Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор института
информационных технологий и
автоматизированных систем
_____ А.В. Зимин
подпись
«____» _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Методы оптимизации

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
(направленность (профиль): «Математическое моделирование и интеллектуальный анализ данных»)

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная форма

Срок обучения: 4 года

Год начала подготовки 2026

Новокузнецк
2026

СибГИУ
Подлинник электронного документа хранится в системе электронного согласования документов СибГИУ
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭП
Сертификат: daba56d7b892efca3bf5c04ed0251c98b19b099c
Владелец: Директор ИИТиАС Зимин Алексей Валерьевич
Действителен: с 15 января 2025 г. по 10 апреля 2026 г.
Дата и время: 08-04-2026 12:28:03 ПРОВЕРИТЬ ПОДПИСЬ

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:

– изучение обучающимся основных понятий и методов линейного и выпуклого программирований, оптимизации в условиях неопределённости постановки задачи, вариационных задач управления системами;
– формирование математических навыков обучающегося умениями, необходимыми для анализа и моделирования объектов профессиональной деятельности;
– стимулирование у обучающегося стремления к постоянному углублению своих математических знаний.

Задачами учебной дисциплины являются:

– формирование у обучающихся знаний, умений и навыков решения основных и двойственных задач линейного программирования, постановки и решения задач выпуклого программирования, теории игр, модели управляемой системы с критерием оптимальности в форме интегрального функционала;
– пополнение фундаментальных математических знаний, необходимых для формирования профессиональных компетенций;
– выработка у обучающихся умений применять методы математического программирования, теории игр и вариационных постановок задач управления динамическими системами в исследовательской деятельности.

2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам обязательной части **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Учебная дисциплина базируется на предварительном усвоении обучающимися учебных дисциплин:

– Математика;
– Специальные главы математики;
– Теория вероятностей и математическая статистика;
– Численные методы решения инженерных задач.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:

– Вариационное исчисление;
– Теория прогнозирования.

3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– Общепрофессиональные компетенции

Наименование категории (группы) ОПК	Код и наименование ОПК	Код и наименование индикатора достижения ОПК	Планируемые результаты обучения
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Применяет классические математические модели для решения прикладных задач	– знать: классические математические модели для решения прикладных оптимизационных задач . – уметь: выбирать и применять математические модели, необходимые для решения прикладных оптимизационных задач.
		ОПК-3.2 Модифицирует математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	– знать: способы модификации типовых математических моделей, применяемых для решения оптимизационных задач в области профессиональной деятельности. – уметь: модифицировать математические модели для адаптации их к решению оптимизационных задач в области профессиональной деятельности .
		ОПК-3.3 Решает задачи, относящиеся к области профессиональной	– знать: методы решения оптимизационных задач, относящихся к области

		деятельности, с применением математических моделей	профессиональной деятельности, с применением математических моделей . – уметь: выбирать подходящие методы и применять их для решения оптимизационных задач, относящихся к области профессиональной деятельности, с применением математических моделей .

4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (лабораторные работы, коллоквиумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся. Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

Объем учебной дисциплины

Семестр / курс		***ИТОГО***	***7 семестр***	***8 семестр***
Форма промежуточной аттестации			*зачет*	*экзамен*
Трудоёмкость	*академ. час.*	***252***	*144*	*108*
	зачетных единиц	***7***	*4*	*3*
Лекции, *академ. час.*		***34***	*16*	*18*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Лабораторные работы, *академ. час.*		***68***	*32*	*36*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Практические занятия, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Курсовая работа / проект, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Консультации, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Самостоятельная работа, *академ.*		***123***	*87*	*36*

час.			
в форме практической подготовки	***0***	*0*	*0*
Контроль, *академ. час.*	***27***	*9*	*18*
в форме практической подготовки	***0***	*0*	*0*

Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Линейное программирование;

Тема 1.1 Общая постановка задачи линейного программирования (Основные понятия. Примеры задач линейного программирования. Геометрическая интерпретация и графическое решение задачи линейного программирования);

Тема 1.2 Симплексный метод решения задач линейного программирования (Матричная реализация симплекс-метода. Геометрическая интерпретация симплексного метода. Симплексные таблицы. Метод искусственного базиса);

Тема 1.3 Двойственные задачи линейного программирования (Постановка двойственных задач линейного программирования. Каноническая форма основной и двойственной задач. Первая теорема двойственности. Вторая теорема двойственности. Решения двойственных задач линейного программирования);

Тема 1.4 Транспортная задача (Понятие транспортной задачи. За-крытая и открытые модели транспортной задачи. Методы нахождения опорного и оптимального планов закрытой транспортной задачи);

Тема 1.5 Задача целочисленного линейного программирования (Решение задач целочисленного линейного программирования графическим методом. Решение задач целочисленного линейного программирования методом Гомори);

Раздел 2 Выпуклое программирование;

Тема 2.1 Выпуклость области в евклидовом пространстве и функции векторного аргумента (Выпуклое множество D в точечном евклидовом пространстве . Выпуклость функции векторного аргумента. Критерий выпуклости – матрица Гессе. Условия Сильвестра);

Тема 2.2 Глобальные и локальные экстремумы функции векторного аргумента (Необходимые условия экстремума для функций, не обладающих свойством выпуклости (теорема Каруша-Куна-Таккера). Условие дополняющей нежёсткости. Частные случаи теоремы: теорема Куна-Такера, теорема Лагранжа);

Тема 2.3 Выпуклая задача линейного программирования (Выпуклость задачи и регулярность допустимой области: условия теоремы Каруша-Куна-Таккера не только необходимые, но и достаточные для существования точки глобального минимума функции. Метод множителей Лагранжа решения задачи выпуклого программирования);

Тема 2.4 Достаточные условия регулярности допустимой области (Условие Слейтера, условие независимости градиентов. Геометрический смысл условий Каруша-Куна-Таккера в задачах выпуклого программирования);

Тема 2.5 Приближённое решение задач выпуклого программирования (Методы спуска. Приближённое решение задач выпуклого программирования градиентным методом);

Раздел 3 Теория игр как модель оптимизации стратегий;

Тема 3.1 Понятия и задачи теории оптимизации (Факторы, операция, стратегии, критерий эффективности действий субъекта операции);

Тема 3.2 Гарантирующая оптимальная стратегия (Гарантирующая оптимальная стратегия субъекта операции и операции в целом. Игра двух лиц: поиск чистых, вероятностных, смешанных стратегий);

Тема 3.3 Стратегии в условиях частичной неопределённости (Выбор стратегий в условиях частичной неопределённости задачи оптимизации - критерии Лапласа, Вальда, Сэвиджа, Гурвица в матричной формулировке);

Тема 3.4 Принцип Беллмана многошагового управления (Модели многошагового управления динамической системой, принцип Беллмана оптимизации управления и его реализация);

Раздел 4 Вариационные методы оптимизации;

Тема 4.1 Интегральные функционалы (Конструкции интегральных функционалов. Определение глобального минимума функционала. Сильная и слабая метрики в пространстве функций – аргументов функционала. Локальный экстремум функционала);

Тема 4.2 Производная и дифференциал (первая вариация) функционала (Необходимое условие экстремума функционала – равенство нулю его первой вариации на экстремалях. Задача экстремума интегрального функционала с неподвижными концами кривой);

Тема 4.3 Перевод вариационной задачи в задачу Эйлера (Перевод вариационной задачи в задачу для дифференциального уравнения Эйлера. Частные случаи уравнения Эйлера. Регулярные задачи. Необходимое условие экстремума функционала в форме Лагранжа для регулярных задач. Гладкость экстремалей этих задач);

Тема 4.4 Необходимые условия экстремумов других типов (Необходимые условия экстремумов других типов интегральных функционалов - уравнения Эйлера-Пуассона, Эйлера-Остроградского. Разрешимость задач для них);

Тема 4.5 Достаточные условия экстремума функционала (Достаточные условия экстремума функционала в виде неравенств. Экстремумы интегральных функционалов относительно кривых со

скользящими концами. Вариационные задачи на условный экстремум. Изопериметрическая задача. Задача Лежандра);

Раздел 5 Оптимизация управления системами;

Тема 5.1 Динамическая модель управляемой системы (Построение динамической модели управляемой системы - вектор состояния, вектор управления, цель управления, критерий оптимальности в форме интегрального функционала);

Тема 5.2 Необходимое условие оптимальности (Функция Гамильтона. Решение сопряжённой системы. Необходимое условие оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина);

Тема 5.3 Траектории линейной системы в выпуклом многограннике (Траектории, удовлетворяющие условию общего положения - принципу максимума Понтрягина для функции Гамильтона как достаточному условию оптимальности управления; равенство нулю функции Гамильтона выполняется автоматически);

Тема 5.4 Линии переключения управляющих решений (Построение линий переключения управляющих решений. Задача синтеза оптимальных управлений);

Раздел 6 Гарантирующее планирование в условиях неопределенности;

Тема 6.1 Формализация проблемы гарантирующего управления (Основные понятия проблемы гарантирующего управления. Принцип гарантированного результата);

Тема 6.2 Методы построения оптимальных гарантирующих планов (Сведение к задаче математического программирования. Сведение к максимину без ограничений методом Лагранжа. Сравнение с идеальным управлением);

Тема 6.3 Гарантирующее планирование для динамических систем в непрерывном времени (Сведение к задаче оптимального управления без возмущений. Решение результирующей задачи. Численное построение допустимых гарантирующих планов);

Тема 6.4 Гарантирующее пошаговое управление для динамических систем в дискретном времени (Сочетание метода динамического программирования с принципом гарантированного результата).

5 Перечень тем лекций

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лекций**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	Линейное программирование		
Тема 1.1; Тема 1.2.	Постановка задачи линейного	2	

	программирования, Симплексный метод решения задач линейного программирования		
Тема 1.3.	Двойственные задачи линейного программирования	2	
Тема 1.4.	Транспортная задача	2	
Тема 1.5.	Задача целочисленного линейного программирования	2	
Раздел 2.	Выпуклое программирование		
Тема 2.1; Тема 2.2.	Выпуклость области в евклидовом пространстве и функции векторного аргумента, Глобальные и локальные экстремумы функции векторного аргумента	2	
Тема 2.3.	Выпуклая задача линейного программирования	2	
Тема 2.4; Тема 2.5.	Достаточные условия регулярности допустимой области, Приближённое решение задач выпуклого программирования	2	
Раздел 3.	Теория игр как модель оптимизации стратегий		
Тема 3.1; Тема 3.2.	Понятия и задачи теории оптимизации, Гарантирующая оптимальная стратегия	2	
Тема 3.3; Тема 3.4.	Стратегии в условиях частичной неопределённости, Принцип Беллмана оптимизации управления	2	
Раздел 4.	Вариационные методы оптимизации		
Тема 4.1.	Интегральные функционалы	2	
Тема 4.2.	Производная и дифференциал функционала	2	
Тема 4.3.	Перевод вариационной задачи в задачу Эйлера	2	
Тема 4.4; Тема 4.5.	Необходимые условия экстремумов других типов, Достаточные условия экстремума функционала	2	

Раздел 5.	Оптимизация управления системами		
Тема 5.1; Тема 5.2.	Динамическая модель управляемой системы, Необходимое условие оптимальности	2	
Тема 5.3; Тема 5.4.	Траектории линейной системы в выпуклом многограннике, Линии переключения управляющих решений	2	
Раздел 6.	Гарантирующее планирование в условиях неопределенности		
Тема 6.1; Тема 6.2.	Формализация проблемы гарантирующего управления, Методы построения оптимальных гарантирующих планов	2	
Тема 6.3; Тема 6.4.	Гарантирующее планирование для динамических систем в непрерывном времени, Гарантирующее пошаговое управление для динамических систем в дискретном времени	2	
Итого:		**34**	**0**

6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы практических занятий (семинаров)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

7 Перечень тем лабораторных работ

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лабораторных работ**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	Линейное программирование		
Тема 1.1.	Общая постановка задачи линейного программирования	2	
Тема 1.2.	Симплексный метод решения задач линейного программирования	2	

Тема 1.3.	Двойственные задачи линейного программирования	4	
Тема 1.4.	Транспортная задача	4	
Тема 1.5.	Задача целочисленного линейного программирования	4	
Раздел 2.	Выпуклое программирование		
Тема 2.1.	Выпуклость области в евклидовом пространстве и функции векторного аргумента	2	
Тема 2.2.	Глобальные и локальные экстремумы функции векторного аргумента	2	
Тема 2.3.	Выпуклая задача линейного программирования	4	
Тема 2.4.	Достаточные условия регулярности допустимой области	2	
Тема 2.5.	Приближённое решение задач выпуклого программирования	2	
Раздел 3.	Теория игр как модель оптимизации стратегий		
Тема 3.1.	Понятия и задачи теории оптимизации	2	
Тема 3.2.	Гарантирующая оптимальная стратегия	2	
Тема 3.3.	Стратегии в условиях частичной неопределённости	2	
Тема 3.4.	Принцип Беллмана многошагового управления	2	
Раздел 4.	Вариационные методы оптимизации		
Тема 4.1.	Интегральные функционалы	4	
Тема 4.2.	Производная и дифференциал (первая вариация) функционала	4	
Тема 4.3.	Перевод вариационной задачи в задачу Эйлера	4	
Тема 4.4.	Необходимые условия экстремумов других типов	2	
Тема 4.5.	Достаточные условия экстремума функционала	2	
Раздел 5.	Оптимизация управления системами		

Тема 5.1.	Динамическая модель управляемой системы	2	
Тема 5.2.	Необходимое условие оптимальности	2	
Тема 5.3.	Траектории линейной системы в выпуклом многограннике	2	
Тема 5.4.	Линии переключения управляющих решений	2	
Раздел 6.	Гарантирующее планирование в условиях неопределенности		
Тема 6.1.	Формализация проблемы гарантирующего управления	2	
Тема 6.2.	Методы построения оптимальных гарантирующих планов	2	
Тема 6.3.	Гарантирующее планирование для динамических систем в непрерывном времени	2	
Тема 6.4.	Гарантирующее пошаговое управление для динамических систем в дискретном времени	2	
Итого:		**68**	**0**

8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы курсовых работ (проектов)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

9 Виды самостоятельной работы

№ раздела / темы дисциплины	**Виды самостоятельной работы**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к лабораторной работе; 3. Прохождение тестирования.	27	
Раздел 2.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к	30	

	лабораторной работе; 3. Прохождение тестирования.		
Раздел 3.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к лабораторной работе; 3. Прохождение тестирования.	30	
Раздел 4.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к лабораторной работе; 3. Прохождение тестирования.	12	
Раздел 5.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к лабораторной работе; 3. Прохождение тестирования.	12	
Раздел 6.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к лабораторной работе; 3. Прохождение тестирования.	12	
Контроль	*Подготовка к экзамену*	18	
Контроль	*Подготовка к зачёту*	9	
Итого:		**150**	**0**

10 Матрица компетентностных задач по учебной дисциплине

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Контролируемые компетенции	Оценочные средства
Раздел 1.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на лабораторной работе; 3. Тестовые задания
Раздел 2.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на лабораторной работе; 3. Тестовые задания
Раздел 3.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на лабораторной работе; 3. Тестовые задания
Раздел 4.	ОПК-3	1. Вопросы для устного

		обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на лабораторной работе; 3. Тестовые задания
Раздел 5.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на лабораторной работе; 3. Тестовые задания
Раздел 6.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на лабораторной работе; 3. Тестовые задания
Зачет.	ОПК-3	1. Вопросы к зачету
Экзамен.	ОПК-3	1. Вопросы к экзамену

11 Входной контроль

11.1 Цель входного контроля – определить начальный уровень подготовленности обучающихся и выстроить индивидуальную траекторию обучения. В условиях личностно-ориентированной образовательной среды результаты входного оценивания обучающегося используются как начальные значения в индивидуальном профиле академической успешности обучающегося.

11.2 Описание оценочных средств

Форма проведения входного контроля – индивидуальный или фронтальный устный опрос. В ходе проведения входного контроля обучающимся предлагается ответить на вопросы по материалу, изученному в процессе освоения ООП ВО.

Шкала оценивания устных ответов обучающихся

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– сопровождение ответа примерами (учитывается умение грамотно и с пользой применять фактический материал для подкрепления теоретического при устном ответе);

– рациональность использования времени, отведенного на ответ (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценку «зачтено» получает обучающийся, если он при собеседовании обнаруживает знание и понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе и самостоятельно составленные; при ответе на вопросы излагает материал последовательно и правильно, полно и аргументировано отвечает по содержанию задания; рационально использует время, отведенное на ответ.

Оценку «не зачтено» получает обучающийся, который не рационально использует время, отведенное на ответ; обнаруживает незнание ответа на соответствующий вопрос; допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл; беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «не зачтено» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые требуют проведения дополнительных индивидуальных консультаций.

Вопросы для входного контроля знаний обучающихся приведены в приложении.

12 Текущий контроль

12.1 Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) обучающихся. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины и позволяет оценить степень освоения изученного материала.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе педагогического работника, в том числе посредством использования СУО СибГИУ.

Формы проведения текущего контроля – вопросы для устного обсуждения (опроса); наблюдение за работой на лабораторной работе; тестовые задания.

12.2 Описание оценочных средств

Шкалы оценивания (методики оценки)

12.2.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов обучающихся

С целью контроля и подготовки обучающихся к изучению новой темы в начале занятия лекционного типа (лекции) педагогическим

работником проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущего раздела (темы).

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается умение грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);

– использование дополнительного материала (обязательное условие);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:

– полно и аргументировано отвечает по содержанию задания;

– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе самостоятельно составленные;

– излагает материал последовательно и правильно.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

– излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

– не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

– излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка

«неудовлетворительно» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала.

12.2.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования обучающихся

Тестирование проводится по изученным разделам (темам) учебной дисциплины для выявления уровня знаний и умений обучающегося, мотивирования обучающегося к активизации самостоятельной работы по усвоению учебного материала, выявления и устранения пробелов в знаниях, повышения дисциплины и организации учебной деятельности обучающегося.

Тестирование проводится в СУО СибГИУ в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся. Для тестирования используются вопросы из базы типовых тестовых заданий по изученным разделам (темам) учебной дисциплины. Обучающийся выбирает один ответ из предложенных вариантов ответа. В случае выбора неправильного ответа обучающийся получает за данный вопрос 0 баллов; в случае правильного ответа – 1 балл.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Максимальный балл	Проходной балл	Оценка
100%	не менее 50%	зачтено
49%	-	не зачтено

12.2.3 Рекомендации по оцениванию в процессе наблюдения за работой на лабораторном занятии

Наблюдение за работой на лабораторном занятии – важнейший компонент контроля деятельности обучающихся и качества их обучения.

Критерии оценки в процессе наблюдения за работой на лабораторном занятии:

– самостоятельность выполнения задания и работы с методическими указаниями (учитывается работа в течение занятия, быстрота и способность нахождения в методических указаниях нужной информации);

– правильность выполнения работы (учитывается последовательность выполняемых действий, умение работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения работы с учетом индивидуальных особенностей обучающихся);

– активность обучающегося при выполнении лабораторной работы (учитывается индивидуальная работа и работа в группе).

Критерии оценки по результатам наблюдения за работой на лабораторном занятии

Наименование параметра оценки	Максимальное количество баллов
Самостоятельно выполняет задания; умеет работать с методическими указаниями.	2,5
Указанные в методических указаниях действия выполняет в правильной последовательности; умеет работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники.	1,25
Рационально использует время, отведенное на задание; проявляет активность при выполнении лабораторной работы.	1,25
Итого	**5**

Максимальное количество – 5 баллов соответствует оценке «отлично», 4 балла – «хорошо», 3 балла – «удовлетворительно», 2 балла – «неудовлетворительно».

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины приведены в приложении.

13 Промежуточная аттестация

13.1 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по учебной дисциплине предназначены для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения учебной дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяют определить качество усвоения изученного материала.

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по учебной дисциплине является: зачет; экзамен.

Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся включают: вопросы к зачету; вопросы к экзамену.

13.2 Оценивание обучающегося на зачете

Оценка	Требования к знаниям
зачтено	Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если он твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения, а также имеет достаточно полное представление о значимости знаний по учебной дисциплине.
не зачтено	Оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «не зачтено» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

13.3 Оценивание обучающегося на экзамене

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

Задания и вопросы для промежуточной аттестации обучающихся приведены в приложении.

14 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

а) литература:

1 Токарев, В. В. Методы оптимизации : учебное пособие для вузов / В. В. Токарев. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 440 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-04712-7. – URL: https://urait.ru/bcode/514986 (дата обращения: 30.03.2026);

2 Палий, И. А. Линейное программирование : учебное пособие для вузов / И. А. Палий. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 175 с. – ISBN 978-5-534-04716-5. – URL: https://urait.ru/bcode/514977 (дата обращения: 30.03.2026);

3 Методы оптимизации : учебник и практикум для вузов / Ф. П. Васильев, М. М. Потапов, Б. А. Будак, Л. А. Артемьева ; под редакцией Ф. П. Васильева. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 375 с. – ISBN 978-5-9916-6157-7. – URL: https://urait.ru/bcode/511303 (дата обращения: 30.03.2026);

4 Гончаров, В. А. Методы оптимизации : учебное пособие для вузов / В. А. Гончаров. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 191 с. – ISBN 978-5-9916-3642-1. – URL: https://urait.ru/bcode/530446 (дата обращения: 30.03.2026);

5 Сухарев, А. Г. Методы оптимизации : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 367 с. – ISBN 978-5-9916-3859-3. – URL: https://urait.ru/bcode/507818 (дата обращения: 30.03.2026);

6 Кудрявцев, К. Я. Методы оптимизации : учебное пособие для вузов / К. Я. Кудрявцев, А. М. Прудников. – 2-е изд. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 140 с. – ISBN 978-5-534-08523-5. – URL: https://urait.ru/bcode/494520 (дата обращения: 30.03.2026);

7 Кочегурова, Е. А. Теория и методы оптимизации : учебное пособие для вузов / Е. А. Кочегурова. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 133 с. – ISBN 978-5-534-10090-7. – URL: https://urait.ru/bcode/490136 (дата обращения: 30.03.2026).

б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 –]. – URL: http://libr.sibsiu.ru. – URL: https://libr.sibsiu.ru;

2 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 –]. – URL: http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp;

3 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 –]. – URL: http://www.studentlibrary.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

4 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Единая профессиональная база знаний для технических вузов - Издательство Лань" ЭБС»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 –]. – URL: http://e.lanbook.com. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 –]. – URL: https://urait.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

6 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 –]. – URL: https://biblioclub.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: http://www.biblioclub.ru;

7 Электронная библиотека УМЦ ЖДТ : [коллекция «Эксплуатация железных дорог»] / ФГБУ ДПО «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте». – Москва, [2013 –]. – URL: https://umczdt.ru/books/. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

8 НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU : база данных / ООО «НЭБ». – Москва, [200 –]. – URL: http://elibrary.ru. – Режим доступа: по подписке;

9 Электронные периодические издания ИВИС : универсальная база данных / ООО «ИВИС». – Москва, [200 –]. – URL: http://eivis.ru. – Режим доступа: по подписке.

в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– 7-Zip;
– Adobe Acrobat Reader;
– Astra Linux Special Edition;
– Kaspersky Endpoint Security;
– Mathcad;
– Maxima;
– Microsoft Office;
– Microsoft Windows;
– OnlyOffice;
– WinRAR;
– Р7-Офис.

г) базы данных и информационно-справочные системы:

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

15 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том числе:

- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным проектором;
- учебную аудиторию для проведения занятий семинарского типа (лабораторных работ);
- учебную аудиторию для выполнения курсовых работ;
- учебную аудиторию (помещения) для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Составитель(и):

заведующий кафедрой Павлова Лариса Дмитриевна (кафедра прикладной математики и информатики);

профессор Маркидонов Артем Владимирович (кафедра прикладной математики и информатики).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры.

Согласована:

зав. кафедрой информатики
и общетехнических дисциплин КГПИ КемГУ
к.пед.н., доцент  И.В. Сликишина

Приложение

Вопросы для входного контроля знаний обучающихся

1 Непрерывность функции одной переменной в точке.

2 Условие непрерывности функции в точке.

3 Непрерывность функции на множестве.

4 Свойства непрерывных в точке функций.

5 Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.

6 Понятие производной функции одной переменной в точке. Условие существования производной в точке.

7 Геометрический и механический смысл производной функции одной переменной.

8 Приближённые вычисления с помощью дифференциала. Геометрический смысл дифференциала.

9 Дифференцирование функции, заданной параметрически.

10 Формулы Тейлора для функции одной и нескольких переменных.

11 Понятия локального минимума и максимума функции одной переменной.

12 Необходимое и достаточные условия существования

экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

13 Понятия выпуклости вверх и выпуклости вниз функции на интервале. Достаточное условие выпуклости функции.

14 Функция нескольких переменных, её область определения.

15 Нахождение условного экстремума функции нескольких переменных с помощью функции Лагранжа.

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины

Раздел 1. Линейное программирование

1 Устный опрос на лекции

Перечень вопросов для устного опроса:

1 Общая постановка задачи линейного программирования.

2 Геометрическая интерпретация и графическое решение задачи линейного программирования.

3 Постановка двойственных задач линейного программирования.

4 Каноническая форма основной и двойственной задач.

5 Первая и вторая теоремы двойственности.

6 Симплексные таблицы. Метод искусственного базиса

7 Понятие транспортной задачи.

8 Закрытая и открытые модели транспортной задачи.

9 Методы нахождения опорного и оптимального планов закрытой транспортной задачи.

10 Решение задач целочисленного линейного программирования графическим методом и методом Гомори.

3 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО
СибГИУ.

Перечень вопросов для тестирования:

1 Как называется транспортная задача, в которой количество единиц поставляемого товара равно количеству единиц потребляемого товара?

а) закрытая
б) открытая
в) прямая
г) обратная

2 Как называется метод, основная идея которого заключается в переходе от исходной квадратной матрицы стоимости к эквивалентной ей матрице с неотрицательными элементами и системой n независимых нулей, из которых никакие два не принадлежат одной и той же строке или одному и тому же столбцу?

а) Венгерский метод
б) Симплекс-метод
в) Метод Лагранжа
г) Метод Гомори
д) Метод Гаусса

3 Как называется теорема, которая позволяет определить оптимальное решение одной из пары двойственных задач по решению другой?

а) теорема равновесия
б) первая теорема двойственности
в) третья теорема двойственности
г) вторая теорема двойственности
д) теорема Куна-Такера

4 Какая сформулирована теорема: «Если одна из пары двойственных задач 1 и 2 разрешима, то разрешима и другая, причем значения целевых функций на оптимальных планах совпадают»?

а) теорема равновесия
б) первая теорема двойственности
в) третья теорема двойственности
г) вторая теорема двойственности
д) теорема Куна-Такера

5 Основное содержание симплексного метода включает в себя следующие этапы (допускается несколько ответов):

а) Указать способ нахождения начального опорного решения

б) Указать способ перехода от одного опорного решения к другому, на котором значение целевой функции ближе к оптимальному

в) Задать критерии, которые позволяют своевременно прекратить перебор решений на оптимальном решении или сделать заключение об отсутствии решения

г) Построить градиент целевой функции

д) Сместить параллельно линию уровня в направлении градиента

6 Модель задачи математического программирования включает: (допускается несколько ответов)

а) план задачи

б) целевую функцию

в) условия, накладываемые на неизвестные величины

г) область решений

д) линии уровня

7 Как называется допустимый план, доставляющий функции цели экстремальное значение?

8 Как называется метод целенаправленного перебора опорных решений задачи линейного программирования?

9 Как называются неизвестные, которые не входят в допустимый базис?

10 Установить порядок следования этапов алгоритма метода Гомори для полностью целочисленных задач:

а) Неравенство преобразуется в уравнение путем введения дополнительной неотрицательной переменной

б) Среди дробных чисел выбирается элемент с наибольшей дробной частью и составляется дополнительное ограничение

в) Решается задача линейного программирования без учета целочисленности

г) Полученная задача решается двойственным Симплекс-методом

Раздел 2. Выпуклое программирование

1 Устный опрос на лекции

Перечень вопросов для устного опроса:

1 Выпуклое множество D в точечном евклидовом пространстве.

2 Выпуклость функции векторного аргумента. Критерий выпуклости – матрица Гессе.

3 Необходимые условия экстремума для функций, не обладающих свойством выпуклости.

4 Условие дополняющей нежёсткости.

5 Выпуклость задачи и регулярность допустимой области.

6 Метод множителей Лагранжа решения задачи выпуклого программирования.

7 Достаточные условия регулярности допустимой области.

8 Необходимое и достаточное условия локального экстремума.

9 Метод покоординатного спуска.

10 Методы градиентного поиска.

3 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО
СибГИУ.

Перечень вопросов для тестирования:

1 Положительная определённость матрицы Гессе устанавливается:

а) по критерию Сильвестра

б) по теореме Куна-Такера

в) по теореме равновесия

г) по теореме Лагранжа

д) по методу Гомори

2 В выпуклой задаче область D обладает каким свойством в точке x*, если условия теоремы Каруша-Куна-Такера являются не только необходимыми, но и достаточными?

а) регулярности

б) выпуклости

в) замкнутости

г) открытости

д) линейности

3 Какие методы используются для численного решения задач безусловной многомерной минимизации? (допускается несколько ответов)

а) метод покоординатного спуска

б) метод дробления шага

в) метод сопряженных градиентов

г) симплекс-метод

д) венгерский метод

4 Как называются точки, который удовлетворяют необходимому условию локального экстремума?

а) стационарные

б) регулярные

в) седловые

г) выпуклые

д) базисные

5 Каким множеством является пересечение выпуклых множеств?

6 Какая функция является одновременно выпуклой вверх и вниз на всём евклидовом пространстве?

7 Закончить следующее утверждение: «Если матрица Гессе положительно определена, то функция _____.»

8 Закончить следующее утверждение: «Метод сопряженных градиентов отличается от метода наискорейшего спуска тем, что на каждом шаге осуществляется выбор _____.»

9 Необходимые условия локального минимума f(x) в точке x* сформулированные в теореме Каруша-Куна-Такера (допускается несколько ответов), это условия:

а) допустимости

б) нетривиальности

в) неотрицательности

г) разложимости

д) дополняющей нежесткости

10 Какая задача называется задачей выпуклого математического программирования (допускается несколько ответов)?

а) задача нахождения минимума (максимума) выпуклой функции z = f(x), определённой в выпуклом множестве D

б) задача нахождения минимума выпуклой функции z = f(x), определённой в выпуклом множестве D

в) задача нахождения максимума выпуклой функции z = f(x), определённой в выпуклом множестве D

г) задача нахождения выпуклой функции z = f(x), определённой в выпуклом множестве D

д) задача нахождения выпуклой дважды непрерывно дифференцируемой функции z = f(x), определённой в выпуклом множестве D

Раздел 3. Теория игр как модель оптимизации стратегий

1 Устный опрос на лекции

Перечень вопросов для устного опроса:

1 Факторы, операция, стратегии, критерий эффективности действий субъекта операции.

2 Гарантирующая оптимальная стратегия субъекта операции и операции в целом.

3 Игра двух лиц: поиск чистых, вероятностных, смешанных стратегий.

4 Выбор стратегий в условиях частичной неопределённости задачи оптимизации.

5 Правило Вальда (крайнего пессимизма).

6 Правило Сэвиджа (минимального риска)

7 Правило Гурвица (пессимистический и оптимистический подходы к ситуации)

8 Критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица в матричной формулировке.

9 Модели многошагового управления динамической системой.

10 Принцип оптимальности по Беллману.

3 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО
СибГИУ.

Перечень вопросов для тестирования:

1 Как называется принцип, согласно которому решение ищется в обратном порядке (от конца к началу), максимизируя эффективность?

а) принцип Беллмана

б) принцип минимакса

в) принцип максимина

г) принцип крайнего пессимизма

д) принцип крайнего оптимизма

2 Как называется совокупность допустимых действий в игре?

а) правила игры

б) платежная матрица

в) возможные стратегии

г) цена игры

д) смешанные стратегии

3 Как называется пара оптимальных стратегий?

а) седловая точка

б) точка равновесия

в) принцип минимакса

г) цена игры

д) эффективность вложений

4 Если в платежной матрице игры все элементы строки (столбца) равны соответствующим элементам другой строки (столбца), то соответствующее этим строкам (столбцам) стратегии называются

а) доминируемыми

б) дублирующими

в) заведомо невыгодными

г) выигрышными

е) оптимальными

5 Если стратегия игрока при многократном повторении игры обеспечивает ему максимально возможный средний выигрыш, то такая стратегия называется

а) оптимальной

б) дублирующей

в) заведомо невыгодной

г) выигрышной

е) доминируемой

6 Правило, взвешивающее пессимистический и оптимистический подходы к ситуации, называется

а) правило Вальда

б) правило Сэвиджа

в) правило Гурвица

г) принцип Беллмана

7 Решение матричной игры не изменится, если (допускается несколько ответов)

а) из платежной матрицы исключить строки и столбцы, соответствующие дублирующим и доминируемым стратегиям

б) уменьшить размерность платежной матрицы

в) ко всем элементам платежной матрицы прибавить (вычесть) одно и тоже число

г) каждый элемент платежной матрицы умножить на положительное число

8 Если отбрасывать дублируемые и доминируемые стратегии в игре с седловой точкой, то все равно придем к игре _____.

9 Принцип, диктующий игрокам выбор наиболее «осторожных» минимаксной и максиминной стратегий, называется принципом _____.

10 Как называется матрица, строки которой соответствуют стратегиям первого игрока, а столбцы – стратегиям второго игрока?

Раздел 4. Вариационные методы оптимизации

1 Устный опрос на лекции

Перечень вопросов для устного опроса:

1 Конструкции интегральных функционалов.

2 Определение глобального минимума функционала.

3 Локальный экстремум функционала.

4 Необходимое условие экстремума функционала.

5 Перевод вариационной задачи в задачу Эйлера.

6 Регулярные задачи.

7 Необходимое условие экстремума функционала в форме Лагранжа для регулярных задач.

8 Необходимые условия экстремумов других типов.

9 Достаточные условия экстремума функционала.

10 Изопериметрическая задача. Задача Лежандра.

3 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в

СУО
СибГИУ.

Перечень вопросов для тестирования:

1 Если «точка» экстремума – функция F из пространства Y – существует, то в терминах вариационного исчисления функция f(x) называется

а) экстремаль
б) вектор
в) дифференциал
г) функционал
д) норма

2 При решении вариационной задачи с подвижными концами экстремали как называется система требований, позволяющая определить экстремали с направляющими кривыми для концевых точек?

а) условия трансверсальности
б) необходимое условие Лежандра
в) достаточное условие экстремума в стационарной точке
г) условие Вейерштрасса
д) условие стационарности

3 Каким является условие стационарности локального экстремума F в точке f0 для любого семейства {f, □} точек f, проходящего через точку f0?

а) необходимым
б) достаточным
в) необходимым и достаточным
г) сильно положительным
д) сильно отрицательным

4 Для того, чтобы интегральный функционал F(f, f) имел в стационарной точке f0 локальный минимум, достаточно, чтобы его вторая вариация была

а) сильно положительной
б) сильно отрицательной
в) положительной
г) отрицательной
д) постоянной

5 Как называется значение производного функционала от функционала F в «точке» f0? ((допускается несколько ответов)

а) второй дифференциал
б) вторая вариация
в) дифференциал
г) первая вариация
д) функционал

6 Достаточное условие экстремума в стационарной точке можно заменить требованием

а) положительности второго дифференциала

б) положительности первого дифференциала
в) отрицательности второго дифференциала
г) отрицательности первого дифференциала
д) наличия минимума
7 Стационарная точка F функционала F(f) определяется путем
а) решения дифференциального уравнения Эйлера
б) проверки выполнения условия Вейерштрасса
в) проверки выполнения условия Лежандра
г) проверки выполнения условий трансверсальности
д) вычисления функционала
8 Расставить порядок действий для решения простейшей вариационной задачи с подвижными концами экстремали:
а) записать дифференциальное уравнение Эйлера и найти его общее решение f(x, C1, C2), представляющее семейство стационарных функций f, зависящих от параметров C1, C2
б) из условий трансверсальности задачи найти направляющие функции φ(x) и ψ(x), выраженные через f(x, C1, C2)
в) из системы уравнений определить постоянные C1, C2, x1, x2, получить конкретное выражение функции f(x)
г) проверить, выполняется ли достаточное условие экстремума функционала F(f) на найденной функции f(x)
д) вычислить экстремум функционала F(f)
9 Если функционал S(f, g), зависящий от двух аргументов f, g, линеен по каждому аргументу, то он называется _____.
10 Квадратичный функционал, представимый разложением, называется _____.

Раздел 5. Оптимизация управления системами

1 Устный опрос на лекции

Перечень вопросов для устного опроса:
1 Построение динамической модели управляемой системы.
2 Функция Гамильтона.
3 Необходимое условие оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина.
4 Траектории линейной системы в выпуклом многограннике.
5 Линии переключения управляющих решений.
6 Задача синтеза оптимальных управлений.
7 Требования к функциональному виду управления.
8 Запаздывания в фазовых координатах.
9 Задачи в дискретном времени.
10 Распространение принципа максимума на нестандартные задачи управления.

3 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО
СибГИУ.

Перечень вопросов для тестирования:

1 Чтобы полностью задать движение объекта, надо задать его фазовое состояние в начальный момент времени и выбрать вектор-функцию, которая называется

а) вектор управления

б) фазовое состояние

в) фазовые координаты

г) фазовое пространство

д) фазовая плоскость

2 При наличии в целевом функционале Ф(U) интегрального слагаемого какая функция образуется как скалярное произведение сопряжённой вектор-функции на правую часть фазовой системы минус подынтегральная функция?

а) функция Понтрягина

б) управляющая функция

в) вектор-функция

г) функция переключения

д) матричная функция

3 Как называется утверждение, согласно которому если заданное допустимое управление равно полученному управлению, то допустимое управление является экстремальным?

а) критерий оптимальности

б) принцип максимума

в) условие неэкстремальности

г) условие экстремальности

д) процедура улучшения

4 Установить порядок решения простейшей задачи оптимального управления в стандартной форме:

а) Найти решение задачи Коши

б) Определить оптимальное управление, как решение конечномерной задачи

в) Подсчитать оптимальную фазовую траекторию

г) Вычислить значение функционала

5 Установить порядок выполнения первой процедуры улучшения допустимого управления (х-процедура):

а) Найти решение сопряженной системы

б) Сформировать функцию переключения g1(x, t) и вспомогательное управление v(x, t)

в) Найти решение x(t) фазовой системы с управлением v(x, t)

6 Установить порядок выполнения второй процедуры улучшения допустимого управления (psi-процедура):

а) Найти решение x(t, u) фазовой системы

б) Сформировать функцию переключения g2(psi, t) и вспомогательное управление v(psi, t)

в) Найти решение psi(t) сопряженной системы с управлением v(x, t)

г) Построить управление w(t)

7 Как называется утверждение, согласно которому для оптимальности допустимого управления необходимо и достаточно, чтобы вектор-функция всюду на T являлась решением конечномерной задачи? (допускается несколько ответов)

а) критерий оптимальности

б) принцип максимума

в) функция Понтрягина

г) условие экстремальности

д) процедура улучшения

8 В каждый момент времени состояние управляемого объекта задается n числами x1, x2, ..., xn, которые называются_____.

9 Строгое улучшение гарантируется, если решение x(t) разрывной системы имеет неособый участок, на котором управления u(t) и w(t) _____.

10 Как называется, в смысле быстродействия, процесс, в результате которого объект переходит из точки x0 в точку x1, если не существует другого процесса, переводящего объект из точки x0 в точку x1 за меньшее время?

Раздел 6. Гарантирующее планирование в условиях неопределенности

1 Устный опрос на лекции

Перечень вопросов для устного опроса:

1 Основные понятия проблемы гарантирующего управления.

2 Принцип гарантированного результата.

3 Методы построения оптимальных гарантирующих планов.

4 Сведение к максимину без ограничений методом Лагранжа.

5 Сравнение с идеальным управлением.

6 Сведение к задаче оптимального управления без возмущений.

7 Численное построение допустимых гарантирующих планов.

8 Сочетание метода динамического программирования с принципом гарантированного результата.

9 Модифицированная функция Беллмана.

10 Алгоритм пошагового управления с обратной связью.

3 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО
СибГИУ.

Перечень вопросов для тестирования:

1 Как называется принцип, согласно которому решения должны приниматься так, чтобы при любой реализации возмущений из прогнозируемого множества была бы обеспечена допустимость результирующего управления u, а его качество оказалось бы не хуже априорной оценки, которая была бы при этом максимально возможной?

а) гарантированного результата

б) допустимого плана

в) оперативного управления

г) результирующего управления

д) гарантированного планирования

2 Как называется план, который не может зависеть от вектора возмущений и, вместе с тем, должен обеспечить допустимость результирующего управления во всех возможных ситуациях?

а) гарантированно допустимый

б) гарантированно недопустимый

в) максимизируемый

г) минимизируемый

д) прогнозируемый

3 Как называется величина, которая на шаге t обозначает гарантированную оценку максимальных значений критерия за время от t до T?

а) функция Беллмана

б) функция Лагранжа

в) функция Понтрягина

г) правило Вальда

д) Правило Гурвица

4 Как отыскивается оптимальная точка старта в задаче пошагового управления?

а) максимизацией функции Беллмана для нулевого шага

б) минимизацией функции Беллмана для нулевого шага

в) модификацией функции Беллмана для нулевого шага

г) сведением к макс-мину

д) максимизацией функции переключения

5 Как называется вектор неконтролируемых и неточно прогнозируемых параметров и функций времени?

а) возмущений

б) плановых составляющих управления

в) результирующих управлений

г) гарантирующих планов

д) оптимальных планов

6 Как может быть сформирован алгоритм пошагового управления с обратной связью, использующий гарантирующий прогноз неопределенного будущего?

а) в виде рекурсивной процедуры от последнего шага к первому

б) в виде рекурсивной процедуры от первого шага к последнему

в) в виде модификации беллмановской процедуры

г) в виде максимизации по управлению

7 Какой метод позволяет в задачах математического программирования избавляться от ограничений, неудобных для прямого анализа?

8 Формирование алгоритма оперативного управления является прерогативой _____.

9 Пустота множества гарантированно допустимых планов означает, что задача управления с возмущениями _____.

10 Динамические проблемы гарантирующего планирования можно свести к классической _____.

4 Выполнение лабораторных работ

Задания для лабораторных работ, теоретический и методический материал для самостоятельного изучения и вопросы для собеседования представлены в методических указаниях к лабораторным работам.

Примеры заданий для выполнения лабораторных работ:

Раздел 1. Линейное программирование

Лабораторная работа «Общая постановка задачи линейного программирования»

Построить область допустимых решений системы неравенств и определить координаты угловых точек области допустимых решений:

$$\begin{cases} -x + y \le 6, \\ x + 2y \le 12, \\ x - 6y \le 6. \end{cases}$$

Лабораторная работа «Симплексный метод решения задач линейного программирования»

Решить задачу линейного программирования симплексным методом. Сравнить полученное решение с решением, найденным графически.

$$F(x) = 2x_1 - 6x_2 \to max$$

при условиях $$\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 2, \\ -x_1 + 2x_2 \le 4, \\ x_1 + 2x_2 \le 8, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Лабораторная работа «Двойственные задачи линейного программирования»

Дана задача линейного программирования

$$F(x) = 8x_1 + 6x_2 - 3x_3 \rightarrow max$$
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 \leq 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Найти решение этой задачи, составив и решив двойственную задачу графическим методом.

Лабораторная работа «Транспортная задача»

Имеются три поставщика грузов A_1, A_2, A_3, в которых сосредоточены запасы однородного груза и пять потребителей B_1, B_2, B_3, B_4, B_5. Мощность поставщиков и спросы потребителей, а также затраты на перевозку единицы груза для каждой пары «поставщик – потребитель» сведены в таблицу поставок.

Найти объемы перевозок для каждой пары «поставщик – потребитель» так, чтобы:

а) запасы всех поставщиков были реализованы;

б) спросы всех потребителей были удовлетворены;

в) суммарные затраты на перевозку были бы минимальными.

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы
A_1	4	7	8	14	9	280
A_2	15	11	6	17	11	340
A_3	13	18	10	12	22	280
Потребности	170	160	190	200	180	

Лабораторная работа «Задача целочисленного линейного программирования»

Решить целочисленную задачу графическим методом:

$$F(x) = 2x_1 + x_2 \rightarrow max$$
$$\begin{cases} 7x_1 + 12x_2 \leq 66, \\ 4x_1 + x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Раздел 2. Выпуклое программирование

Лабораторная работа «Выпуклость области в евклидовом пространстве и функции векторного аргумента»

Найти минимальное среди всех значений параметра k, при которых множество $X = \{x \in R^2 \mid (2x_1^2 + 1)x_2 \leq 1,\ x_2 \geq k\}$ выпукло.

Лабораторная работа «Глобальные и локальные экстремумы функции векторного аргумента»

Определить, является ли функция $f(x)$ = $2x_1^2 + x_2^2 + \sin(x_1 + x_2)$ выпуклой в R^2.

Лабораторная работа «Выпуклая задача линейного программирования»

Определить вид областей выпуклости функции z = f(x, y) =$qx^2 + xy + qy^2$ в зависимости от значений скалярного параметра q.

Лабораторная работа «Достаточные условия регулярности допустимой области»

Найти точку глобального минимума функции

$$y = f(\boldsymbol{x}) = f(x_1, x_2) = x_1^2 - 3x_1x_2 + 2x_2^2$$

в области $D = \{\boldsymbol{x} \in E^2 \mid x_1^2 + x_2^2 \leq 1, -x_1 + x_2^2 \leq 0, x_1 + x_2 \geq 0\}$.

Лабораторная работа «Приближённое решение задач выпуклого программирования»

Методом покоординатного спуска найти точку локального минимума заданной функции с точностью ε = 0,05, начиная поиск с точки x^0: $f(x) = (x_1 + x_2 - 1)^2 + x_1^2 - 2x_2^2$, $x^0 = (0, 0)$.

Раздел 3. Теория игр как модель оптимизации стратегий

Лабораторная работа «Понятия и задачи теории оптимизации»

Два игрока независимо друг от друга называют по одному числу из диапазона 1-5. Если сумма чисел нечетная, то игрок 2 платит игроку 1 сумму, равную максимальному из чисел; если четная, то платит игрок 1. Найти платёжную матрицу.

Лабораторная работа «Гарантирующая оптимальная стратегия»

Найти седловую точку, максиминную и минимаксную стратегии игроков для следующей матричной игры:

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Лабораторная работа «Стратегии в условиях частичной неопределённости»

Решить игру с природой по критерию Вальда.

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 15 \\ 75 & 20 & 35 \\ 25 & 80 & 25 \\ 85 & 5 & 45 \end{pmatrix}.$$

Лабораторная работа «Принцип Беллмана многошагового управления»

Производственное объединение, состоящее из трех предприятий, вкладывает средства в объеме 600 тыс.руб. в компьютерную информатизацию своей деятельности с целью высвобождения работников и повышения оперативной деятельности объединения. Эффективность вложений оценивается количеством освобожденных работников в ответ на определенную сумму вложений. Для каждого предприятия известен ряд эффективностей для ряда вложений, представленных в таблице:

Объем вложений (тыс.руб.)	Количество освобожденных работников (эффективность вложений)		
	1 предприятие	2 предприятие	3 предприятие
200	12	14	13
400	33	39	38
600	40	46	45

Определить распределение средств между предприятиями, при котором достигается наибольшее суммарное по объединению сокращение работников.

Раздел 4. Вариационные методы оптимизации

Лабораторная работа «Интегральные функционалы»

Найти кратчайшее расстояние на плоскости между окружностью с уравнением $x^2 + y^2 = 1$ и прямой с уравнением $x + y = 4$.

Лабораторная работа «Производная и дифференциал (первая вариация) функционала»

Найти вариацию функционала $F(f) = \int_a^b f\acute{f}dx$.

Лабораторная работа «Перевод вариационной задачи в задачу Эйлера»

Найти экстремали функционала $F(f) = \int_1^2 \left(\acute{f}^2 + 2f\acute{f} + f^2\right)dx$, удовлетворяющие условиям $f(1) = 1$, $f(2) = 0$.

Лабораторная работа «Необходимые условия экстремумов других типов»

Найти экстремали для задачи вариационного исчисления:

$$\begin{cases} F(f) = \int\limits_1^2 \left(\frac{\acute{f}^2}{2} + \acute{f}sinx + \frac{f^2}{2} + f\acute{f} + fcosx + x\right)dx, \\ f(1) = 1, f(2) = 0. \end{cases}$$

Лабораторная работа «Достаточные условия экстремума функционала»

Исследовать задачу на глобальный экстремум функционала, используя достаточное условие Лежандра:

$$F(f) = \int_2^3 \frac{x^3}{f^2} dx,\ f(2) = 4,\ f(3) = 9.$$

Раздел 5. Оптимизация управления системами

Лабораторная работа «Динамическая модель управляемой системы»

Решить задачу

$$\Phi(u) = \int_0^2 [3 - 4tu(t) - u^2(t)]dt \to min,\ U = [-3, 3].$$

Лабораторная работа «Необходимое условие оптимальности»

Решить задачу

$$\Phi(u) = x(3) + \int_0^3 \left[\frac{1}{2}u(t) - x(t)\right]dt \to min, \dot{x} = u^2,\ x(0) = 1, U = [0, 1].$$

Лабораторная работа «Траектории линейной системы в выпуклом многограннике»

Решить задачу, проведя одну итерацию методом последовательных приближений

$$\Phi(u) = -4x(3) - \frac{x^2(3)}{2} + \int_0^3 [u(t)(4x(t) - t)]dt \to min,$$

$$\dot{x} = u, x(0) = 1, U = [-1, 1], u^0(t) = 0, t \in T.$$

Лабораторная работа «Линии переключения управляющих решений»

Решить задачу

$$\Phi(u) = x_1(3) + 4x_2(3) + 2\int_0^3 [x_2(t)u(t)]dt \to min,$$

$$\dot{x}_1 = 6x_2, \dot{x}_2 = -u, x_1(0) = 0, x_2(0) = 0, U = [-1, 1], u(t) = -1, t \in T.$$

Применить к заданному управлению $u(t)$ первую процедуру улучшения и сделать выводы по результатам решения.

Раздел 6. Гарантирующее планирование в условиях неопределенности

Лабораторная работа «Формализация проблемы гарантирующего управления»

Фирма планирует объем своего производства в условиях неточного знания выпусков конкурирующего производства $\xi \in$ [a, b], где 0 < a < b < 1. Объемы производств x и ξ измеряются в единицах переработки

основного сырья, общие запасы которого ограничены: $x + \xi \le 1$. Кроме того, выпуск с $x > 0$ ограничен сверху известной производственной мощностью V фирмы: $x \le V = fix < 1$.

Рентабельность фирмы линейно падает с ростом суммарного объема производства $x + \xi$ из-за падения цены на готовую продукцию с ростом предложения и увеличения цены на сырье с ростом спроса. Однако скорость $\aleph$ падения будущей рентабельности $\rho = 1 - (x + \xi)\aleph$ не известна, она прогнозируется в диапазоне $\underline{k} \le \aleph \le \overline{k}$.

Фирма добивается увеличения своей прибыли $F = \rho x$.

Построить множество x^0 допустимых гарантирующих планов.

Лабораторная работа «Методы построения оптимальных гарантирующих планов»

Построить оптимальную гарантирующую программу управления и наилучшую гарантированную оценку критерия качества для следующей задачи, сведя ее к задаче линейного программирования. Завод планирует выплавку олова и свинца на следующий год в объемах не менее 3 т и 5 т в день. Завод имеет возможность заключить договоры с тремя горнодобывающими комбинатами, поставляющими руду с содержанием олова и свинца соответственно на первом комбинате – от 5 % до 6 % и от 10% до 11 %, на втором – от 8 % до 9 % и от 12% до 14%, на третьем – от 12 % до 13% и от 14% до 15%. Прогнозируемая цена руды в следующем году составит для первого комбината от 10 до 12 тыс. руб./т, для второго – от 12 до 15 тыс. руб./т, для третьего – от 15 до 18 тыс. руб./т.

Определить оптимальный план x^0 закупки руды, гарантирующий минимальные расходы на приобретение руды в предположении независимости неопределенных факторов, и величину этих расходов.

Лабораторная работа «Гарантирующее планирование для динамических систем в непрерывном времени»

Решить задачу о гарантирующем управлении запасами в условиях неопределенности с тремя вариантами переменного прогноза потребления $p(t)$, при следующих числовых значениях исходных параметров задачи:

$x_0 = x_1 = 0$, $X = 1$ т, $T = 1$ год, $V = 100$ т · год$^{-1}$, $\Delta_\xi = 0{,}1$, $\Delta_\eta = 0{,}2$ (цены c_0, c_2 можно не конкретизировать).

Построить графики фазовых ограничений $y(t)$ и $\overline{y}(t)$, на которых нужно выделить нижнюю огибающую $y^*(t)$ семейства оптимальных фазовых траекторий. Проверить для нее выполнение всех гарантирующих ограничений на управление и фазовую координату.

1. $p(t) = t$.
2. $p(t) = 1 - t$.
3. $p(t) = t(1 - t)$.

Лабораторная работа «Гарантирующее пошаговое управление для динамических систем в дискретном времени»

Решить с помощью динамического программирования задачу гарантирующего управления запасами в дискретном времени:

$$x_{t+1} = x_t + (u_t + \xi_t) - (p_0 + \eta_t),\ x_0 = 0,\ x_T = 0;$$

$$u_t \geq 0,\ (u_t + \xi_t) + (p_0 + \eta_t) \leq V,\ 0 \leq x_t \leq X \text{ по } t = 0, 1, \dots, T-1;$$

$$J = \sum_{t=0}^{T-1} [c_1(p_0 + \eta_1) - c_2(u_t + \xi_t)] \sim \max$$

со следующей априорной информацией о возмущениях ξ, η, на этапе выбора управления u:

$$|\xi_t| \leq \Delta_\xi u_t,\ \sum_{t=0}^{T-1} \xi_t = 0;\ |\eta_t| \leq \Delta_\eta p_0,\ \sum_{t=0}^{T-1} \eta_t = 0,$$

где $0 < \Delta_\xi, \Delta\eta = fix < 1$; $p_0, V, X = fix > 0$, $T = fix > 1$.

Рекомендация: воспользоваться схемой из темы 6.2, переписав все уравнения в дискретное время; для облегчения выкладок можно ограничиться короткими траекториями с $T = 3$, придав остальным исходным параметрам следующие численные значения: $x_0 = x_1 = 0$, $X = 1$ т, $T = 1$ год, $V = 100$ т · год$^{-1}$, $\Delta_\xi = 0{,}1$, $\Delta_\eta = 0{,}2$.

5 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации

1 Теория игр. Формальное представление игр: основные понятия, определения, правила

2 Приведение матричной игры к задаче линейного программирования

3 Гарантирующая оптимальная стратегия (цена игры, седловая точка, стратегии)

4 Смешанные стратегии. Теорема о минимаксе.

5 Стратегии в условиях частичной неопределённости

6 Вариационные методы оптимизации. Конструкции интегральных функционалов. Определение глобального минимума функционала

7 Производная и дифференциал (первая вариация) функционала

8 Задача экстремума интегрального функционала с неподвижными концами кривой

9 Перевод вариационной задачи в задачу для дифференциального уравнения Эйлера. Частные случаи уравнения Эйлера

10 Регулярные задачи. Необходимое условие экстремума функционала в форме Лагранжа для регулярных задач

11 Достаточные условия экстремума функционала в виде неравенств

12 Вариационные задачи на условный экстремум. Изопериметрическая задача. Задача Лежандра

13 Оптимизация управления системами

14 Динамическая модель управляемой системы

15 Функция Гамильтона. Решение сопряжённой системы

16 Необходимое условие оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина

17 Траектории линейной системы в выпуклом многограннике

18 Линии переключения управляющих решений, их построение

19 Задача синтеза оптимальных управлений

20 Распространение принципа максимума на нестандартные задачи управления

21 Запаздывания в фазовых координатах. Задачи в дискретном времени

22 Гарантирующее планирование в условиях неопределенности

23 Методы построения оптимальных гарантирующих планов

24 Численное построение допустимых гарантирующих планов

25 Гарантирующее пошаговое управление для динамических систем в дискретном времени

6 Вопросы к зачету для промежуточной аттестации

1 Постановка задачи линейного программирования

2 Графический метод решения задачи линейного программирования

3 Симплексный метод решения задачи линейного программирования

4 Двойственные задачи линейного программирования (первая, вторая, третья теоремы двойственности)

5 Теорема равновесия.

6 Алгоритм решения транспортной задачи

7 Проверка найденного опорного плана на оптимальность

8 Методы решения задачи целочисленного линейного программирования

9 Алгоритм решения задачи целочисленного линейного программирования венгерским методом

10 Алгоритм решения задачи целочисленного линейного программирования методом Гомори

11 Выпуклость области в евклидовом пространстве (выпуклое множество, выпуклая линейная оболочка)

12 Глобальные и локальные экстремумы функции векторного аргумента

13 Критерий выпуклости дифференцируемой и дважды дифференцируемой функции

14 Проверка положительной определенности матрицы Гессе

15 Выпуклая задача линейного программирования

16 Условия оптимальности в задачах оптимизации

17 Теорема Каруша-Куна-Такера

18 Теорема Куна-Такера

20 Признак сингулярности Слейтера
21 Достаточные условия регулярности допустимой области
22 Приближённое решение задач выпуклого программирования
23 Необходимое и достаточное условия локального экстремума
24 Алгоритм метода покоординатного спуска
25 Методы градиентного поиска