) Как решаются системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса?

12) Что такое невырожденная матрица?

13) Что такое минор матрицы?

14) Что такое единичная матрица?

15) Как решаются системы линейных алгебраических уравнений матричным методом?

Тестовые задания

1. Дан определитель $\det\left(a_{i,j}\right)=\begin{vmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$. Вычислить $a_{1,2} + a_{3,1} + a_{2,3}$.

2. При каком значении k определитель $\begin{vmatrix} 1 & 3\times k - 1 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}$ равен нулю?

3. Дан определитель $\det\left(a_{i,j}\right)=\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}$. Вычислить минор $M_{1,1}$ элемента $a_{1,1}$.

4. Чему равна сумма $x+y+z$, если (x,y,z) решение системы $\begin{cases} 6x+y+z=-3 \\ x+2y-z=2 \\ x-y+z=-2 \end{cases}$.

5. Найти решение (x,y,z) системы $\begin{cases} 6x+y-2z=9 \\ x+2y+z=6 \\ 2x+3y+z=9 \end{cases}$.

6. Какая система уравнений не совместна?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{cases} 3x+y=1 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x+4y=1 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+3y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+4y=2 \\ x+2y=1 \end{cases}$

7. Вычислить $\bar{a}+\bar{b}$, если $\bar{a}=\bar{i}+7\cdot\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{b}=2\cdot\bar{i}-5\cdot\bar{j}+3\cdot\bar{k}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\bar{i}-12\cdot\bar{j}+4\cdot\bar{k}$	$\bar{i}+2\cdot\bar{j}-\bar{k}$	$3\cdot\bar{i}-2\cdot\bar{j}+\bar{k}$	$3\cdot\bar{i}+2\cdot\bar{j}+2\cdot\bar{k}$

8. Найти значение k, при котором векторы $\bar{a}=(2;-3;-1)$, $\bar{b}=(4;-6;k)$ коллинеарны.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
-3	2	12	-2

9. Найти площадь параллелограмма $ABCD$, если : $A(0;3;1)$; $B(1;6;9)$; $C(1;5;7)$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
5	4	3	6

10. Вычислить смешанное произведение векторов $(\overline{AB},\overline{AC},\overline{N})$, если : $\overline{N}=(1;0;0)$, $A(1;3;0)$; $B(2;5;2)$; $C(6;11;9)$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
6	5	2	3

Раздел 2. Аналитическая геометрия
Контрольные вопросы при устном опросе на практическом занятии

1) Что называется направляющим вектором прямой?
2) Что называется нормальным вектором прямой?
3) Как записывается уравнение прямой, проходящей через данную точку параллельно заданному вектору?
4) Как записывается уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно заданному вектору?
5) Какое уравнение называется общим уравнением прямой?

6) В каком случае прямая, заданная общим уравнением: а) проходит через начало координат; б) параллельна оси Ox; в) параллельна оси Oy?
7) Что называется углом наклона прямой, угловым коэффициентом прямой?
8) Как записывается уравнение прямой, проходящей через данную точку с заданным угловым коэффициентом?
9) В каком случае прямая, заданная уравнением с угловым коэффициентом, будет: а) проходить через начало координат; б) параллельна оси Ox?
10) Как записывается уравнение прямой в отрезках на осях?
11) Запишите уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Во всех ли случаях это уравнение справедливо?
12) Как записывается нормальное уравнение прямой? Что означают параметры p и θ в этом уравнении?
13) Как найти угол между прямыми, заданными общими уравнениями?
14) Как найти угол между прямыми, заданными уравнениями с угловым коэффициентом?
15) Как выглядят условия параллельности и перпендикулярности прямых, заданных: а) общими уравнениями; б) каноническими уравнениями; в) уравнениями с угловым коэффициентом?

Тестовые задания

1. Прямые $x=8$, $y=-4$ пересекают прямую $x+5y+37=0$ в точках A, B соответственно. Найти длину вектора $\overline{AB}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\sqrt{13}$	$\sqrt{26}$	$\sqrt{29}$	$\sqrt{12}$

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;-3)$ перпендикулярно вектору $\overline{AB} = 3\cdot\bar{i} - 2\cdot\bar{j}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$3x-2y-13=0$	$3x-2y-12=0$	$3x+2y-12=0$	$2x+3y+2=0$

3. Чему равен угловой коэффициент прямой $6x-3y+4=0$?

4. Какие отрезки отсекает прямая $5x-3y-15=0$ на координатных осях OX и OY?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
-3 и -5	3 и 5	3 и -5	-5 и -3

5. Указать общее уравнение прямой на плоскости.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$3x+7y=1$	$3x-7y-8=0$	$y=-8x+5$	$\frac{x}{5}+\frac{y}{6}=1$

6. Указать уравнение прямой с угловым коэффициентом.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\frac{x}{5}+\frac{y}{6}=1$	$5x-7y=1$	$3x+5y-15=0$	$y=-8x+7$

7. Указать уравнение прямой в отрезках.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$3x-7y-8=0$	$8x+2y=1$	$y=16-8x$	$\frac{x}{2}+\frac{y}{5}=1$

8. Чему равняется отрезок, отсекаемый прямой $\frac{x}{2}-\frac{2y}{7}=1$ на оси ординат?

9. Составить уравнение прямой, проходящей через две точки $A(-2;5)$, $B(1;6)$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\frac{x+2}{3}=\frac{y-5}{1}$	$\frac{x+2}{1}=\frac{y-5}{6}$	$\frac{x+4}{5}=\frac{y-5}{1}$	$\frac{x+3}{4}=\frac{y-5}{1}$

10. Какая точка лежит на прямой, проходящей через точки $A(1;-5)$, $B(7;6)$.

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Контрольные вопросы при устном опросе на практическом занятии

1) Что называется отображением одного множества на другое?
2) Какие отображения множеств называются функциями одной переменной?
3) Что называется областью определения и что областью значений функции?
4) Какие основные способы задания функций? Что такое график функции?
5) Какая функция называется возрастающей, неубывающей, убывающей, невозрастающей, ограниченной, ограниченной снизу, ограниченной сверху, периодической, четной, нечетной?
6) Что называется наименьшим и наибольшим значениями функции?
7) Какая функция называется сложной, обратной, неявной, заданной параметрически?

Перечислите основные элементарные функции. Какие функции называются элементарными?

Что называется ε - окрестностью точки? Что называется окрестностью точки?

Сформулируйте определение предела функции для различных случаев.

8) Какая величина называется бесконечно малой, а какая бесконечно большой? Как связаны между собой бесконечно малые и бесконечно

большие величины? Что называется порядком бесконечно малой величины? 9)Перечислите свойства бесконечно малых величин.
10) Как предел функции связан с бесконечно малой величиной?
11) Назовите свойства пределов функций.
12) Как определяется предел числовой последовательности?
13) Какие пределы называются первым и вторым замечательными пределами?
14) Какие существуют неопределенности при вычислении пределов?
15) Какая функция называется непрерывной в точке? Как записать непрерывность функции в точке через приращения? Какая функция называется непрерывной на промежутке?

Тестовые задания

1. Найти область определения функции $f(x)=\arccos(2x+3)$.

2. Найти область значений функции $f(x)=2\cdot\cos(2x-1)+1$.

3. Найти образ отрезка $[1;2]$ при отображении $f(x)=2\cdot x+3$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$[4;5]$	$[5;6]$	$[5;7]$	$[2;3]$

4. Найти прообраз отрезка $[5;8]$ при отображении $f(x)=3\cdot x-1$.

5. Найти производную функции $y=5+3x^5-\sqrt{x}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$5+15x^4-\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$15x^4-\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$5x^4-\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$15x^4-\frac{1}{\sqrt{x}}$

6. Вычислить значение производной $f'\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ функции $f(x)=(2x+1)\cdot\sin 3x$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$-1-\frac{\pi}{3}$	$-1+\frac{2\pi}{3}$	$1-\frac{2\pi}{3}$	$-3-14\pi$

7. Указать производную функции $(x+2)\cdot e^x$.

Ответ 1	$(x+1)\cdot e^x$	Ответ 3	$(x-1)\cdot e^x$
Ответ 2	$(x+3)\cdot e^x$	Ответ 4	$(x+1)\cdot e^{x-1}$

8. Вычислить наименьшее значение функции $f(x)=x^3-\frac{3}{2}\cdot x^2+1$ на отрезке $[0;2]$.

9. Составить уравнение касательной в точке графика $y=\frac{3x+2}{x}$ при $x=1$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y=2x+4$	$y=2x+6$	$y=7-2x$	$y=3-2x$

10. Составить уравнение касательной к графику $y = x^2 + 3x + 2$, которая параллельна прямой $x + y - 2 = 0$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$x + 2y = 1$	$x + y + 2 = 0$	$y = 1 - 2x$	$2x + y - 3 = 0$

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Контрольные вопросы при устном опросе на практическом занятии

1) Дайте определение функции двух переменных. Что называется областью определения, а что – областью значений функции двух переменных?

2) Перечислите основные способы задания функции двух переменных. Что называется графиком функции двух переменных?

3) Сформулируйте определение предела функции двух переменных. Какие свойства выполняются для предела функции двух переменных?

4) Сформулируйте определение непрерывности функции двух переменных. Назовите свойства непрерывных функций. Какие точки называются точка разрыва?

5) Запишите формулу Тейлора для функции двух переменных в различных формах.

6) Что такое касательная плоскость и что такое нормаль к поверхности. Запишите формулы для касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной графиком функции двух переменных.

7) Дайте определение локального минимума и локального максимума функции двух переменных.

8) Сформулируйте необходимые условия экстремума функции двух переменных.

9) В чем заключаются достаточные условия существования экстремума функции двух переменных?

10) Что такое условный экстремум функции двух переменных? В чем заключается метод множителей Лагранжа для нахождения условного экстремума?

11) Как найти наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции двух переменных замкнутой области?

12) Что называется скалярным полем? Что такое линии и поверхности уровня скалярного поля?

13) Дайте определение производной скалярного поля по направлению. Запишите формулу, по которой вычисляется производная по направлению.

14) Что называется градиентом скалярного поля? Укажите свойства градиента.

15) Дайте определение градиента в точке.

Тестовые задания

1. По какой формуле находится частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ неявной функции двух переменных $z = z(x, y)$, заданной соотношением $F(x, y, z) = 0$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\partial F}{\partial x}$	$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$	$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{\frac{\partial F}{\partial x}}$	$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial F}{\partial x}$

2. Чему равна частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = \frac{xy}{x+y}$ в точке $M(1;2)$?

3. Чему равна частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^2 y^2 + 2xy$ в точке $M(1;2)$?

4. Дифференциал первого порядка функции $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке $M(3;4)$ равен

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$dz = \frac{3}{5}dx + \frac{4}{5}dy$	$dz = 5dx + 5dy$	$dz = 3dx + 4dy$	$dz = \frac{7}{5}dx + \frac{7}{5}dy$

5. Уравнение касательной плоскости к поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке $M(3;4;5)$ имеет вид

Ответ 1	$3(x-3) + 4(y-4) + 5(z-5) = 0$
Ответ 2	$3(x-3) + 4(y-4) + 5(z-5) = 0$
Ответ 3	$3x + 4y - 5z = 0$
Ответ 4	$3(x-3) + 4(y-4) - 5z = 0$

6. Градиент функции $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке $M(3;4)$ равен

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$3\vec{i} + 4\vec{j}$	$\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$	$\frac{3}{5}\vec{i} - \frac{4}{5}\vec{j}$	$4\vec{i} + 3\vec{j}$

7. Чему равна производная функции $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке $M(3;4)$ в направлении вектора $\vec{a} = (-3;4)$?

8. Стационарной точкой функции $z = x^2 + xy - 3x - y$ является точка

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$M(1;1)$	$M(-1;-1)$	$M(0;0)$	$M(-1;1)$

9. В точке $M(1;1)$ функция $z = x^2 + xy - 3x - y$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
имеет максимум	имеет минимум	не имеет экстремума	не определена

10. Условный минимум функции $z = x^2 + y^2$ при условии $x + y = 2$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
равен 0	равен 1	равен 2	не существует

Раздел 5. Неопределенный интеграл
Контрольные вопросы при устном опросе на практическом занятии

1. Что называется первообразной данной функции? Сколько существует первообразных у одной и той же функции?
2. Что называется неопределенным интегралом? Назовите свойства неопределенного интеграла.
3. Запишите таблицу основных интегралов. В чем состоит метод непосредственного интегрирования.
4. Как применяется метод внесения под знак дифференциала? В чем состоит правило линейной замены?
5. Когда при вычислении интегралов следует применять выделение полного квадрата, выделение целой части?
6. Запишите формулу замены переменной в неопределенном интеграле.
7. Запишите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
8. Какие подынтегральные функции интегрируются методом по частям?
9. Сколько типов правильных рациональных дробей существует?
10. В чем заключается метод интегрирования рациональных дробей?
11. Назовите различие между правильными и неправильными рациональными дробями.
12. Какое разложение допускает неправильная рациональная дробь?
13. В чем заключается метод интегрирования иррациональных функций?
14. Какие существуют тригонометрические подстановки?
15. В чем состоит метод интегрирования дифференциального бинома?.

Тестовые задания

1. Первообразной для функции $y=f(x)$ называется такая функция $F(x)$, что

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$F(x)=f'(x)$	$\lvert F(x)\rvert=f(x)$	$\sqrt{F(x)}=f(x)$	$F'(x)=f(x)$

2. Неопределенным интегралом от функции $y=f(x)$ называется

Ответ 1	любая первообразная этой функции
Ответ 2	множество всех первообразных этой функции
Ответ 3	произвольная постоянная
Ответ 4	множество всех постоянных функций

3. Какое из свойств не выполняется для неопределенного интеграла

Ответ 1	интеграл от суммы функций равен сумме интегралов от каждой функции
Ответ 2	интеграл от произведения функций равен произведению интегралов от каждой функции
Ответ 3	постоянный множитель можно выносить за знак неопределенного интеграла
Ответ 4	производная от интеграла равна подынтегральной функции

4. К какому интегралу следует применить метод интегрирования по частям?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int \sin 2x dx$	$\int \sin 2x\cdot\cos 2x dx$	$\int x\sin 2x dx$	$\int \frac{\sin 2x}{\cos 2x}dx$

5. Какой из интегралов можно найти с помощью правила линейной замены?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int \operatorname{arctg} x dx$	$\int \cos(3x+1)dx$	$\int \frac{dx}{x(x+1)}$	$\int \frac{x}{1+\sqrt{x}}dx$

6. Какой из интегралов можно вычислить внесением под знак дифференциала?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}dx$	$\int \cos^2 x dx$	$\int \frac{dx}{x(x+1)}$	$\int \frac{x}{1+\sqrt{x}}dx$

7. Какой из интегралов является интегралом от рациональной дроби?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}dx$	$\int \frac{1+x^2}{1-\sqrt{x}}dx$	$\int \frac{dx}{x^2+2x-3}$	$\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}dx$

8. Чему равна разность первообразных$F(2)-F(1)$ для интеграла $\int \frac{dx}{x^2+2x-3}$

9. Вычислите значение первообразной$F(1)-C$ для интеграла $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}dx$

10. Чему равна разность первообразных$F(2)-F(1)$ для интеграла $\int \operatorname{arctg} x dx$

Раздел 6. Определенный интеграл

Контрольные вопросы при устном опросе на практическом занятии

1)Что называется определенным интегралом? Перечислите свойства определенного интеграла.
2) В чем заключается геометрический и механический смысл определенного интеграла?
3) Что представляет собой интеграл с переменным верхним пределом?
4) Как записывается формула Ньютона-Лейбница? В чем состоит значение этой формулы?
5) Запишите формулу замены переменной в определенном интеграле. В чем отличие этой формулы от соответствующей формулы для неопределенного интеграла?
6) Запишите формулу интегрирования по частям в определенном интеграле. Для каких подынтегральных функций применяется метод интегрирования по частям?
7) Какие геометрические величины можно вычислить с помощью определенного интеграла?
8) Запишите формулы для вычисления площади плоской фигуры в декартовой и полярной системах координат.
9) Запишите формулы вычисления длины дуги кривой в декартовой и полярной системах координат.
10) Запишите формулы вычисления объемов тел вращения в декартовой системе координат.
11) Запишите формулы для вычисления площади поверхности тела вращения в декартовой системе координат
12) Как с помощью определенного интеграла можно вычислить массу отрезка с переменной плотностью, работу переменной силы на прямолинейном пути, длину пройденного пути по заданной переменной скорости?
13) Как с помощью определенного интеграла можно вычислить центр тяжести плоской фигуры?
14) Что такое несобственный интеграл первого рода?

15) Что такое несобственный интеграл второго рода?

Тестовые задания

1) Значением определенного интеграла от непрерывной функции одной переменной является

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
число	вектор	функция	интегральная сумма

2) Чему равно среднее значение функции $y = 3x^2 + 1$ на отрезке $[1;3]$?

3) Геометрический смысл определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx,\ f(x) \geq 0$ это

Ответ 1	объем куба с ребром $a = f(x)$
Ответ 2	площадь круга с радиусом $r = f(x)$
Ответ 3	площадь сферы радиуса $r = f(x)$
Ответ 4	площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $f(x)$

4) Какой из интегралов является несобственным интегралом первого рода?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int_{-4}^{4} \frac{dx}{1+x^2}$	$\int_{-4}^{0} \frac{dx}{1+x^2}$	$\int_{4}^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$	$\int_{0}^{4} \frac{dx}{1-x^2}$

5) Какой из интегралов является несобственным интегралом второго рода?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int_{-4}^{4} \frac{dx}{1+x^2}$	$\int_{-4}^{0} \frac{dx}{1+x^2}$	$\int_{4}^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$	$\int_{0}^{4} \frac{dx}{1-x^2}$

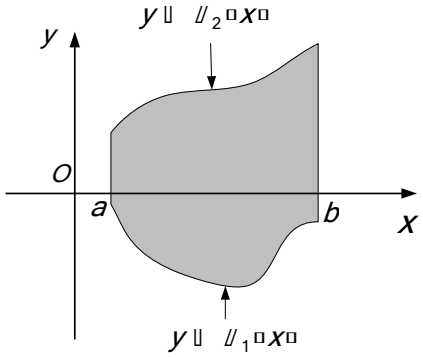
6) В каком интеграле правильно выполнено интегрирование по частям?

Ответ 1	$\int_a^b x^2 \cos 2x dx = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big\|_{x=a}^{x=b} - \frac{1}{2}\int_a^b x^2 \sin 2x dx$
Ответ 2	$\int_a^b x^2 \cos 2x dx = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big\|_{x=a}^{x=b} + \frac{1}{4}\int_a^b x \sin 2x dx$
Ответ 3	$\int_a^b x^2 \cos 2x dx = x \sin 2x \Big\|_{x=a}^{x=b} - \int_a^b x \cos 2x dx$
Ответ 4	$\int_a^b x^2 \cos 2x dx = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big\|_{x=a}^{x=b} - \int_a^b x \sin 2x dx$

7) В каком интеграле правильно проведена замена переменной?

Ответ 1	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \left\|1+x=t^2\right\| = \int_0^1 \frac{dt}{t}$
Ответ 2	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \left\|1+x=t^2\right\| = 2\int_0^1 \frac{dt}{t}$
Ответ 3	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \left\|x=t^2-1\right\| = 2\int_1^2 dt$
Ответ 4	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \left\|x=t^2-1\right\| = 2\int_1^{\sqrt{2}} dt$

8) На рисунке изображена плоская область. По какой формуле находится ее площадь?



Ответ 1	$\int_a^b \left[\varphi_1(x)+\varphi_2(x)\right]dx$
Ответ 2	$\int_a^b \left[\varphi_1(x)-\varphi_2(x)\right]dx$
Ответ 3	$\int_a^b \left[\varphi_2(x)-\varphi_1(x)\right]dx$
Ответ 4	$\int_a^b \varphi_1(x)\cdot\varphi_2(x)\,dx$

9) Материальная точка единичной массы переместилась по оси Ox из положения $x=3$ в положение $x=5$. Чему равна работа силы $F(x)=1+x$ на этом перемещении?

10) Тело начинает движение со скоростью $v=t^2+1$. Какой путь пройдет тело за время от $t=0$ до $t=3$?

Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Контрольные вопросы при устном опросе на практическом занятии

1) Какое уравнение называется дифференциальным уравнением первого порядка? 2) Что называется интегральной кривой дифференциального уравнения первого порядка?

3) Какие точки называются обыкновенными точками дифференциального уравнения первого порядка?

4) Какая задача называется задачей Коши для дифференциального уравнения первого порядка?
5)Сформулируйте теорему о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
6) Дайте определение общего решения дифференциального уравнения первого порядка.
7) Какие дифференциальные уравнения первого порядка называются уравнениями с разделяющимися переменными?
8) Какие дифференциальные уравнения первого порядка называются однородными?
9) Какие дифференциальные уравнения первого порядка называются линейными однородными, какие неоднородными?
10) Какие дифференциальные уравнения первого порядка называются уравнениями Бернулли?
11) Какие дифференциальные уравнения называют уравнениями высших порядков?
12) Как записываются дифференциальные уравнения высших порядков в общем виде?
13) Как записываются дифференциальные уравнения высших порядков в виде разрешенном относительно старшей производной?
14) Как записываются начальные условия для дифференциальных уравнений высших порядков?
15 Чему равно число произвольных постоянных в общем решении дифференциального уравнения высшего порядка?

Тестовые задания

1. Какая из функций является решением дифференциального уравнения $3x \cdot y' = 5y$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y = \sqrt[5]{x^3}$	$y = x^3 + x^5$	$y = \sqrt{x^5}$	$y = \sqrt[3]{x^5}$

2. Чему равно общее решение уравнения $2 \cdot y' = 7 \cdot y$, если $x = 1$ и$C = 0$?
3. Чему равно решение задачи Коши $y' - 4 \cdot x = 3$, $y(1) = 3$ при $x = 1$?
4. Чему равно общее решение уравнения $2 \cdot x \cdot y' = 7 \cdot y$ при $x = 1$ и $C = 2$?
5 .Указать задачу Коши.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y' = y$, $y(0) = 1$	$y' = x + 1$, $y'(1) = 0$	$x \cdot y' = y$, $y(x) = 1$	$y' = 3$, $y(1) = \sqrt{x}$

6. В какой точке нарушаются условия теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнения $y' = \frac{3x + 2y}{3x - 9y}$?
7. К какому уравнению следует применить замену $z = \frac{y}{x}$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4

$y \cdot y' = x^2 + y$	$x \cdot y' = \frac{y}{x}$	$x \cdot y' = \frac{x - y}{x + y}$	$x \cdot y' = \frac{y}{x} \cdot y$

8. К какому уравнению следует применить замену $y = u \cdot v$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y \cdot y' = x^2 + y$	$x \cdot y' = \frac{x - 2y}{x + y}$	$x^2 - \frac{y'}{x} = y \cdot e^x$	$y' = \frac{y}{x} \cdot y$

9. Указать дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y' = \frac{x^2 + y}{\sqrt{x}}$	$\frac{2y + 1}{3x - 2} = x \cdot y'$	$\frac{x \cdot y'}{y + x} = 1$	$y' = \frac{1 + y}{x + y}$

10. Указать однородное дифференциальное уравнение первого порядка.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\frac{x}{y} \cdot y' = \frac{x - y}{x + y}$	$x \cdot y' = \frac{x - 2y}{x + y}$	$y' = \frac{x + y}{y^2}$	$\frac{x}{y} \cdot y' = y$

2 Выполнение практических работ

Задания для практических работ, теоретический и методический материал для самостоятельного изучения и вопросы для собеседования представлены в методических указаниях к практическим занятиям.

Примеры заданий для практических работ

Раздел 1 Векторная и линейная алгебра

Тема 1.1 Определители, их свойства и вычисление.

1.Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 5 \end{vmatrix}$.

2. Решить по правилу Крамера систему:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 3z = 7 \\ 5y - z = 3 \end{cases}.$$

Тема 1.2 Матрицы и действия над ними

1. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 3x + 2z = 5 \\ 4x - 2y + 5z = 7 \end{cases}.$$

2. Выполнить действия с матрицами:

$$\begin{Vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 & -4 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \\ -2 & 0 \\ 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \\ -1 & 3 \\ 2 & -1 \end{Vmatrix}$$

Тема 1.3 Векторное и евклидово пространства

1. Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$.

2. Вычислить площадь треугольника с вершинами A(2, 2, 2), B(4, 0, 3), C(0, 1, 0).

3. Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной на грань BCD, если вершины имеют координаты A(0; 0; 1), B(2; 3; 5), C(6; 2; 3), D(3; 7; 2).

Раздел 2 Аналитическая геометрия

Тема 2.1 Прямая на плоскости

1. Даны точка A(-1,2) и вектор $\bar{n}$ =(3,5). Требуется 1) написать уравнение прямой, проходящей через точку A параллельно вектору $\bar{n}$; 2) написать уравнение прямой, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\bar{n}$; 3) определить угол между полученными прямыми.

2. Чему равно расстояние от начала координат до прямых. Вычислить расстояние между прямыми.

$$l_1 : \frac{x+2}{7} = \frac{y-1}{3}, \qquad l_2 : y = \frac{3}{7}x + 2.$$

Тема 2.2 Плоскость и прямая в пространстве

1. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 (2; 4; -3) и отсекающей на осях Ox, Oy и Oz отрезки, длины которых находятся в соотношении 2:3:5 соответственно.

2. Найти угол прямой $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ 2z = -3x + 2 \end{cases}$ с плоскостью 2x + y + z - 4 = 0.

Тема 2.3 Кривые и поверхности второго порядка

1. Найти центр и радиус сферы 1). $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 5y - 4z = 0$

2). $x^2 + y^2 + z^2 = 2az$. Построить изображение сфер.

2. Написать уравнение поверхности, образованной вращением эллипса

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$ вокруг оси Oz.

Раздел 3 Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 3.1 Непрерывность функции одной переменной

1. Дана функция $f(x) = \dfrac{3x+1}{3-2x^3}$. Найти $f(1-a), f\left(a^{-1}\right)$. При каком значении x функция не определена?

2. Найти $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{x^2+2x-8}{x^3-8}\right)$.

Тема 3.2 Производная и дифференциал функции одной переменной

1. Применяя правила и формулы дифференцирования, найти производную функции $f(x) = \arcsin\sqrt{x}\cdot e^{2x}$.

2. Найти значение $f'(x_0)$, если

$$f(x) = \ln\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}, x_0 = \pi/3$$

Тема 3.3 Экстремумы, точки перегиба и асимптоты графика функции одной переменной

1. Найти экстремумы функции $y=2x+3\cdot\sqrt[3]{x^2}$.

2. Найти экстремумы функции $y=x\cdot\log_7 x$.

Раздел 4 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 4.1 Функция нескольких переменных, её дифференцируемость

1.Найти полный дифференциал сложной функци $z = u^2 + v^3; u = x^2 \sin y; v = x^3 e^y$

2. $z = x^2 y + y^3$. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

Тема 4.2 Экстремум функции двух переменных, необходимые и достаточные условия экстремума

1. Исследовать на экстремум функцию $z = 2x^2 - xy + 3y^2 - 2x - 11y + 1$.

2. Из данного куска жести площадью $2a$ нужно сделать закрытую коробку в форме параллелепипеда, имеющую наибольший объем.

Тема 4.3 Градиент и производная по направлению функции нескольких переменных

1. С какой наибольшей скоростью может возрастать функция $u(P) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2 + 1}$ при переходе точки $P(x, y, z)$ через $(\cdot)\ P_0(-1,2,-2)$?

2. $u = z^2 e^{x+y^2}$. Найти $\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y \partial z}$

Раздел 5 Неопределенный интеграл

Тема 5.1 Первообразная и неопределенный интеграл

1.Найти интеграл $\int \left(5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 1\right) dx$

2.Найти интеграл

$\int \frac{2x \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} dx$

Тема 5.2 Основные методы интегрирования

1.Пользуясь методом замены переменной найти интеграл

$\int \frac{dx}{\sqrt{(3x-1)^3}}$

2. Используя формулу интегрирования по частям, найти интеграл $\int \arcsin x dx$

Тема 5.3 Интегрирование рациональных функций

1. Проинтегрировать дробь $\frac{x-4}{(x+1)(x-2)}$.

2. Найти интеграл $\int \frac{1+x}{\sqrt[3]{2x-3}}dx$.

Тема 5.4 Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций

1. Найти интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{x(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})}dx$.

2. Найти интеграл $\int \sin^4 x\cos^3 xdx$.

Раздел 6 Определенный интеграл

Тема 6.1 Понятие определенного интеграла, его свойства, вычисление

1. Вычислить определенный интеграл $\int_1^2 3x^2dx$.

2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi/2} \cos xdx$.

3. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi/4} \mathrm{tg}^2 xdx$.

Тема 6.2 Приложения определенного интеграла

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=-x$, $y=2-x^2$.

2. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси *Ox* фигуры, ограниченной линиями $y=0$, $y=\sin x$, $0\le x\le\pi$ (рис. 10).

Тема 6.3 Несобственные интегралы

1. Найти интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}$

2.Найти интеграл

$$I=\int_0^{+\infty} xe^{-x}dx.$$

Раздел 7 Обыкновенные дифференциальные уравнения;

Тема 7.1 Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решений

1. Найти общий интеграл уравнения $xdx + ydy = 0$.
2. Решить дифференциальное уравнение $(x^2 + y^2)dx = 2xydy$.
3. Найти общий интеграл уравнения $\frac{dy}{dx} - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^2$.

Тема 7.2 Дифференциальные уравнения порядка выше первого

1.Найти общий интеграл уравнения $y'' = \sin kx$.
2.Найти общее решение уравнения $y'' - 8y' + 16y = 0$.

Тема 7.3 Комплексные числа и действия над ними

1. Для данного комплексного числа $(3 + \sqrt{2}i)^{-2}(-4 + 5i)^3$ найти модуль.

2. Вычислить $\sqrt[3]{z}$, если $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ задано, изобразить найденные решения на комплексной плоскости.

Тема 7.4 Методы решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами

1. Решить дифференциальное уравнение $y'' + y' - 2y = 0$.
2. Найти общий интеграл уравнения $y'' + 2y' + 5y = 0$.
3. Решить уравнение $y'' + 9y = 0$.

Тема 7.5 Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и задач для них

1. Найти общее решение уравнения $y'' + 4y' + 3y = x$.
2. Решить дифференциальное уравнение $y'' + 2y' + 5y = 2\cos x$.

3 Вопросы и задания для промежуточного контроля знаний обучающихся

Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации (1 семестр)

16. Определители 2-го и 3-го порядков. Миноры и алгебраические дополнения. Понятия об определителях n-го порядка. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.
17. Матрицы и действия над ними. Ранг матрицы. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений матричным методом.

18. Геометрические и свободные векторы. Линейные операции над векторами. Модуль (длина) вектора. Угол между векторами. Проекция вектора на ось. Основные свойства проекций.
19. Прямоугольный декартов базис. Координаты вектора. Проекция вектора, заданного координатами начала и конца. Единичный вектор. Направляющие косинусы вектора.
20. Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения.
21. Векторное произведение, его свойства и приложения.
22. Смешанное произведения векторов, его свойства и приложения.
23. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Векторное уравнение прямой на плоскости. Нормальный вектор прямой. Общее уравнение прямой на плоскости.
24. Направляющий вектор прямой. Каноническое уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через две точки. Уравнение прямой в отрезках.
25. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.
26. Канонические формы уравнений эллипса, гиперболы и параболы, их вывод. Свойства эллипса, гиперболы и параболы.
27. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку, перпендикулярно заданному вектору. Общее уравнение плоскости и его исследование. Уравнения плоскости в отрезках и уравнение плоскости, проходящей через три точки.
28. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Точка пересечения трех плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.
29. Векторное уравнение прямой в пространстве. Общие уравнение прямой. Канонические и параметрические уравнения прямой. Переход от общих уравнений прямой к ее каноническим уравнениям. Уравнение прямой проходящей через две заданные точки.
30. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве, а также прямой и плоскости. Точка пересечения прямой и плоскости.
31. Определение функции. Область определения и область значений функции. Способы задания функций.
32. Предел функции. Определение предела в различных случаях. Свойства пределов.
33. Бесконечно малые и бесконечно большие величины и их свойства.
34. Первый и второй замечательные пределы.
35. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Три условия непрерывности. Точки разрыва.
36. Определение производной. Левая и правая производные. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной и уравнение нормали к кривой. Механический смысл производной.
37. Правила дифференцирования суммы, произведения, частного.
38. Сложная функция. Производная сложной функции. Неявная функция. Производная неявной функции.
39. Обратная функция. Производная обратной функции. Параметрически заданная функция. Производная функции, заданной параметрически.

40. Определение дифференциала. Дифференциал суммы, произведения, частного.
41. Производные и дифференциалы высших порядков
42. Теорема Коши. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей.
43. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функций.
44. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
45. Частные производные функции двух переменных.

Задачи к экзамену для промежуточной аттестации (1 семестр)

1. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x+4y+2z=8, \\ 2x-y-3z=-4, \\ x+5y+z=0. \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x-y-z=4, \\ 3x+4y-2z=11, \\ 3x-2y+4z=11. \end{cases}$$

3. Через точку $M(2;5)$ прямая проходит так, что ее отрезок, заключенный между осями координат, делится в этой точке пополам. Запишите уравнение этой прямой.

4. Составьте уравнения катетов прямоугольного равнобедренного треугольника, зная уравнение гипотенузы $2x+3y-5=0$ и вершину прямого угла $C(2;-1)$.

5. Через вершины треугольника $A(-1;2), B(3;-1)$ и $C(0;4)$ проведены прямые параллельно противолежащим сторонам. Составьте их уравнения.

6. Составьте каноническое уравнение гиперболы, заданной уравнением $9x^2-16y^2=144$. Найдите координаты ее фокусов, эксцентриситет и уравнения асимптот. Что характеризует величина эксцентриситета данной гиперболы?

7. Найдите вектор $\overline{x}$, перпендикулярный к векторам $\overline{a}=(2;-3;1)$ и $\overline{b}=(1;-2;3)$ и удовлетворяющий условию $\overline{x}\cdot\overline{c}=10$, если $\overline{c}=\overline{i}+2\overline{j}-7\overline{k}$.

8. Докажите, что точки $A(2;-1;-1), B(1;2;1), C(2;3;0)$ и $D(1;6;2)$ лежат в одной плоскости.

9. Составьте уравнение плоскости, проходящей через прямую $x = 2t + 1, y = -3t + 2, z = 2t - 3$ и точку $M(2; -2; 1).$

10. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$ перпендикулярно к плоскости $6x + y + 5z - 1 = 0$.

11. Найдите расстояние от точки $A(1;1;3)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(5;2;3), M_2(2;2;1)$ и $M_3(4;1;6).$

12. Вычислите объем и высоту треугольной пирамиды $ABCD$, опущенную из вершины D, если заданы вершины пирамиды $A(1;1;1), B(2;0;2), C(2;2;2), D(3;4;-3).$

13. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;1;4)$ и перпендикулярной к прямой $\begin{cases} x + y - z = 0, \\ 2x - y + 2 = 0. \end{cases}$

14. Исследуйте функцию $y = \frac{4}{x}$ на монотонность, ограниченность, четность или нечетность, периодичность; изобразите график функции

15. Вычислите пределы, используя преобразования функций и замечательные пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x-2}{x^2-4}$; б) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{x-4}{x^2+x-20}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{x+1}$.

16. Найдите производные функции от заданных функций:

а) $y = \sqrt[3]{\cos\frac{x}{2}}$; б) $u = \frac{2}{3}\cos(3t + 1)$; в) $y = \frac{x}{\ln x}.$

17. Исследуйте функцию на непрерывность, укажите тип точек разрыва. Постройте графики функции $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, x < 2; \\ 4 - x, 2 \le x < \pi; \\ tgx, x \ge \pi. \end{cases}$

18. Составьте уравнение касательной к кривой, заданной параметрически $x = \sin t, y = \cos 2t,$ в точке, заданной значением параметра $t_o = \frac{\pi}{6}.$

19. Найти и изобразить на плоскости область определения функции двух переменных $z=\sqrt{1-\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}}$.

20. Изобразить линии уровня данной функции $z=\sqrt{1-\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}}$.

21. Найти частные производные $z=\frac{xy}{x+y}$.

22. Найти частные производные функции двух переменных $z=\ln(x+\ln y)$.

23. Найти значение полного дифференциала функции $z=x+y-\sqrt{x^2+y^2}$ при $x=3,\ y=4,\ \Delta x=0{,}1,\ \Delta y=0{,}2$.

24. Найти производную функции $z=\operatorname{arctg} xy$ в точке $M(1;1)$ в направлении биссектрисы первого координатного угла.

25. Найти производную функции $z=x^3-3x^2y+3xy^2+1$ в точке $M(3;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(6;5)$.

26. Найти градиент заданной функции в указанной точке $z=\frac{xy}{x+y}$, $M(2;\ 2)$.

27. Найти градиент заданной функции в указанной точке $z=xy-\sqrt{x^2+y^2}$, $M(0;4)$.

28. Найти градиент заданной функции $u=x^3+y^3+z^3$.

29. Найти градиент заданной функции $z=\ln\left(x^2+y^2\right)-\operatorname{arctg}\frac{y}{x}$.

30. Найти градиент заданной функции $z=x^2-xy^2+y^3-2x+2y-3$.

Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации (2 семестр)

1) Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.
2) Метод замены в неопределенном интеграле.
3) Метод интегрирования по частям.
4) Интегрирование рациональных дробей.
5) Интегрирование иррациональных функций.
6) Интегрирование тригонометрических функций.
7) Геометрический и физический смыслы определенного интеграла, его основные свойства. Вычисление определенного интеграла.
8) Интегрирование по частям и метод замены в определенном интеграле.
9) Применение определенного интеграла к вычислению площади.
10) Применение определенного интеграла к вычислению объема тела вращения.
11) Применение определенного интеграла к вычислению длины дуги кривой.

12) Применение определенного интеграла к вычислению площади поверхности тела вращения.

13) Применение определенного интеграла к вычислению центра масс плоской фигуры.

14) Несобственный интеграл первого рода.

15) Несобственный интеграл второго рода.

16) Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Задача Коши.

17) Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

18) Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.

19) Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

20) Уравнение Бернулли.

21) Дифференциальные уравнения первого порядка в полныхдифференциалах.

22) Дифференциальные уравнения второго порядка. Общее и частное решения. Задача Коши.

23) Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.

24) Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения. Фундаментальная система решений.

25) Экспоненциальный метод решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

26) Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Теорема о структуре общего решения.

27) Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

28) Метод вариации произвольных постоянных для решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка.

29) Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Общее и частное решения. Задача Коши.

30) Метод исключения для системы двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами.

Задачи к экзамену для промежуточной аттестации (2 семестр)

1. Вычислите неопределенные интегралы

а) $\int \sqrt[3]{x^3-6}x^2dx$, б) $\int xe^{x^2}dx$, в) $\int \frac{dx}{\sqrt{3-(4x+2)^2}}$, г) $\int x^2e^{2x}dx$,

д) $\int \arcsin x dx$, е) $\int \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx$, ж) $\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt[4]{e^x+1}}$, з) $\int \ln(x^2+1) dx$,

и) $\int \frac{x^3+1}{x^2+2x} dx$, к) $\int \frac{dx}{x^3-1}$, м) $\int \frac{2x+1}{(x^2+x)^2} dx$, н) $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x+1, x-y-1=0.$

3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: $y = \ln x, y = 0, x = e.$

4. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 (e^x-1)^4 e^x dx.$

5. Исследовать сходимость несобственных интегралов:

а) $\int_0^{+\infty} \frac{1+x^2}{1+x^4} dx$, б) $\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$, в) $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$.

6. Найти дифференциальное уравнение, для которого семейство линий $y^2 = 2cx$ является общим решением.

7. Проверить, является ли функция $y = 2e^{-\frac{1}{x^2}}$ решением дифференциального уравнения $y' x^3 = 2y.$

8. Решить уравнение $xy' = y + x \sin \frac{y}{x}.$

9. Решить уравнение $y'x + y = -xy^2.$

10. Решить уравнение $y'' \operatorname{tg} y = 2y'^2.$

11. Решить уравнение $y'' - y' = e^{-x}.$

12. Решить уравнение $y'' + y = 0.$

13. Решить уравнение $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$.

14. Решить уравнение $y'' + y' = e^x.$

15. Решить задачу Коши $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}, \quad y(0) = 1.$

16. Решить уравнение $xyy' = 1 - x^2.$

17. Решить дифференциальное уравнение $y' + 2y = 4x.$

18. Решить уравнение $xy' - \frac{y}{x+1} = x.$

19. Решить уравнение $x^2 dy + (3 - 2xy) dx = 0.$

20. Решить уравнение $y'' = 2yy'.$

21. Решить уравнение $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}.$

22. Решить задачу Коши $y' = y + x, \quad y(0) = 1.$
23. Решить уравнение $y'' + 2y' + y = 9e^{2x}.$
24. Решить уравнение $y'' - y = 5e^{x}.$
25. Решить задачу Коши для ДУ2, $y'' + 4y' + 29y = 0; \; y(0) = 0, y'(0) = 15.$
26. Найти общее решение ДУ1 $y' - 2xe^{3y} = 4e^{3y}.$
27. Найти частное решение $(1 + y^2)dx - xydy = 0, \; y(1) = 0.$
28. Найти частное решение $y'' + 4y = \cos 2x, \; y(0) = y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$
29. Найти общее решение $y'' + 4y' - 5y = 0$
30. Найти общее решение $y^{IV} - 13y'' + 36y = 0$.