Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор института
педагогического образования
_____ И.В. Шимлина
подпись
«____» _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Алгебра

44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»
(направленность (профиль): «Математика и физика»)

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная форма

Срок обучения: 5 лет

Год начала подготовки 2026

Новокузнецк
2026

СибГИУ
Подлинник электронного документа хранится в системе электронного согласования документов СибГИУ
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭП
Сертификат: 59d48162ed3eb4e4958fffae3beda074faa1a70f
Владелец: Директор ИПО Шимлина Инна Владимировна
Действителен: с 4 июня 2025 г. по 26 августа 2026 г.
Дата и время: 07-04-2026 15:34:45 ПРОВЕРИТЬ ПОДПИСЬ

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:

– воспитание математической культуры, формирование у обучающихся навыков, необходимых для изучения дисциплин по направлению подготовки;
– овладение понятиями и методами алгебры, лежащими в основе всех математических дисциплин.

Задачами учебной дисциплины являются:

– сформировать фундамент алгебраического образования, необходимый для изучения всех математических дисциплин;
– развить логическое, математическое и алгоритмическое мышление обучающихся;
– выработать у обучающихся умения самостоятельно расширять свои математические знания и применять математические методы для решения прикладных задач.

2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам обязательной части **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)».

Учебная дисциплина базируется на предварительном усвоении обучающимися учебных дисциплин:

– Математика;
– Элементарная математика.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:

– Методика обучения математике;
– Математический анализ;
– Геометрия;
– Теория чисел;
– Теория вероятностей и математическая статистика;
– Математическая логика;
– Дискретная математика;
– История математики;
– Элементарная физика;
– Общая и экспериментальная физика;
– Теоретическая физика.

3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– Универсальные компетенции

Наименование категории (группы) УК	Код и наименование УК	Код и наименование индикатора достижения УК	Планируемые результаты обучения
Системное и критическое мышление	УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения	– знать: определения и свойства алгебраических объектов, необходимых для решения задач. – уметь: использовать алгебраические понятия и методы для решения задач.
		УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи и предлагает варианты решения задачи на основе системного подхода	– знать: какую информацию необходимо иметь для решения задач данного типа. – уметь: определять и выбирать информацию, необходимую для решения поставленной задачи.
		УК-1.3 Анализирует предлагаемые варианты решения задачи, оценивает их достоинства и недостатки	– знать: методы решения алгебраических задач разного типа, их достоинства и недостатки. – уметь: выбирать наиболее адекватный метод решения поставленной задачи.

4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся. Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

Объем учебной дисциплины

Семестр / курс	***ИТОГО***	***5 семестр***	***6 семестр***

Форма промежуточной аттестации			*экзамен*	*экзамен*
Трудоёмкость	*академ. час.*	***324***	*144*	*180*
	зачетных единиц	***9***	*4*	*5*
Лекции, *академ. час.*		***40***	*16*	*24*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Лабораторные работы, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Практические занятия, *академ. час.*		***40***	*16*	*24*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Курсовая работа / проект, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Консультации, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Самостоятельная работа, *академ. час.*		***163***	*67*	*96*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Контроль, *академ. час.*		***81***	*45*	*36*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*

Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Введение в алгебру;

Тема 1.1 Матрицы (Определение матрицы. Типы матриц. Действия над матрицами);

Тема 1.2 Определители. Обращение матриц (Система двух линейных уравнений и определитель второго порядка. Размещения и перестановки.Определитель произвольного порядка. Миноры, алгебраические дополнения. Разложения определителей по строке (столбцу). . Определители третьего порядка. Определитель матрицы. Обратная матрица);

Тема 1.3 Системы линейных алгебраических уравнений (Система линейных алгебраических уравнений, Решение неоднородной системы. Матричные уравнения. Решение однородной системы. Метод Гаусса как универсальный метод);

Тема 1.4 Векторная алгебра (Понятие вектора. Скалярное произведение. Векторное произведение.Сложные произведения векторов., Переход от одного базиса к другому. Линейные преобразования. Приложения векторной алгебры);

Раздел 2 Алгебраические структуры;

Тема 2.1 Элементы теории множеств. (Понятие множества. Операции над множествами.. отношения эквивалентности. Разбиение на классы. Отображения множеств. Факторизация множеств. Эквивалентность множеств. Мощность множеств..);

Тема 2.2 Множества с бинарными операциями. Группы. Морфизмы групп. (Бинарные операции. . Полугруппы и моноиды. Обратный элемент. Понятие группы. Подгруппы. Системы образующих.

Смежные классы. Порядок группы. Циклические группы. Классы сопряженных элементов. Нормальная подгруппа. Фактор-группа. Прямое произведение групп. Примеры групп. Гомоморфизм. Изоморфизм);

Тема 2.3 Конкретные группы (Группы перестановок. Группы матриц относительно умножения. Группы преобразований. Группы симметрии. Группа движений.трехмерного действительного пространства. Сопряженные вращения. Группа вращений правильного n-угольника.. Диэлральные группы. Элементы симметрии. Инверсионные и зеркально-поворотные оси.);

Тема 2.4 Кольца и поля (Кольцо. Примеры колец. Сравнения. Кольцо классов вычетов. Идеалы кольца. Фактор-кольцо. Морфизмы колец. Типы колец. Поле. Характеристика поля);

Раздел 3 Линейная алгебра;

Тема 3.1 Комплексные числа (Ведение комплексных чисел, их геометрическая интерпретация. Действия над ними. Экспоненциальная форма записи. Формула Эйлера. Формула Муавра. Решение алгебраических уравнений. Некоторые функции комплексной переменной.);

Тема 3.2 Дельта-функция и символ Кронекера (Символ Кронекера, его свойства. Введение дельта-функции.Основное свойство. Сопоставление с символом Кронекера. Функционалы. Ядро линейного функционала. Представления дельта-функции. Разложение в интеграл Фурье.);

Тема 3.3 Линейные пространства. (Линейные пространства. Базис и размерность пространства. Бесконечномерные пространства.);

Тема 3.4 Скалярное произведение (Скалярное произведение векторов. Бра-векторы. Ортогональные векторы и ортонормированный базис. Представление векторов матрицами);

Тема 3.5 Функциональные пространства. (Функциональные пространства. Симметрия между переменной и индексом. Сходимость в среднем.);

Тема 3.6 Линейные операторы. (Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Действия над операторами. Типы операторов. Преобразование подобия и шпур линейного оператора. Примеры операторов);

Тема 3.7 Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Наблюдаемые.. Представления. Подпространства (Задача на собственные значения. Собственные значения и собственные векторы операторов разных типов. Наблюдаемые. Функции от наблюдаемых. Представления. Смена представлений. Подпространства. Проекционный оператор, его явный вид);

Тема 3.8 Чистое и смешанное состояния. Среднее значение наблюдаемой. Соотношение неопределенностей (Чистое и смешанное

состояния. Среднее значение наблюдаемой. Статистический оператор и матрица плотности. Соотношение неопределенностей);

Раздел 4 Приложения линейной алгебры;

Тема 4.1 Оператор волнового вектора и связанные с ним операторы (Операторы волнового вектора и его проекций. Оператор трансляции. Перестановочные соотношения и соотношение неопределенностей координата - волновое число.);

Тема 4.2 Задача на собственные значения для оператора волнового вектора. (Собственные значения и собственные функции оператора волнового вектора. Обратное пространство. Тригонометрические ряды и интегралы Фурье);

Тема 4.3 Оператор момента импульса и связанные с ним операторы. (Общее определение Важные соотношения. Собственные значения. Геометрическая интерпретация. Сложение моментов. Матрицы операторов момента импульса.);

Тема 4.4 Орбитальный момент импульса (Явный вид операторов. Оператор поворота. Угловая задача).

5 Перечень тем лекций

№ раздела / темы дисциплины	Темы лекций	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1; Тема 1.1.	Матрицы	2	
Раздел 1; Тема 1.2.	Определители. Обращение матриц	2	
Раздел 1; Тема 1.3.	Системы линейных алгебраических уравнений.	2	
Раздел 1; Тема 1.4.	Векторная алгебра	2	
Раздел 2; Тема 2.1.	Элементы теории множеств.	2	
Раздел 2; Тема 2.2.	Множества с бинарными операциями. Группы. Морфизмы групп	2	
Раздел 2; Тема 2.3.	Конкретные группы	2	
Раздел 2; Тема 2.4.	Кольца и поля	2	
Раздел 3; Тема 3.1.	Комплексные числа	2	
Раздел 3; Тема 3.2.	Дельта-функция и символ Кронекера	2	
Раздел 3; Тема 3.3.	Линейные пространства	2	
Раздел 3;	Скалярное произведение	2	

Тема 3.4.			
Раздел 3; Тема 3.5.	Функциональные пространства	2	
Раздел 3; Тема 3.6.	Линейные операторы	2	
Раздел 3; Тема 3.7.	Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Наблюдаемые. Представления. Подпространства.	2	
Раздел 3; Тема 3.8.	Чистое и смешанное состояния. Среднее значение наблюдаемой. Соотношение неопределенностей	2	
Раздел 4; Тема 4.1.	Оператор волнового вектора и связанные с ним операторы	2	
Раздел 4; Тема 4.2.	Задача на собственные значения для оператора волнового вектора	2	
Раздел 4; Тема 4.3.	Оператор момента импульса и связанные с ним операторы	2	
Раздел 4; Тема 4.4.	Орбитальный момент импульса	2	
Итого:		**40**	**0**

6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы практических занятий (семинаров)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1; Тема 1.1.	Матрицы	2	
Раздел 1; Тема 1.2.	Определители. Обращение матриц	2	
Раздел 1; Тема 1.3.	Системы линейных алгебраических уравнений	2	
Раздел 1; Тема 1.4.	Векторная алгебра	2	
Раздел 2; Тема 2.1.	Элементы теории множеств.	2	
Раздел 2; Тема 2.2.	Множества с бинарными операциями. Группы. Морфизмы групп.	2	
Раздел 2; Тема 2.3.	Конкретные группы	2	
Раздел 2;	Кольца и поля	2	

Тема 2.4.			
Раздел 3; Тема 3.1.	Комплексные числа	2	
Раздел 3; Тема 3.4.	Линейные операторы.	8	
Раздел 4; Тема 4.1.	Оператор волнового вектора и связанные с ним операторы	6	
Раздел 4; Тема 4.2.	Задача на собственные значения для оператора волнового вектора	2	
Раздел 4; Тема 4.3.	Оператор момента импульса и связанные с ним операторы.	4	
Раздел 4; Тема 4.4.	Оператор орбитального момента импульса	2	
Итого:		**40**	**0**

7 Перечень тем лабораторных работ

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лабораторных работ**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы курсовых работ (проектов)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

9 Виды самостоятельной работы

№ раздела / темы дисциплины	**Виды самостоятельной работы**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	37	
Раздел 2.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию;	30	

	3. Прохождение тестирования.		
Раздел 3.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	50	
Раздел 4.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	46	
Контроль	*Подготовка к экзамену (5 семестр)*	45	
Контроль	*Подготовка к экзамену (6 семестр)*	36	
Итого:		**244**	**0**

10 Матрица компетентностных задач по учебной дисциплине

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Контролируемые компетенции	Оценочные средства
Раздел 1.	УК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 2.	УК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 3.	УК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 4.	УК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Экзамен (5 семестр).	УК-1	1. Вопросы к экзамену; 2. Задачи к экзамену
Экзамен (6 семестр).	УК-1	1. Вопросы к экзамену; 2. Задачи к экзамену

11 Входной контроль

11.1 Цель входного контроля − определить начальный уровень подготовленности обучающихся и выстроить индивидуальную траекторию обучения. В условиях личностно-ориентированной образовательной среды результаты входного оценивания обучающегося используются как начальные значения в индивидуальном профиле академической успешности обучающегося.

11.2 Описание оценочных средств

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка
86 до 100	«отлично»
от 67до 85	«хорошо»
от 50 до 66	«удовлетворительно»
менее 50	«неудовлетворительно»

Основываясь на результатах тестирования, формируется индивидуальная траектория обучающегося (группы обучающихся), исходя из следующих соображений:

– 86 – 100 % – обучающийся готов к изучению учебной дисциплины без дополнительного повторения изученного ранее материала;

– 50 – 67 % – обучающийся в целом готов к изучению учебной дисциплины, требуется повторение отдельных вопросов(тем) изученного ранее материала, необходимого для успешного освоения учебной дисциплины;

– 49% и менее – обучающийся имеет слабую подготовку к изучению учебной дисциплины, необходимы корректирующие занятия и консультации.

12 Текущий контроль

12.1 Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) обучающихся. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины и позволяет оценить степень освоения изученного материала.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе педагогического работника, в том числе посредством использования СУО СибГИУ.

Формы проведения текущего контроля – вопросы для устного обсуждения (опроса); наблюдение за работой на практическом занятии; тестовые задания.

12.2 Описание оценочных средств

Шкалы оценивания (методики оценки)

12.2.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов обучающихся

С целью контроля и подготовки обучающихся к изучению новой темы в начале занятия лекционного типа (лекции) педагогическим работником проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущего раздела (темы).

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается умение грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);

– использование дополнительного материала (обязательное условие);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:

– полно и аргументировано отвечает по содержанию задания;

– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе самостоятельно составленные;

– излагает материал последовательно и правильно.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

– излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

– не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

– излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «неудовлетворительно» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала.

12.2.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования обучающихся

Тестирование проводится по изученным разделам (темам) учебной дисциплины для выявления уровня знаний и умений обучающегося, мотивирования обучающегося к активизации самостоятельной работы по усвоению учебного материала, выявления и устранения пробелов в знаниях, повышения дисциплины и организации учебной деятельности обучающегося.

Тестирование проводится в СУО «Moodle» в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся. Для тестирования используются вопросы из базы типовых тестовых заданий по изученным разделам (темам) учебной дисциплины. Обучающийся выбирает один или несколько ответов из предложенных вариантов, устанавливает соответствие или записывает свой вариант ответа. В случае выбора неправильных ответов обучающийся получает за данный вопрос 0 баллов; в случае правильного ответа – 1 балл или долю балла.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Доля правильных ответов	Оценка
не менее 50%	зачтено
–	не зачтено

12.2.3 Рекомендации по оцениванию в процессе наблюдения за работой на практическом занятии

Наблюдение за работой на практическом занятии – важнейший компонент контроля деятельности обучающихся и качества их обучения.

Критерии оценки в процессе наблюдения за работой на практическом занятии:

– самостоятельность выполнения задания и работы с методическими указаниями (учитывается работа в течение занятия,

быстрота и способность нахождения в методических указаниях нужной информации);

– правильность выполнения работы (учитывается последовательность выполняемых действий, умение работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения работы с учетом индивидуальных особенностей обучающихся);

– активность обучающегося при выполнении практической работы (учитывается индивидуальная работа и работа в группе).

Критерии оценки по результатам наблюдения за работой на практическом занятии

Наименование параметра оценки	Максимальное количество баллов
Самостоятельно выполняет задания; умеет работать с методическими указаниями.	2,5
Указанные в методических указаниях действия выполняет в правильной последовательности; умеет работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники.	1,25
Рационально использует время, отведенное на задание; проявляет активность при выполнении практической работы.	1,25
Итого	**5**

Максимальное количество – 5 баллов соответствует оценке «отлично», 4 балла – «хорошо», 3 балла – «удовлетворительно», 2 балла – «неудовлетворительно».

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины приведены в приложении.

13 Промежуточная аттестация

13.1 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по учебной дисциплине предназначены для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения учебной дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяют определить качество усвоения изученного материала.

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по учебной дисциплине является: экзамен (5 семестр); экзамен (6 семестр).

Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся включают: вопросы к экзамену; задачи к экзамену.

13.2 Оценивание обучающегося на экзамене (5 семестр)

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

13.3 Оценивание обучающегося на экзамене (6 семестр)

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворитель	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся,

Оценка	Требования к знаниям
но	если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

Задания и вопросы для промежуточной аттестации обучающихся приведены в приложении.

14 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

а) литература:

1 Кострикин, А. И. Введение в алгебру . Часть 1. Основы алгебры.: учебник / А. И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – 273 с. – ISBN 978-5-94057-453-8. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140 (дата обращения: 25.03.2026);

2 Кострикин, А. И. Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра : учебник / А. И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – 368 с. – ISBN 978-5-94057-454-5. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144 (дата обращения: 25.03.2026);

3 Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник / Ильин В.А., Позняк Э.Г. – Москва : Физматлит, 2007. – 280 с. – URL: https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922104814.html (дата обращения: 25.03.2026);

4 Сборник задач по алгебре. Том 1. : задачник / В. А. Артамонов, Ю. А. Бахтурин, Э. В. Винберг, Е. Голод . – Москва : Физматлит, 2007. – 264 с. – URL: https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922105835.html (дата обращения: 25.03.2026);

5 Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 150 с. – URL: https://urait.ru/bcode/541971 (дата обращения: 25.03.2026).

б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 –]. – URL: http://libr.sibsiu.ru. – URL: https://libr.sibsiu.ru;

2 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 –]. – URL: http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp;

3 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 –]. – URL: http://www.studentlibrary.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

4 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Единая профессиональная база знаний для технических вузов - Издательство Лань" ЭБС»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 –]. – URL: http://e.lanbook.com. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 –]. – URL: https://urait.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

6 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 –]. – URL: https://biblioclub.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: http://www.biblioclub.ru.

в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– 7-Zip;
– Adobe Acrobat Reader;
– Astra Linux Special Edition;
– Kaspersky Endpoint Security;
– Microsoft Office;
– Microsoft Windows;
– OnlyOffice;
– WinRAR;
– Р7-Офис.

г) базы данных и информационно-справочные системы:

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

15 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том числе:

- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным проектором;
- учебную аудиторию для проведения занятий семинарского типа (практических занятий);
- учебную аудиторию (помещения) для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)».

Составитель(и):

доцент Хаимзон Борис Бернардович (кафедра прикладной математики и информатики).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры.

Согласован:

Заведующий научно-исследовательской лабораторией математического моделирования НФИ КемГУ, д.т.н., проф  В.О. Каледин

Приложение

Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО «Moodle».

1. Модуль векторного произведения $\vec{a}\times\vec{b}$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$ab\sin\alpha$	$ab\cos\alpha$	ab	$ab\,\mathrm{tg}\,\alpha$

2. Какая из следующих формул является правильной

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})=(\vec{c}\vec{b}\vec{a})$	$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})=(\vec{b}\vec{a}\vec{c})$	$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})=(\vec{c}\vec{a}\vec{b})$	$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})=-(\vec{b}\vec{c}\vec{a})$

3. Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны, то какая из формул является **неправильной**?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\vec{a}-\vec{b}=0$	$\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert=ab$	$\vec{a}\vec{b}=0$	$\lvert\vec{a}+\vec{b}\rvert^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2$

4. Векторное произведение $\vec{a}\times\vec{b}$ следующим образом выражается через координаты векторов a_x,a_y,a_z,b_x,b_y,b_z

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$a_xb_y+a_yb_z+a_zb_x$	$a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$	$\begin{vmatrix}\vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix}\vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z\\ b_x & b_y & b_z\\ a_x & a_y & a_z\end{vmatrix}$

5. Значение k, при котором векторы $\bar{a}=(2;-3;-1)$, $\bar{b}=(4;-6;k)$ коллинеарны, равно ____

6. Смешанное произведение векторов $(\vec{AB},\vec{AC},\vec{N})$, если $\vec{N}=(1.0,0)$, $A(1.3,0)$, $B(2.5,2)$, $C(6.11,9)$, равно___

7 Площадь параллелограмма $ABCD$, если : $A(0;3;1)$; $B(1;6;9)$; $C(1;5;7)$, равна___

8. Указать производную функции $(x+2)\cdot e^x$.

Ответ 1	$(x+1)\cdot e^x$	Ответ 3	$(x-1)\cdot e^x$
Ответ 2	$(x+3)\cdot e^x$	Ответ 4	$(x+1)\cdot e^{x-1}$

9.. Наименьшее значение функции $f(x)=2x^3-3x^2+2$ на отрезке $[0;2]$ равно___

10. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^2 y^2 + 2xy$ в точке $M(1;2)$ равна___

2 Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся

2.1. Вопросы для устного опроса на лекции

Раздел 1. Введение в алгебру

1. Какая матрица называется квадратной?
2. Что такое символ Кронекера?
3. Как умножаются матрицы?
4. Что такое размещения и каково их число?
5. Что такое определитель и какие преобразования он допускает?
6. Какая матрица называется обратной по отношению к данной матрице и как она вычисляется?
7. Как записать систему линейных алгебраических уравнений в матричной форме?
8. Что такое фундаментальная система решений линейной однородной системы уравнений?
9. Что такое вектор?
10. Что такое скалярное произведение векторов?
11. Что такое векторное произведение векторов?
12. Что такое смешанное произведение векторов и какие преобразования одно допускает?
13. Что такое двойное векторное произведение и формула «бац минус цаб»?
14. Что такое линейный оператор?
15. Какова связь между линейной скоростью и угловой?

Раздел 2. Алгебраические структуры

1. Что называется собственным подмножеством данного множества?
2. Что такое объединение, пересечение и разность множеств?
3. Что такое фактор-множество?
4.. Что такое сюръекция, инъекция и биекция?
5. Что такое бинарные операции, полугруппа и моноид?
6. Что такое группа, подгруппа, надгруппа?
7. Что такое порядок группы и теорема Лагранжа?
8. Что такое нормальная подгруппа и фактор-группа?
9. Что такое гомоморфизм, ядро гомоморфизма, эпиморфизм, мономорфизм?
10. Что такое изоморфизм, автоморфизм, тривиальный автоморфизм?

11. Что такое симметрическая группа степени *n*, транспозиция и знакопеременная группа?
12. Группа преобразований, симметрия, группа симметрии?
13. Что такое движения, вращения, группа вращений?
14. Что такое кольцо, кольцо с единицей, тривиальное кольцо?
15. Что такое поле, подполе, характеристика поля?

Раздел 3. Линейная алгебра

1. Что такое комплексное число, и как складываются комплексные числа?
2. Что такое формула Эйлера для комплексных чисел, экспоненциальная форма записи комплексного числа и как комплексные числа умножаются?
3. Чему равны корни произвольной степени из комплексного числа и где они находятся на комплексной плоскости?
4. Что такое дельта-функция, функционал, и чему равен $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-t) f(t) \mathrm{d}t$?
5. Что такое ступенчатая функция, знаковая функция и как они связаны с дельта-функцией?
6. Что такое линейные пространства?
8. Что такое линейная комбинация векторов, линейно независимый наборы векторов, базис, размерность пространства?
9. Что такое скалярное произведение, его аксиомы?
10. Что такое ортогональные векторы, ортогональный и ортонормированный базис?
11. Что такое функциональное пространство и как в нем определяется скалярное произведение?
12. Что такое оператор, линейный оператор, коммутатор операторов?
13. Что такое собственное значение, собственный вектор линейного оператора?
14.Что такое наблюдаемые, и чему равны функции от наблюдаемых?
15.Что такое неопределенности, соотношение неопределенностей и каков его смысл?

Раздел 4. Приложения линейной алгебры

1. Что такое операторы проекции волнового вектора, его квадрата и самого волнового вектора?
2. Что такое оператор трансляции в произвольном направлении. И вдоль оси?
3. Что такое перестановочные соотношения Борна – Йордана и соотношение неопределенностей координата – волновое число?
4. Чему равны собственные значения и собственные функции оператора проекции волнового вектора?

5. Что такое тригонометрический ряд и интеграл Фурье?
6. Что такое операторы момента импульса, главные коммутационные соотношения?
7. $[\hat{j}_z, \hat{\vec{j}}^2] = ?$
8. Чему равны собственные значения оператора квадрата момента импульса?
9. Чему равны собственные значения оператора проекции момента импульса при заданном j?
10. Чему равно число различных собственных значений оператора проекции момента импульса при заданном j.
11. Чему равны операторы орбитального момента импульса $\hat{\vec{l}} = ?\ \hat{l}_x = ?$
12. Чему равен оператор проекции момента импульса $\hat{l}_z$ в сферической системе координат?
13. Чему равны коммутаторы $[\hat{x}, \hat{k}_x]$, $[\hat{x}, \hat{k}_y]$, $[\hat{x}, \hat{k}_z]$?
14. Чему равны коммутаторы $[\hat{j}_x, \hat{j}_y]$, $[\hat{j}_z, \hat{j}^2]$?

2.2 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО «Moodle».

Тест 1

Раздел 1. Введение в алгебру

1. Определитель $\det(a_{i,j}) = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$ равен ___

2. При каком значении k определитель $\begin{vmatrix} 1 & 3k-1 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}$ равен нулю?

___

3. Дан определитель $\det(a_{i,j}) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}$. Минор $M_{1,1}$ равен ___

4. Сумма $x+y+z$, если (x,y,z) решение системы $\begin{cases} 6x+y+z=-3 \\ x+2y-z=2 \\ x-y+z=-2 \end{cases}$, равна

—

5. Найти решение (x,y,z) системы $\begin{cases} 6x+y-2z=9 \\ x+2y+z=6 \\ 2x+3y+z=9 \end{cases}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$(2;0;1)$	$(2;1;1)$	$(1;-2;1)$	$(2;1;2)$

6. Какая система уравнений не совместна?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{cases} 3x+y=1 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x+4y=1 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+3y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+4y=2 \\ x+2y=1 \end{cases}$

7. Матрицы каких размеров нельзя перемножать ($m \neq n$, $m \neq k$, $k \neq n$)?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$m \times n$ с $m \times n$	$m \times n$ с $n \times m$	$m \times n$ с $n \times k$	$n \times n$ с $n \times n$

8. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$. Указать, какое действие для этих матриц можно выполнить

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$A \cdot B - C$	$A \cdot B - C$	$B \cdot A + C$	$C \cdot A + B$

9. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, тогда $A \cdot B$ равно

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -10 \end{pmatrix}$

10. Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$. Тогда обратная к ней матрица равна

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

11. Произведение матриц $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ равно

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & 5 \end{pmatrix}$

12. Какая из матриц необратима?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$

13. Определитель $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ равен

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
30	-30	-34	-15

14. Какие системы уравнений совместны?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{cases} 2x-3y=0 \\ -3x-4y-3z=0 \\ -x-2y=0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+3y=0 \\ -3x-4y-5z=0 \\ -x-2y=0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+4y=0 \\ -3x-4y+2z=0 \\ -x-2y=0 \end{cases}$	$\begin{cases} 6x-3y=0 \\ -3x-4y-z=0 \\ -2x+y=0 \end{cases}$

15. Укажите вырожденные матрицы

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & -2 \\ -6 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 10 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 9 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

16. Укажите невырожденные матрицы

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & -2 \\ -6 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 9 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

17. Даны три точки $A(2;3;5)$, $B(-2;5;9)$, $C(-3;1;-1)$. Найти координаты вершины D параллелограмма $ABCD$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$D(-7;3;3)$	$D(1;-1;-5)$	$D(-1;3;3)$	$D(1;3;3)$

18. Дано: $\vec{a}=3\vec{p}-\vec{q}$, $\vec{b}=2\vec{p}+3\vec{q}$, $p=2$, $q=3$, угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$ $30°$. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
21	$21\sqrt{3}$	42	$21\sqrt{2}$

19. Даны три точки $A(1;3;2)$, $B(2;-2;2)$, $C(-1;2;1)$. Найти площадь треугольника ABC.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
8	16	12	9

20. Найти координаты вектора $\vec{a} = (4;-2)$ в новом базисе, повернутом на угол –60°.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$(2+\sqrt{3};2\sqrt{3}-1)$	$(2-2\sqrt{3};-\sqrt{3}-1)$	$(2-\sqrt{3};-2\sqrt{3}-1)$	$(-1-\sqrt{3};2\sqrt{3}-1)$

Тест 2

Раздел 2. Алгебраические структуры

1. Какое из перечисленных множеств является моноидом, но не группой относительно указанной операции

Ответ 1	Целые числа относительно сложения
Ответ 2	Четные числа относительно сложения
Ответ 3	Неотрицательные целые числа относительно сложения
Ответ 4	Рациональные числа и 0 относительно сложения

2. Какое из перечисленных множеств является группой относительно указанной операции

Ответ 1	Целочисленные квадратные матрицы одинакового размера относительно умножения
Ответ 2	Целые числа относительно умножения
Ответ 3	Иррациональные числа и 0 относительно умножения
Ответ 4	Положительные рациональные числа относительно умножения

3. Какое множество является полем

Ответ 1	Целые числа
Ответ 2	Многочлены
Ответ 3	Действительные числа
Ответ 4	Целочисленные квадратные матрицы одинакового размера

4. Какое множество является кольцом с единицей, но не полем

Ответ 1	Комплексные числа
Ответ 2	Целые числа
Ответ 3	Действительные числа
Ответ 4	Рациональные числа

5. Какое множество является замкнутым относительно всех алгебраических операций

Ответ 1	Комплексные числа
Ответ 2	Целые числа
Ответ 3	Действительные числа
Ответ 4	Рациональные числа

6. Какая циклическая группа C_{24} не содержит собственную подгруппу?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
C_5	C_4	C_{12}	C_6

7. Результат произведения перестановок

$(2\ 5\ 6\ 1\ 3\ 4)$
$(1\ 6\ 5\ 4\ 2\ 3)$
$(3\ 2\ 1\ 4\ 6\ 5)$
$(3\ 5\ 4\ 6\ 1\ 2)$

Ответ 1	$(2\ 6\ 1\ 5\ 3\ 4)$
Ответ 2	$(1\ 6\ 2\ 5\ 4\ 3)$
Ответ 3	$(2\ 1\ 5\ 6\ 3\ 4)$
Ответ 4	$(5\ 3\ 1\ 4\ 6\ 3)$

8. Какая группа является непрерывной

Ответ 1	Группа вращений правильного многоугольника
Ответ 2	Группа вращений трехмерного пространства
Ответ 3	Группа вращений тетраэдра
Ответ 4	Группа трансляций кристалла

9. Порядок группы симметрии правильного *n* –угольника равен

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$2n-1$	n^2	$2n$	n^2-1

10. Группа вращений трехмерного пространства

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
SO(2)	SU(3)	SU(2)	SO(3)

11. Характеристика поля Галуа $GF(81)$ равна ___

12. Порядок группы S_6 равен___

13. Порядок группы инверсионных поворотов $\bar{7}$ равен___

14. Порядок группы зеркальных поворотов $\bar{8}$ равен___

15. Матрица инверсионного поворота $\bar{r}_5^4$ вокруг оси z

Ответ 1	$\begin{pmatrix} \cos(2\pi/5) & \sin(2\pi/5) & 0 \\ -\sin(2\pi/5) & \cos(2\pi/5) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ 2	$\begin{pmatrix} \cos(2\pi/5) & -\sin(2\pi/5) & 0 \\ \sin(2\pi/5) & \cos(2\pi/5) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Ответ 3	$\begin{pmatrix} \cos(2\pi/5) & -\sin(2\pi/5) & 0 \\ \sin(2\pi/5) & \cos(2\pi/5) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
Ответ 4	$\begin{pmatrix} \cos(2\pi/5) & \sin(2\pi/5) & 0 \\ -\sin(2\pi/5) & \cos(2\pi/5) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

17. Матрица зеркального поворота $P_5^{8\pi}$ вокруг оси *z*.

Ответ 1	$\begin{pmatrix} \cos(4\pi/5) & \sin(4\pi/5) & 0 \\ -\sin(4\pi/5) & \cos(4\pi/5) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Ответ 2	$\begin{pmatrix} \cos(\pi/5) & -\sin(4\pi/5) & 0 \\ \sin(4\pi/5) & \cos(4\pi/5) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Ответ 3	$\begin{pmatrix} \cos(4\pi/5) & -\sin(4\pi/5) & 0 \\ \sin(4\pi/5) & \cos(4\pi/5) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
Ответ 4	$\begin{pmatrix} \cos(4\pi/5) & \sin(4\pi/5) & 0 \\ -\sin(4\pi/5) & \cos(4\pi/5) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

18. Дана перестановка

(6 4 10 8 7 3 2 9 1 5)

Укажите перестановку, обратную ей.

Ответ 1	(7 5 9 10 2 8 3 6 1 4)
Ответ 2	(9 7 6 2 10 1 5 4 8 3)
Ответ 3	(3 1 5 2 1 10 8 4 7 6)
Ответ 4	(8 4 2 10 1 3 9 2 5 6)

Тест 3

Раздел 3. Линейная алгебра. Часть 1.

1. Ассоциативность умножения на скаляр означает

Ответ 1	$(C_1 + C_2)\|\psi\rangle = C_1\|\psi\rangle + C_2)\|\psi\rangle$
Ответ 2	$(C_1 + C_2)\|\psi\rangle = C_1^*\|\psi\rangle + C_2^*)\|\psi\rangle$
Ответ 3	$(C_1 C_2)\|\psi\rangle = C_1^*(C_2^*\|\psi\rangle)$
Ответ 4	$(C_1 C_2)\|\psi\rangle = C_1(C_2\|\psi\rangle)$

2. Эрмитовость скалярного произведения означает

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\langle\varphi\|\psi\rangle = \langle\psi\|\varphi\rangle$	$\langle\varphi\|\psi\rangle = -\langle\psi\|\varphi\rangle^*$	$\langle\varphi\|\psi\rangle = \langle\psi\|\varphi\rangle^*$	$\langle\varphi\|\psi\rangle = -\langle\psi\|\varphi\rangle$

3. Антилинейность скалярного произведения по левой части означает

Ответ 1	$\langle C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2\|\psi\rangle = -C_1\langle\varphi_1\|\psi\rangle - C_2\langle\varphi_2\|\psi\rangle$
Ответ 2	$\langle C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2\|\psi\rangle = C_1\langle\varphi_1\|\psi\rangle + C_2\langle\varphi_2\|\psi\rangle$
Ответ 3	$\langle C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2\|\psi\rangle = -C_1^*\langle\varphi_1\|\psi\rangle - C_2^*\langle\varphi_2\|\psi\rangle$
Ответ 4	$\langle C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2\|\psi\rangle = C_1^*\langle\varphi_1\|\psi\rangle + C_2^*\langle\varphi_2\|\psi\rangle$

4. Условие ортонормированности непрерывного базиса

Ответ 1	$\langle\psi_\lambda\|\psi_{\lambda'}\rangle = -\delta(\lambda - \lambda')$
Ответ 2	$\langle\psi_\lambda\|\psi_{\lambda'}\rangle = \delta(\lambda - \lambda')$
Ответ 3	$\langle\psi_\lambda\|\psi_{\lambda'}\rangle = 0$
Ответ 4	$\langle\psi_\lambda\|\psi_{\lambda'}\rangle = 1$

5. Соотношение замкнутости для дискретного базиса

Ответ 1	$\langle\psi_i\|\psi_j\rangle = \delta_{ij}$
Ответ 2	$\langle\psi\|\psi\rangle = \sum_i \|C_i\|^2$
Ответ 3	$\langle\psi\|\psi\rangle = \int \|C_\lambda\|^2 \mathrm{d}\lambda$
Ответ 4	$\langle\varphi\|\psi\rangle = \sum_i B_i^* A_i$

6. Иная форма соотношения замкнутости для непрерывного базиса

Ответ 1	$\langle\psi\|\psi\rangle = \int \|C_\lambda\|^2 \mathrm{d}\lambda$
Ответ 2	$\langle\psi_\lambda\|\psi_{\lambda'}\rangle = \delta(\lambda - \lambda')$
Ответ 3	$\sum_i \psi_i^*(x)\psi_i(x') = \delta(x - x')$
Ответ 4	$\int \psi_\lambda^*(x)\psi_\lambda(x')\mathrm{d}\lambda = \delta(x - x')$

7. Линейность оператора означает

Ответ 1	$\hat{A}\left\|C_1\psi_1 + C_2\psi_2\right\rangle = -C_1\hat{A}\left\|\psi_1\right\rangle - C_2\hat{A}\left\|\psi_2\right\rangle$
Ответ 2	$\hat{A}\left\|C_1\psi_1 + C_2\psi_2\right\rangle = C_1^*\hat{A}\left\|\psi_1\right\rangle + C_2^*\hat{A}\left\|\psi_2\right\rangle$
Ответ 3	$\hat{A}\left\|C_1\psi_1 + C_2\psi_2\right\rangle = C_1\hat{A}\left\|\psi_1\right\rangle + C_2\hat{A}\left\|\psi_2\right\rangle$
Ответ 4	$\hat{A}\left\|C_1\psi_1 + C_2\psi_2\right\rangle = -C_1^*\hat{A}\left\|\psi_1\right\rangle - C_2^*\hat{A}\left\|\psi_2\right\rangle$

8. Для оператора, эрмитово сопряженного оператору $\hat{A}$, выполняется соотношение

Ответ 1	$\left\langle\psi\left\|\hat{A}\right\|\varphi\right\rangle = \left\langle\hat{A}^+\psi\middle|\varphi\right\rangle$
Ответ 2	$\left\langle\psi\left\|\hat{A}\right\|\varphi\right\rangle = -\left\langle\hat{A}^+\psi\middle|\varphi\right\rangle$
Ответ 3	$\left\langle\psi\left\|\hat{A}\right\|\varphi\right\rangle = \left\langle\hat{A}^+\psi\middle|\varphi\right\rangle^*$
Ответ 4	$\left\langle\psi\left\|\hat{A}\right\|\varphi\right\rangle = -\left\langle\hat{A}^+\psi\middle|\varphi\right\rangle^*$

9. Какое соотношение является правильным

Ответ 1	$(\hat{A}\hat{B}\hat{C})^+ = -C^+\hat{B}^+\hat{A}^+$
Ответ 2	$(\hat{A}\hat{B}\hat{C})^+ = C^+\hat{B}^+\hat{A}^+$
Ответ 3	$(\hat{A}\hat{B}\hat{C})^+ = \hat{A}^+\hat{B}^+C^+$
Ответ 4	$(\hat{A}\hat{B}\hat{C})^+ = -\hat{A}^+\hat{B}^+C^+$

10. Матричные элементы эрмитово сопряженной матрицы

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$A_{ik}^+ = A_{ki}$	$A_{ik}^+ = -A_{ki}^*$	$A_{ik}^+ = A_{ik}^*$	$A_{ik}^+ = A_{ki}^*$

11. Матрица оператора в некотором базисе имеет вид $\begin{pmatrix} 2 & 3\mathrm{i} \\ -3\mathrm{i} & -3 \end{pmatrix}$.

Тогда шпур этого оператора равен___

12. Число k, чтобы оператор, представленный в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 3 & 2+k\mathrm{i} \\ 2-3\mathrm{i} & 5 \end{pmatrix}$, был эрмитов, равно___

13. Число k, чтобы оператор, представленный в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 2+k\mathrm{i} \\ 2-3\mathrm{i} & 5\mathrm{i} \end{pmatrix}$, был антиэрмитов, равно___

14. Число k, чтобы оператор, представленный в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 2+\mathrm{i} \\ k+\mathrm{i} & 5\mathrm{i} \end{pmatrix}$, был антиэрмитов, равно ___

15. Коммутатор $[\hat{A},\hat{B}]$ равен

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B}$	$\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}$	$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$	$-\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$

16. Оператор $\hat{A}$ антиэрмитов, если

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\hat{A}^+ = \hat{A}$	$\hat{A}^+ = -\hat{A}$	$\hat{A}^+ = \hat{A}^{-1}$	$\hat{A}^+ = \hat{A}^*$

17. Матрица эрмитова оператора

Ответ 1	Антисимметрична по действительной и мнимой частям $A_{ik} = -A_{ki}$
Ответ 2	Симметрична по действительной части и антисимметрична по мнимой $A_{ik} = A_{ki}^*$
Ответ 3	Симметрична по действительной и мнимой частям $A_{ik} = A_{ki}$
Ответ 4	Антисимметрична по действительной части и симметрична по мнимой $A_{ik} = -A_{ki}^*$

18. Собственные значения антиэрмитова оператора

Ответ 1	действительные
Ответ 2	имеют отрицательную действительную часть
Ответ 3	мнимые
Ответ 4	имеют только единичный модуль

19. Собственные значения проекционного оператора могут принимать следующие значения

Ответ 1	Только 0 и 1
Ответ 2	Только -1, 0 и 1
Ответ 3	Только -1 и 1
Ответ 4	Только действительные числа от 0 до 1 включительно

20. Соотношение неопределенностей имеет вид

Ответ 1	$\Delta A \Delta B = \frac{1}{2}\left\|\left\langle [\hat{A}, \hat{B}] \right\rangle\right\|$
Ответ 2	$\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2}\left\|\left\langle [\hat{A}, \hat{B}] \right\rangle\right\|$
Ответ 3	$\Delta A \Delta B < \frac{1}{2}\left\|\left\langle [\hat{A}, \hat{B}] \right\rangle\right\|$
Ответ 4	$\Delta A \Delta B \leq \frac{1}{2}\left\|\left\langle [\hat{A}, \hat{B}] \right\rangle\right\|$

Тест 4

Раздел 4. Приложения линейной алгебры.

1. Собственное значение оператора квадрата момента импульса $\hat{j}^2$ может быть представлено в виде

Ответ 1	j^2, где j - целое или полуцелое неотрицательное число
Ответ 2	$j(j+1)$, где j - целое или полуцелое неотрицательное число
Ответ 3	$j(j+1)$, где j - целое неотрицательное число
Ответ 4	$j(j+1)$, где j - полуцелое неотрицательное число

8. Коммутатор $[\hat{y},\hat{k}_y]$ равен

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
i	$-\mathrm{i}$	0	1

2 Коммутатор $[\hat{l}_z,\hat{l}_y]$ равен

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\mathrm{i}\hat{l}_x$	$-\mathrm{i}$	0	$-\mathrm{i}\hat{l}_x$

3. Коммутатор $[\hat{j}_z,\hat{j}^2]$ равен

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\hat{j}_z(\hat{j}_x+\hat{j}_y)$	0	$[\hat{j}_z,(\hat{j}_x+\hat{j}_y)]$	$\mathrm{i}\hat{j}^2$

4. Собственное значение оператора $\hat{j}^2$ при $j=4$ равно___

5. Минимальное собственное значение оператора проекции момента импульса $\hat{j}_z$ при $j=3$ равно___

6. Число различных собственных значений оператора проекции момента импульса $\hat{j}_z$ при $j=5/2$ равно___

7. $-\mathrm{i}[\hat{x},\hat{k}_x]=$___

8. Собственное значение оператора $\hat{j}^2$ при $j=4$ равно___

9. Минимальное собственное значение оператора проекции момента импульса $\hat{j}_z$ при $j=5$ равно___

10. Число различных собственных значений оператора проекции момента импульса $\hat{j}_z$ при $j=4$ равно___

11. $-\mathrm{i}[\hat{x},\hat{k}_x]=$___

12. Число различных собственных значений оператора проекции момента импульса $\hat{j}_z$ при $j=7/2$ равно

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
7	9	8	15

13. Укажите полный набор собственных значений оператора проекции момента импульса $\hat{j}_z$ при $j=3$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$3,0,-3$	$3,1,-1,-3,$	$3,2,1,0,-1,-2,-3$	$3,2,1,0$

14. Укажите полный набор собственных значений оператора проекции момента импульса $\hat{j}_z$ при $j=\frac{5}{2}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\frac{5}{2},0,-\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2},\frac{3}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{3}{2},-\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2},\frac{3}{2},\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2},-\frac{5}{2}$

15. Полный набор собственных значений оператора проекции момента импульса $\hat{j}_z$ при $j=\frac{5}{2}$ равно

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\frac{5}{2},0,-\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2},\frac{3}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{3}{2},-\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2},\frac{3}{2},\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2},-\frac{5}{2}$

16. $[y,\hat{k}_x]=?$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
i	$-\mathrm{i}$	0	1

17. Собственное значение оператора квадрата орбитального момента импульса $\hat{\vec{l}}^{\,2}$ может быть представлено в виде

Ответ 1	l^2, где l - целое или полуцелое неотрицательное число
Ответ 2	$l(l+1)$, где l - целое или полуцелое неотрицательное число
Ответ 3	$l(l+1)$, где l - целое неотрицательное число
Ответ 4	$l(l+1)$, где l - полуцелое неотрицательное число

18. Коммутатор $[\hat{j}^+,\hat{j}^-]=?$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$-2\hat{j}_z$	$\hat{j}_z$	$-\hat{j}_z$	$2\hat{j}_z$

19. Коммутатор $[\hat{j}_z,\hat{j}^-]=?$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$-\hat{j}^+$	$-\hat{j}^-$	$\hat{j}^+$	$\hat{j}^-$

20. $\hat{j}^+\left|j,j\right\rangle=?$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\left\|j,j+1\right\rangle$	0	$\left\|j+1,j\right\rangle$	$\left\|j+1,j+1\right\rangle$

3 Задания для практических работ, теоретический и методический материал для самостоятельного изучения и вопросы для собеседования представлены в методических указаниях к практическим занятиям.

Примеры практических заданий

Раздел 1. Введение в алгебру.

Тема 1.1.

1. Перемножить матрицы

1) $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 1\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\-3\\0\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}2 & -1\\-4 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$

Тема 1.2.

1. Определить четность размещения

1) (3 2 5 4 7 6 9 1 8 10)

2.Вычислить определитель третьего порядка при наличии двух нулей в строке или столбце или при наличии трех нулей в разных строках и столбцах.

1) $\begin{vmatrix}1 & 0 & -2\\5 & 1 & -2\\-2 & 0 & 3\end{vmatrix}$

3. Обратить квадратную матрицу второго порядка

1) $\begin{pmatrix}2 & -1\\-2 & 2\end{pmatrix}$

Тема 1.3.

1. Решить неоднородную систему из 2 уравнений с 2 неизвестными любым методом

$$\begin{cases}3x+4y=3,\\7x-5y=2;\end{cases}$$

2. Решить неоднородную систему из 3 уравнений с 3 неизвестными любым методом

$$\begin{cases}x-y+z=10,\\2x+y-2z=3,\\x+3y-2z=0.\end{cases}$$

3. Найти общее решение однородной системы методом Гаусса - Жордана. Выбрать какое-нибудь фундаментальное решение

1)

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 14x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$$

Тема 1.4.

1. Решить задачу.

1) Дано $\overrightarrow{AB} = (3;-2;4)$, $A(-4;4;3)$. Найти координаты точки B.

2. Решить задачу

1) Вычислить проекцию вектора $\vec{a} = (-1;4;3)$ на направление вектора $\vec{b} = (-4;2;0)$.

3. Решить задачу.

1) Даны три точки $A(1;-3;5)$, $B(2;-7;3)$, $C(3;-1;1)$. Найти площадь треугольника ABC и его высоту, опущенную из вершины A.

Раздел 2. Алгебраические структуры.

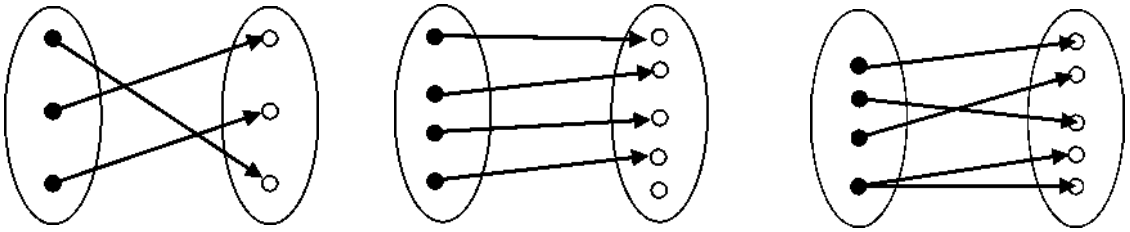
Тема 2.1.

1. Доказать включение $(B \setminus C) \setminus (B \setminus A) \subseteq A \setminus C$.

2. Является ли данный рисунок иллюстрацией

1) отображения из *X* в *Y*; 2) отображения из *X* на *Y*; 3) отображения *X* в *Y*; 4) однозначного отображения из *X* в *Y*; 5) отображения *X* на *Y* (сюръекции); 6) однозначного отображения *X* в *Y* (инъекции); 7) взаимно однозначного отображения (биекции).

1. 2. 3.



3. Задана функция $f(x)$, определяющая отображение из R в R. Заданы 4 (а, б, в, г) пары множеств $X \subseteq \mathrm{R}$ и $Y \subseteq \mathrm{R}$. Определить для каждой пары, описывает ли данная функция 1) отображение из *X* в *Y*; 2) отображение из *X* на *Y*; 3) отображение *X* в *Y*; 4) однозначное отображение из *X* в *Y*; 5) отображение *X* на *Y* (сюръекцию); 6) однозначное отображение *X* в *Y* (инъекцию); 7) взаимно однозначное отображение (биекцию).

1. $f(x) = \sqrt{x}$, а) $X = [0,+\infty)$, $Y = [0,+\infty)$; б) $X = \mathrm{R}$, $Y = [0,+\infty)$; в) $X = (-\infty,0)$, $Y = [0,+\infty)$; г) $X = \mathrm{R}$, $Y = \mathrm{R}$;
2. $f(x) = \ln x$, а) $X = [0,+\infty)$, $Y = [0,+\infty)$; б) $X = (0,-\infty)$, $Y = (0,\infty)$; в) $X = (0,+\infty)$, $Y = \mathrm{R}$; г) $X = [1,+\infty)$, $Y = [0,\infty) = \mathrm{R}_{0+}$;

Тема 2.2.

Образуют ли группу следующие множества? Если не образуют, то может быть, они образуют моноид или полугруппу без единицы?

1. Множество mZ целых чисел, делящихся без остатка на натуральное число m, относительно сложения.

2. Множество рациональных чисел относительно деления.

3. Множество целочисленных матриц одного размера относительно умножения.

Тема 2.3.

1. Перемножить перестановки

(2 5 6 1 3 4)
(1 6 5 4 2 3)
(3 2 1 4 6 5)
(3 5 4 6 1 2)

2. Восстановить перестановку из 15 элементов по разложению на циклы.

[13 1] [5 7 10 12 8 14 15 9 6 4 2]

3. Определить порядок группы зеркальных поворотов $\hat{6}$.

Тема 2.4.

1. Является ли полем кольцо классов вычетов Z_3, Z_6, Z_{27}?

2. Существуют ли поля Галуа с числами элементов 5, 10, 25? Если да, то каковы характеристики этих полей?

Раздел 3. Линейная алгебра.

Тема 3.1

1. Записать число $z = \dfrac{1-\mathrm{i}}{\sqrt{3}+\mathrm{i}}$ в алгебраической, экспоненциальной и тригонометрической форме.

2. Вычислить $(1+\mathrm{i})^{12}$.

3. Изобразить на комплексной плоскости множество чисел, ограниченных условиями $\begin{cases} 1 < |z| < 3, \\ \mathrm{Re}\, z < 0. \end{cases}$

Тема 3.4

Преобразовать операторную формулу

1. $\left(\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\varphi}\sin\varphi\right)^2$ **2.** $\left(\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\varphi}\cos\varphi\right)^2$ **3.** $\left(\dfrac{1}{\sin\varphi}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\varphi}\sin\varphi\right)^2$

Раздел 4. Приложения линейной алгебры.

Тема 4.1

1. Вычислить коммутатор

1. $[\hat{k}_x, x^2]$ 2. $[\hat{k}_y, \vec{r}]$ 3. $[\hat{k}_z, z^3]$

2. Разложить функцию в ряд Фурье.

1) $f(x) = x;\ -\pi < x < \pi.$ 2) $f(x) = |x|;\ -\pi < x < \pi.$

3) $f(x) = x^3;\ -\pi < x < \pi.$

Тема 4.2

1. Выпишите собственные значения и собственные функции оператора $\hat{k}_x$ в пространстве ограниченных периодических функций с периодом L.

2. Выпишите собственные значения и собственные функции оператора $\hat{k}_x^{\,2}$ в пространстве ограниченных периодических функций с периодом L.

Тема 4.3

1. Чему равны возможные значения квантового числа j суммы моментов импульса с квантовыми числами 6 и $5/2$?

2. Чему равно число возможных состояний суммы двух моментов импульса с квантовыми числами 6 и $5/2$?

Тема 4.4.

Вычислить коммутатор

1. $[\hat{l}^-, x]$ **2.** $[\hat{l}^+, \vec{r}]$ **3**. $[\hat{l}^-, \vec{r}]$

3. Выпишите общую собственную функцию оператора $\hat{l}^2$ и $\hat{l}_z$ в состоянии $|3,-2\rangle$.

4 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации

4.1 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации (3 сессия)

1 Определитель 2-го и 3-го порядка. Перестановки. Определитель произвольного порядка. Свойства определителей. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу).

2 Матрицы. Определение матрицы, размер матрицы. Матрица-столбец и матрица-строка. Символ Кронекера, Типы матриц.

3 Действия над матрицами. Транспонирование матрицы. Сложение и умножение матриц.

4 Квадратные матрицы. Определитель матрицы. Вырожденная матрица. Обратная матрица.

5 Ранг матрицы. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная независимость. Базисный минор.

6 Система линейных алгебраических уравнений. Матрица и расширенная матрица системы. Неоднородная и однородная системы. Совместность и определенность системы. Теорема Кронекера – Капелли.

7 Решение неоднородной системы при $m = n$, $\det(a) \neq 0$. Матричный метод. Метод Крамера. Метод Гаусса. Существование и единственность решения.

8 Решение неоднородной системы в общем случае. Зависимые и свободные неизвестные. Общее решение.

9 Решение однородной системы. Выбор фундаментальной системы решений. Общее решение.

10 Векторная алгебра. Сложение векторов. Разложение вектора по базису. Компоненты и составляющие вектора. Орты. Ортонормированный базис. Скалярное произведение. Проекция вектора на вектор.

11 Векторное произведение, его свойства, геометрический смысл. Правая и левая тройки векторов. Смешанное произведение векторов, его свойства, геометрический смысл. Двойное векторное произведение.

12 Переход от одного базиса к другому. Прямое и обратное преобразования. Преобразования на плоскости. Линейное преобразование векторов. Линейная и угловая скорость, моменты силы и импульса.

13. Понятие множества. Операции над множествами. Отношения эквивалентности. Разбиение на классы. Отображения множеств. Факторизация множеств. Эквивалентность множеств. Мощность множеств.

14. Множества с бинарными операциями. Коммутативность и ассоциативность. Полугруппы. Нейтральный элемент. Моноиды. Обратный элемент

15. Понятие группы. Подгруппы. Системы образующих. Смежные классы. Порядок групп. Циклические группы.

16. Классы сопряженных элементов. Нормальные подгруппы. Нормализатор. Фактор-группа. Прямое произведение групп.

17. Гомоморфизм. Ядро гомоморфизма. Естественный гомоморфизм. Эпиморфизм. Мономорфизм. Эндоморфизмы.

18. Изоморфизм. Автоморфизмы. Внутренние автоморфизмы.

19. Группа перестановок. Умножение и обращение перестановок. Теорема Кэли. Циклы. Транспозиции. Четные и нечетные перестановки. Знакопеременная группа. Матрицы перестановок. Группа S_3.

20. Группы матриц относительно умножения. Группы преобразований и группы симметрии.

21. Группа движений трехмерного пространства. Группа вращений. Группа собственных вращений. Сопряженные вращения.

22. Группы вращений правильного многоугольника. Диэдральные группы. Элементы симметрии. Инверсионные и зеркально-поворотные оси.

23. Определение и общие свойства колец. Сравнения. Кольцо классов вычетов.

24. Гомоморфизмы и идеалы колец. Факторгруппа и факторкольцо. Типы колец.

25. Поле. Характеристика поля. Поля Галуа.

4.2 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации (4 сессия)

1. Линейные пространства. Комплексные пространства. Кет-вектор. Базис и размерность. Бесконечномерные пространства. Дискретный и непрерывный базис. Полнота и сепарабельность.

2. Скалярное произведение векторов. Эрмитовость. Положительная определенность. Норма вектора. Неравенство Коши - Буняковского - Шварца. Дуальное пространство. Бра-векторы.

3. Ортогональные векторы. Ортогональный и ортонормированный базис. Соотношение замкнутости. Представление векторов матрицами. Скалярное произведение как произведение матриц.

4. Функциональные пространства. Гильбертово пространство. Иная форма соотношения замкнутости. Симметрия относительно переменной и индекса. Сходимость в среднем. Главное значение интеграла.

6. Операторы. Линейный оператор, его матрица. Сложение и умножение операторов. Коммутатор и антикоммутатор. Обратный оператор. Оператор, эрмитово сопряженный данному, его матрица.

7. Типы операторов. Эрмитовы, антиэрмитовы, положительные, положительно определенные и унитарные операторы, их матрицы.

8. Преобразование подобия, унитарное преобразование. Шпур (след) линейного оператора.

9. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Дискретный и непрерывный спектр. Вырожденные собственные значения, кратность вырождения.

10. Собственные значения и собственные векторы эрмитовых и антиэрмитовых операторов. Собственные значения положительно определенных и унитарных операторов;

11. Наблюдаемые. Коммутирующие наблюдаемые. Функции от наблюдаемых. Представления. Смена представлений. Матрицы перехода.

12. Подпространство. Ортогональные подпространства. Дополнение подпространства. Проекционные операторы. Идемпотентность. Разложение по элементарным проекторам. Представление единицы.

13. Чистое и смешанное состояния. Среднее значение наблюдаемой.

14. Статистический оператор и матрица плотности.

15. Соотношение неопределенностей для произвольных наблюдаемых.

16. Тригонометрические ряды Фурье. Коэффициенты Фурье. Теорема Дирихле. Ряды Фурье для четной и нечетной функций. Ряд Фурье для комплекснозначной функции.

17. Тригонометрический интеграл Фурье. Преобразование Фурье. Трехмерные ряды и интегралы Фурье.

18. Операторы волнового вектора и его проекций. Оператор «набла». Оператор Лапласа. Оператор трансляции.

19. Перестановочные соотношения . Соотношение неопределенностей координата – волновое число.

20. Собственные значения и собственные функции оператора проекции волнового вектора. Обратное пространство. Операторы координат в обратном пространстве.

20. Операторы момента импульса, общее определение, важнейшие соотношения.

21. Собственные значения операторов квадрата и проекции момента импульса. Геометрическая интерпретация момента импульса. Сложение моментов.

22. Матрицы операторов момента импульса. Общая теория и матрицы операторов с конкретными квантовыми числами.

23. Орбитальный момент импульса. Определение. Явный вид в сферической системе координат.

24. Оператор поворота. Оператор Лапласа в сферической системе координат. Разделение переменных.

25. Угловая задача. Сферические функции.

5 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации

5.1 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации (3 сессия)

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

4. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$

5. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

6. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

7. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

8. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

9. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

10. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$

11. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 5 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

12. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -3 \end{vmatrix}$

13. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

14. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

15. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$

16. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -2 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & -6 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

18. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

19. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 5 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

20. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 5 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

21. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

22. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

23. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

24. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 5 & 0 & -2 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

25. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 5 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

26. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

27. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 5 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

28. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$

29. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}$

30. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

31. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

32. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

33. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

34. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

35. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

36. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

37. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

38. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

39. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

40. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

41. Перемножить перестановки

(2 5 6 1 3 4)
(1 6 5 4 2 3)
(3 2 1 4 6 5)
(3 5 4 6 1 2)

42. Обратить перестановку

(6 4 10 8 7 3 2 9 1 5)

43. Разложить на циклы перестановку. Запись каждого цикла начинать с первого элемента перестановки, входящего в этот цикл.

(3 14 8 4 6 7 10 1 13 11 5 2 12 15 9)

44. Восстановить перестановку из 15 элементов по разложению на циклы.

[13 1] [5 7 10 12 8 14 15 9 6 4 2]

45. Восстановить перестановку из 6 элементов по произведению транспозиций.

[2 1] [5 6] [6 3]

46. Перемножить перестановки

(3 2 4 1 5 6)
(5 1 6 4 2 3)
(6 3 2 5 4 1)
(5 3 4 6 1 2)

47. Обратить перестановку

(9 5 10 7 1 3 6 4 2 8)

48. Разложить на циклы перестановку. Запись каждого цикла начинать с первого элемента перестановки, входящего в этот цикл.

(3 5 12 1 13 15 11 6 9 4 8 7 14 10 2)

49. Восстановить перестановку из 15 элементов по разложению на циклы.

[15 9 6 12 11 13 2 7 4 8 1] [10 14 5]

50. Восстановить перестановку из 6 элементов по произведению транспозиций.

[3 6] [6 5] [5 2] [2 1]

5.2 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации (4 сессия)

1. Преобразовать операторную формулу: $\frac{1}{x}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\right)$

2. Преобразовать операторную формулу: $\frac{1}{x^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\right)$

3. Преобразовать операторную формулу: $x\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{x}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\right)$

4. Преобразовать операторную формулу: $x^2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{x^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\right)$

5. Преобразовать операторную формулу: $\frac{1}{x}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}x$

6. Преобразовать операторную формулу: $\frac{1}{x^2}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}x^2$

7. Преобразовать операторную формулу: $\mathrm{e}^{x^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\mathrm{e}^{-x^2}$

8. Преобразовать операторную формулу: $\mathrm{e}^{x^2}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\mathrm{e}^{-x^2}$

9. Преобразовать операторную формулу: $\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}x^2\right)^2$

10. Преобразовать операторную формулу: $\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{1}{x}\right)^2$

11. Преобразовать операторную формулу: $\mathrm{e}^{-x^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\mathrm{e}^{x^2}$

12. Преобразовать операторную формулу: $\mathrm{e}^{-x^2}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\mathrm{e}^{x^2}$

13. Преобразовать операторную формулу: $\frac{1}{\cos\theta}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\cos\theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\right)$

14. Преобразовать операторную формулу: $\frac{1}{\cos\theta}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\sin\theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\right)$

15. Преобразовать операторную формулу: $\frac{1}{\sin\theta}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\cos\theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\right)$

16. Преобразовать операторную формулу: $\frac{1}{\cos^2\theta}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\cos^2\theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\right)$

17. Преобразовать операторную формулу: $\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\sin^2\theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\right)$

18. Преобразовать операторную формулу: $\frac{1}{\cos^2\theta}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\sin^2\theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\right)$

19. Преобразовать операторную формулу: $\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\cos^2\theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\right)$

20. Преобразовать операторную формулу: $\frac{1}{x}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\right)$

21. Преобразовать операторную формулу: $\mathrm{e}^{-x}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\mathrm{e}^{x}$

22. Преобразовать операторную формулу: $e^{x}\frac{d}{dx}e^{-x}$

23. Преобразовать операторную формулу: $e^{-x}\frac{d^2}{dx^2}e^{x}$

24. Преобразовать операторную формулу: $e^{x}\frac{d^2}{dx^2}e^{-x}$

25. Преобразовать операторную формулу: $\cos^2\theta\frac{d}{d\theta}\left(\operatorname{tg}\theta\frac{d}{d\theta}\right)$

26. Вычислить коммутатор $[\hat{l}_x, x]$

27. Вычислить коммутатор $[\hat{l}_x, y]$

28. Вычислить коммутатор $[\hat{l}_x, \hat{k}_x]$

29. Вычислить коммутатор $[\hat{l}_x, \hat{k}_y]$

30. Вычислить коммутатор $[\hat{k}_x, \hat{A}]$, $\hat{A}$ - произвольный оператор

31. Вычислить коммутатор $[\hat{l}_x, \hat{A}]$, $\hat{A}$ - произвольный оператор

32. Вычислить коммутатор $[\hat{l}_x, \vec{r}]$

33. Вычислить коммутатор $[\hat{k}_x, \vec{r}]$

34. Вычислить коммутатор $[\hat{l}_x, \vec{k}]$

35. Вычислить коммутатор $[\hat{l}_z, \vec{l}]$

36. Вычислить коммутатор $[\hat{l}_x, \vec{l}]$

37. Вычислить коммутатор $[\hat{l}_y, \vec{l}]$

38. Вычислить коммутатор $[\hat{l}_y, \vec{r}]$

39. Вычислить коммутатор $[\hat{l}_z, \vec{r}]$

40. Вычислить коммутатор $[\hat{k}_z, \vec{l}]$

41. Вычислить коммутатор $[\hat{k}_x, \vec{l}]$

42. Вычислить коммутатор $[\hat{k}_y, \vec{l}]$

43. Вычислить коммутатор $[\hat{j}_z, \vec{j}]$

44. Вычислить коммутатор $[\hat{j}^{+}, \vec{j}]$

45. Вычислить коммутатор $[\hat{j}^{+}, \hat{j}_x]$

46. Вычислить коммутатор $[\hat{j}^{+}, \hat{j}_y]$

47. Вычислить коммутатор $[\hat{j}^{-}, \hat{j}_x]$

48. Вычислить коммутатор $[\hat{j}^{-}, \hat{j}_y]$

49. Вычислить коммутатор $[\hat{j}^{+}, \vec{j}^{\,2}]$

50. Вычислить коммутатор $[\hat{j}^-, \hat{j}^2]$