Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладных информационных технологий и программирования

УТВЕРЖДАЮ
Директор института
информационных технологий и
автоматизированных систем
_____ А.В. Зимин
подпись
«____» _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы решения инженерных задач

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
(направленность (профиль): «Математическое моделирование и интеллектуальный анализ данных»)

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная форма

Срок обучения: 4 года

Год начала подготовки 2025

Новокузнецк
2025

СибГИУ
Подлинник электронного документа хранится в системе электронного согласования документов СибГИУ
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭП
Сертификат: daba56d7b892efca3bf5c04ed0251c98b19b099c
Владелец: Директор ИИТиАС Зимин Алексей Валерьевич
Действителен: с 15 января 2025 г. по 10 апреля 2026 г.
Дата и время: 09-06-2025 10:49:24 ПРОВЕРИТЬ ПОДПИСЬ

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:

– изучение и применение численных методов и алгоритмов при решении типовых инженерных и исследовательских задач с использование вычислительной техники.

Задачами учебной дисциплины являются:

– освоить методы и алгоритмы численного решения типовых математических задач линейной алгебры, интерполяции, дифференциального и интегрального исчисления;

– научиться использовать для решения типовых задач широко известные или специализированные пакеты прикладных программ
(ППП) или программировать соответствующие численные алгоритмы на любом изучаемом в других дисциплинах языках программирования.

2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам обязательной части **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Учебная дисциплина базируется на предварительном усвоении обучающимися учебных дисциплин:

– Математика;
– Информатика;
– Основы программирования.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:

– Методы оптимизации;
– Теория искусственных нейронных сетей и машинное обучение;
– Комплексный анализ;
– Программирование;
– Математическое моделирование;
– Имитационное моделирование.

3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– Общепрофессиональные компетенции

Наименование категории	Код и наименование	Код и наименование	Планируемые результаты

(группы) ОПК	ОПК	индикатора достижения ОПК	обучения
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Использует математические и естественнонаучные знания и методы для решения практических задач	– знать: методы численного решения задач линейной алгебры, численного решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений, численного интегрирования и дифференцирования ; численного решения задачи Коши для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, численного решения задач интерполяции. – уметь: применять численные методы при решении типовых задач вычислительной математики и прикладных задач предметной области.
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-2: Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1 Применяет известные математические методы для разработки алгоритмов решения прикладных задач	– знать: существующие базовые математические методы, применяемые для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. – уметь: разрабатывать решения на основе известных численных методов.
		ОПК-2.3 Адаптирует математические методы и системы программирования для решения поставленных задач	– знать: основные требования, предъявляемые к вычислительному алгоритму. – уметь: проводить анализ полученного

			численного решения.

4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся. Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

Объем учебной дисциплины

Семестр / курс		***ИТОГО***	***3 семестр***
Форма промежуточной аттестации			*экзамен*
Трудоёмкость	*академ. час.*	***108***	*108*
	зачетных единиц	***3***	*3*
Лекции, *академ. час.*		***16***	*16*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Лабораторные работы, *академ. час.*		***0***	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Практические занятия, *академ. час.*		***16***	*16*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Курсовая работа / проект, *академ. час.*		***0***	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Консультации, *академ. час.*		***0***	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Самостоятельная работа, *академ. час.*		***58***	*58*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Контроль, *академ. час.*		***18***	*18*
в форме практической подготовки		***0***	*0*

Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Введение;

Тема 1.1 Введение в численные методы (Основные понятия. Особенности вычислений на ЭВМ. Элементы теории погрешностей. Прямая и обратная задача теории погрешностей. Знакомство с рабочим (программным) окружением);

Тема 1.2 Линейные пространства (Понятия линейного пространства и линейного оператора. Линейные пространства вектором, матриц. Функциональные матрицы. Нормы векторов и матриц. Расстояния по норме между векторами, матрицами, функциями);

Раздел 2 Численное решение алгебраических уравнений и систем уравнений;

Тема 2.1 Численное решение систем линейных алгебраических уравнений (Прямые методы: Метод Гаусса, Метод Халецкого, Метод квадратного корня. Итерационные методы: Метод простой итерации, Метод Зейделя, сходимость итерационных методов. Оценка погрешности численного решения систем линейных уравнений);

Тема 2.2 Численное решение алгебраических нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений (Численное решение нелинейных уравнений. Отделение корней. Метод дихотомии. Метод простой итерации. Метод Ньютона. Численное решение систем нелинейных уравнений: метод простой итерации. Сходимость итераций. Оценка погрешности численного решения);

Раздел 3 Задача интерполяции;

Тема 3.1 Задача интерполяции (Интерполяционные полиномы Лагранжа. Оценка погрешности интерполяции);

Раздел 4 Численное интегрирование, дифференцирование, решение задачи Коши;

Тема 4.1 Задача численного интегрирования (Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы: прямоугольников, трапеций, Симпсона. Квадратурные формулы Гаусса. Оценка погрешности значения интеграла. Правило Рунге);

Тема 4.2 Задача численного дифференцирования (Численное дифференцирование: вычисление производной по ее определению, конечно-разностные аппроксимации производных. Оценка погрешности нахождения значения производной);

Тема 4.3 Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (Постановка задача Коши. Аналитическое и численное решение задачи Коши. Одношаговые явные схемы: Методы Эйлера, Методы Рунге-Кутта. Многошаговые схемы методы Адамса. Задача Коши для уравнений высших порядков. Аппроксимация задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Оценка погрешности).

5 Перечень тем лекций

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лекций**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	Введение		
Тема 1.1.	Введение в численные методы	1	
Тема 1.2.	Линейные пространства	1	
Раздел 2.	Численное решение алгебраических уравнений и систем уравнений		
Тема 2.1.	Численное решение систем линейных алгебраических	2	

	уравнений		
Тема 2.2.	Численное решение алгебраических нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений	3	
Раздел 3.	Задача интерполяции		
Тема 3.1.	Задача интерполяции	2	
Раздел 4.	Численное интегрирование, дифференцирование, решение задачи Коши		
Тема 4.1.	Задача численного интегрирования	3	
Тема 4.2.	Задача численного дифференцирования	1	
Тема 4.3.	Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	3	
Итого:		**16**	**0**

6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы практических занятий (семинаров)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1; Тема 1.1.	Прямая и обратная задачи теории погрешностей	1	
Раздел 1; Тема 1.2.	Линейные пространства и линейный оператор	1	
Раздел 2; Тема 2.1.	Численное решение систем алгебраических линейных уравнений. Прямые методы.	1	
Раздел 2; Тема 2.1.	Численное решение систем алгебраических линейных уравнений. Итерационные методы	1	
Раздел 2; Тема 2.2.	Численное решение нелинейных уравнений	1	
Раздел 2; Тема 2.2.	Численное решение систем нелинейных уравнений	2	
Раздел 3; Тема 3.1.	Задача интерполяции	2	
Раздел 4; Тема 4.1.	Численное интегрирование	2	
Раздел 4; Тема 4.2.	Численное дифференцирование	1	
Раздел 4; Тема 4.3.	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных	2	

	уравнений 1-го порядка		
Раздел 4; Тема 4.3.	Численное решение задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка	1	
Раздел 4; Тема 4.3.	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков	1	
Итого:		**16**	**0**

7 Перечень тем лабораторных работ

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лабораторных работ**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы курсовых работ (проектов)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

9 Виды самостоятельной работы

№ раздела / темы дисциплины	**Виды самостоятельной работы**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	1. Выполнение домашнего задания; 2. Изучение лекционного материала; 3. Подготовка к практическому занятию; 4. Прохождение тестирования.	10	
Раздел 2.	1. Выполнение домашнего задания; 2. Изучение лекционного материала; 3. Подготовка к практическому занятию; 4. Прохождение	12	

	тестирования.		
Раздел 3.	1. Выполнение домашнего задания; 2. Изучение лекционного материала; 3. Подготовка к практическому занятию; 4. Прохождение тестирования.	6	
Раздел 4.	1. Выполнение домашнего задания; 2. Изучение лекционного материала; 3. Подготовка к практическому занятию; 4. Прохождение тестирования.	30	
Контроль	*Подготовка к экзамену*	18	
Итого:		**76**	**0**

10 Матрица компетентностных задач по учебной дисциплине

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Контролируемые компетенции	Оценочные средства
Раздел 1.	ОПК-1; ОПК-2	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Домашнее задание; 3. Наблюдение за работой на практическом занятии; 4. Тестовые задания
Раздел 2.	ОПК-1; ОПК-2	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Домашнее задание; 3. Наблюдение за работой на практическом занятии; 4. Тестовые задания
Раздел 3.	ОПК-1; ОПК-2	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Домашнее задание; 3. Наблюдение за работой на практическом занятии; 4. Тестовые задания
Раздел 4.	ОПК-1; ОПК-2	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Домашнее задание; 3. Наблюдение за работой на практическом занятии; 4. Тестовые задания
Экзамен.	ОПК-1; ОПК-2	1. Вопросы к экзамену; 2. Задачи к экзамену

11 Входной контроль

11.1 Цель входного контроля – определить начальный уровень подготовленности обучающихся и выстроить индивидуальную траекторию обучения. В условиях личностно-ориентированной образовательной среды результаты входного оценивания обучающегося используются как начальные значения в индивидуальном профиле академической успешности обучающегося.

11.2 Описание оценочных средств

Форма проведения входного контроля – индивидуальный или фронтальный устный опрос. В ходе проведения входного контроля обучающимся предлагается ответить на вопросы по материалу, изученному в процессе освоения ООП ВО.

Шкала оценивания устных ответов обучающихся

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– сопровождение ответа примерами (учитывается умение грамотно и с пользой применять фактический материал для подкрепления теоретического при устном ответе);

– рациональность использования времени, отведенного на ответ (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценку «зачтено» получает обучающийся, если он при собеседовании обнаруживает знание и понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе и самостоятельно составленные; при ответе на вопросы излагает материал последовательно и правильно, полно и аргументировано отвечает по содержанию задания; рационально использует время, отведенное на ответ.

Оценку «не зачтено» получает обучающийся, который не рационально использует время, отведенное на ответ; обнаруживает незнание ответа на соответствующий вопрос; допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл; беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «не зачтено»

отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые требуют проведения дополнительных индивидуальных консультаций.

Вопросы для входного контроля знаний обучающихся приведены в приложении.

12 Текущий контроль

12.1 Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) обучающихся. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины и позволяет оценить степень освоения изученного материала.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе педагогического работника, в том числе посредством использования СУО «Moodle».

Формы проведения текущего контроля – вопросы для устного обсуждения (опроса); домашнее задание; наблюдение за работой на практическом занятии; тестовые задания.

12.2 Описание оценочных средств

Шкалы оценивания (методики оценки)

12.2.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов обучающихся

С целью контроля и подготовки обучающихся к изучению новой темы в начале занятия лекционного типа (лекции) педагогическим работником проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущего раздела (темы).

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается умение грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);

– использование дополнительного материала (обязательное условие);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:

– полно и аргументировано отвечает по содержанию задания;

– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе самостоятельно составленные;

– излагает материал последовательно и правильно.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

– излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

– не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

– излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «неудовлетворительно» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала.

12.2.2 Рекомендации по оцениванию домашнего задания

Домашнее задание – это самостоятельная форма учебной деятельности обучающегося, которая осуществляется без непосредственного руководства и контроля со стороны педагогического работника, но по его поручению.

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный ответ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– использование при ответе требований нормативных документов, учебной литературы (обязательное условие);

– использование графических элементов с целью выделения особо значимой информации: таблиц, схем, рисунков и т.п.

Критерии оценки домашнего задания

Наименование параметра оценки	Оценка
Обучающийся выполнил задание в полном объёме; полно и аргументировано отвечает по содержанию задания; обнаруживает понимание материала; может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно.	отлично
Обучающийся выполнил задание, удовлетворяющее тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает несколько незначительных ошибок.	хорошо
Обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений задания, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке ответа; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.	удовлетворительно
Обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений или ответа в целом, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «неудовлетворительно» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала.	неудовлетворительно

12.2.3 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования обучающихся

Тестирование проводится по изученным разделам учебной дисциплины для выявления уровня знаний и умений обучающегося, мотивирования обучающегося к активизации самостоятельной работы по усвоению учебного материала, выявления и устранения пробелов в

знаниях, повышения дисциплины и организации учебной деятельности обучающегося.

Тестирование проводится в СУО «Moodle» в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся после изучения раздела. Для тестирования используется переменное количество вопросов (как правило тесты содержат от 1 до 5 вопросов) из базы типовых тестовых заданий по изученным разделам учебной дисциплины. Длительность тестов от 2 до 15 минут. Количество попыток не ограничено.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Максимальный балл	Проходной балл	Оценка
100%	80%	зачтено
79,99%	-	не зачтено

12.2.4 Рекомендации по оцениванию в процессе наблюдения за работой на практическом занятии

Наблюдение за работой на практическом занятии – важнейший компонент контроля деятельности обучающихся и качества их обучения.

Критерии оценки в процессе наблюдения за работой на практическом занятии:

– самостоятельность выполнения задания и работы с методическими указаниями (учитывается работа в течение занятия, быстрота и способность нахождения в методических указаниях нужной информации);

– правильность выполнения работы (учитывается последовательность выполняемых действий, умение работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения работы с учетом индивидуальных особенностей обучающихся);

– активность обучающегося при выполнении практической работы (учитывается индивидуальная работа и работа в группе).

Критерии оценки по результатам наблюдения за работой на практическом занятии

Наименование параметра оценки	Максимальное количество баллов
Самостоятельно выполняет задания; умеет работать с методическими указаниями.	2,5
Указанные в методических указаниях действия выполняет в правильной последовательности; умеет работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники.	1,25
Рационально использует время, отведенное на задание; проявляет активность при выполнении практической работы.	1,25

Наименование параметра оценки	Максимальное количество баллов
Итого	**5**

Максимальное количество – 5 баллов соответствует оценке «отлично», 4 балла – «хорошо», 3 балла – «удовлетворительно», 2 балла – «неудовлетворительно».

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины приведены в приложении.

14 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

а) литература:

1 Пименов, В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 1 : учебник для вузов / В. Г. Пименов. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 111 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10886-6. – URL: https://urait.ru/bcode/563516 (дата обращения: 23.04.2025);

2 Пименов, В. Г. Численные методы решения уравнений с наследственностью : учебник для вузов / В. Г. Пименов ; под научной редакцией А. Б. Ложникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 134 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10892-7. – URL: https://urait.ru/bcode/563000 (дата обращения: 23.04.2025);

3 Численные методы : учебник и практикум для вузов / под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 421 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03141-6. – URL: https://urait.ru/bcode/510769 (дата обращения: 23.04.2025);

4 Пименов, В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 2 : учебник для вузов / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 107 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10891-0. – URL: https://urait.ru/bcode/563517 (дата обращения: 23.04.2025);

5 Зенков, А. В. Численные методы : учебник для вузов / А. В. Зенков. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 136 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16703-0. – URL: https://urait.ru/bcode/562366 (дата обращения: 23.04.2025).

б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 –]. – URL: http://libr.sibsiu.ru. – URL: https://libr.sibsiu.ru;

2 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 –]. – URL:

http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp;

3 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 –]. – URL: http://www.studentlibrary.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

4 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Единая профессиональная база знаний для технических вузов - Издательство Лань" ЭБС»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 –]. – URL: http://e.lanbook.com. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 –]. – URL: https://urait.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

6 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 –]. – URL: https://biblioclub.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: http://www.biblioclub.ru;

7 Электронная библиотека УМЦ ЖДТ : [коллекция «Эксплуатация железных дорог»] / ФГБУ ДПО «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте». – Москва, [2013 –]. – URL: https://umczdt.ru/books/. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

8 НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU : база данных / ООО «НЭБ». – Москва, [200 –]. – URL: http://elibrary.ru. – Режим доступа: по подписке;

9 Электронные периодические издания ИВИС : универсальная база данных / ООО «ИВИС». – Москва, [200 –]. – URL: http://eivis.ru. – Режим доступа: по подписке.

в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– 7-Zip;
– Adobe Acrobat Reader;
– Microsoft Office;
– Microsoft Windows;
– OnlyOffice;
– PyCharm;
– Р7-Офис.

г) базы данных и информационно-справочные системы:

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

15 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том числе:

- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным проектором;
- учебную аудиторию для проведения занятий семинарского типа (практических занятий), оснащенную учебной доской, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ;
- учебную аудиторию (помещения) для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Составитель(и):

доцент Кораблина Татьяна Валентиновна (кафедра прикладных информационных технологий и программирования);

старший преподаватель Дворянчиков Марк Владиславович (кафедра прикладных информационных технологий и программирования).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры.

Согласована:

Системный аналитик группы
системной архитектуры департамента
информационных технологий
ООО "СИ СОФТ"  Е.А. Шапошникова

Приложение

Пример вопросов входного контроля знаний обучающихся

1 Что такое матрица? Как найти определитель матрицы?
2 Что такое производная функции? В чём её физический смысл?
3 Расскажите правила арифметических действий над функциями.
4 Что такое интеграл? Как найти значение определённого интеграла?
5 Что такое корень уравнения?

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины

1 Перечень вопросов для устного опроса

Раздел 1. Введение

1. Каковы причины возникновения погрешностей при решении задачи на ЭВМ?
2. Какое основное требование к численному алгоритму?
3. Что такое «машинный ноль», «машинная бесконечность»?
4. Какие формы представления вещественных чисел вы знаете?
5. Каким требованиям должна удовлетворять мантисса?
6. Какой будет результат решения задачи, если в ходе вычислений будет получено число меньше «машинного нуля»?
7. Какой будет результат решения задачи, если в ходе вычислений будет получено число больше «машинной бесконечность»?
8. Какие существуют формы оценки погрешности?
9. Как изменится оценка абсолютной погрешности суммы при увеличении числа слагаемых?
10. Как изменится относительная погрешность произведения при увеличении числа множителей?
11. В чем сложности оценки погрешности разности двух близких чисел?
12. Найдите в литературе или выведите самостоятельно формулы для оценки погрешности функций ℓn, sin, cos, $\sqrt{}$.

Раздел 2. Численное решение алгебраических уравнений и систем уравнений

1. Какое условие определяет наличие и единственность корня уравнения $f(x)=0$?
2. При использовании табличного метода отделения корней что является признаком того, что внутри интервала находится не менее одного корня?
3. Как можно определить начальное приближение корня

графически?

4. Что является критерием окончания итерационного процесса при использовании метода дихотомии?

5. Каково условие сходимости метода простых итераций при решении нелинейного уравнения?

6. Какая идея лежит в основе метода Ньютона?

7. Какой из методов (простых итераций или метод Ньютона) и при каких условиях быстрее сходится к корню?

8. Какие методы относятся к прямым (точным)?

9. Какие методы относятся к итерационным)

10. Какая идея лежит в основе методы Гаусса?

11. За счет чего обеспечивается уменьшение вычислительной погрешности улучшенного метода Гаусса?

12. В чем отличие метода простой итерации от метода Зейделя?

13. Каков критерий существования единственного решения системы линейных уравнений при использовании метода простых итераций, метода Зейделя?

14. Каков критерий окончания итерационного процесса метода простых итераций?

Раздел 3. Интерполяция

1. Исходя из какого условия определяются коэффициенты интерполяционного многочлена?

2. Какая система функций называется линейно независимой?

3. Каким условием должен удовлетворять определитель Вандермонда?

4. В каком виде определяются коэффициенты Лагранжа? Какие значения они принимают в узловых точках?

5. Как связана степень интерполяционного многочлена с количеством узлов интерполяции?

6. Что такое конечная разность первого порядка? Как она определяется?

7. Что такое конечная разность *n*-го порядка? Как она определяется?

8. В чем отличия интерполяционных многочленов Лагранжа и Ньютона?

9. Исходя из каких условий определяется интерполяционный сплайн?

10. Сколько дополнительных условий обеспечивает единственность

Раздел 4. Численное интегрирование, дифференцирование, решение задачи Коши

1. В каком случае используется численное интегрирование?

2. В чем заключается задача интегрирования при помощи

квадратур?

3. От чего зависит погрешность квадратурной формулы?

4. Дайте графическую интерпретацию метода прямоугольников и метода трапеций?

5. Для каких функций можно рассчитать точное значение определенного интеграла методами прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса с тремя узлами?

6. Как влияет на точность численного интегрирования величина шага?

7. Какой порядок точности имеют методы прямоугольников, трапеций, Гаусса с тремя узлами?

8. В чем заключается правило Рунге?

9. Каково условие существования решения обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ)?

10. Как на практике можно оценить погрешность решения ОДУ?

11. Какая идея положена в основу метода Эйлера?

12. Как можно повысить порядок точности метода Эйлера?

13. Как оценить погрешность решения ОДУ?

14. Как влияет на точность численного решения ОДУ величина шага?

15. Какая идея лежит в основе методов Адамса?

16. Какая схема т-шагового метода Адамса, явная или неявная, имеет более высокий порядок точности? Почему?

17. Каково условие существования решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)?

18. В каком виде получается решение дифференциальных уравнений высших порядков и систем ОДУ?

19. Как оценить погрешность решения задачи Коши для дифференциальных уравнений высших порядков?

3 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО «Moodle» и допуска к последующим за тестами разделам дисциплины.

Примеры вопросов по разделам:

Раздел 1. Введение

1. Как иначе можно назвать погрешность исходных данных?

Выберите один или несколько ответов:

а) Погрешность округления

б) Погрешность метода

в) Погрешность модели

2. Значение предельной абсолютной погрешности всегда больше абсолютной погрешности

Выберите один ответ:

а) Верно

б) Неверно

3. Пусть числа представимые в некотором калькуляторе лежат в диапазоне $10^{-88} < |x| < 10^{88}$. При выходе результата за левую границу диапазона выдается сообщение.

4. Выберите верные утверждения: Полная погрешность

а) не может быть меньше, чем наибольшая из составляющих её погрешностей

б) как правило меньше, чем наибольшая из составляющих её погрешностей

в) является результатом взаимодействия всех видов погрешностей

г) равна единице

5. Если все цифры числа верные(значащие), значит предельная абсолютная погрешность

Выберите один ответ:

а) не превышает единицу последнего разряда

б) превышает единицу последнего разряда

в) всегда равна единице последнего разряда

г) соответствует единице предпоследнего разряда

6. Округляя число a = 3,1415 до трёх значащих цифр, определить абсолютную погрешность полученного приближённого числа.

7. Дана матрица:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Найти норму $||M||_m$

8. Дана матрица:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 & -1 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Найти евклидову норму $||M||_k$

9. Определить абсолютную погрешность числа по его относительной погрешности a=0,268, δ=1%.

10. Определить количество верных цифр в числе x, если известна его абсолютная погрешность: x=2,325, $\Delta x = 0{,}1*10^{-1}$.

Раздел 2. Численное решение алгебраических уравнений и систем уравнений

1. К прямым методам решения СЛАУ относятся
Выберите один или несколько ответов:
а) метод Зейделя
б) метод Крамера
в) метод Гаусса
г) метод простых итераций

2. В чем заключается задача отделения корней при решении уравнений?
Выберите один ответ:
а) в установлении количества корней
б) в установлении количества корней, а также наиболее тесных промежутков, каждый из которых содержит только один корень.
в) в установлении корня решения уравнения
г) в назначении количества корней

3. К приближённым методам решения СЛАУ относятся:
Выберите один или несколько ответов:
а) метод Холецкого
б) метод Крамера
в) метод Зейделя
г) метод Гаусса
д) метод простой итерации

4. Итерация – это ….
Выберите один ответ:
а) Повторение. Результат повторного применения какой–либо математической операции.
б) Замена одних математических объектов другими, в том или ином смысле близким к исходным.
в) Число, изображаемое единицей и 18 нулями
г) Продолжение функции, принадлежащей заданному классу, за пределы ее области определения.

5. Для обеспечения сходимости метода простых итераций при решении СЛАУ необходимо, чтобы выполнялось условие: норма матрицы должна быть

Выберите один ответ:

а) > 1

б) < 1

в) = 1

г) > -1

д) > 0.5

е) < 0.5

6. Если все свободные члены системы линейных уравнений равны нулю, то такая система

Выберите один или несколько ответов:

а) разрешающая

б) однородная

в) элементарная

г) базисная

д) неоднородная

7. Метод Зейделя отличается от метода простой итерации для СЛАУ тем, что

Выберите один ответ:

а) при вычислении (k)-го приближения неизвестного x_i при i > 1 используются уже ранее вычисленные к этому моменту (k + 1) приближения неизвестных на текущей итерации

б) при вычислении (k + 1)-го приближения неизвестного x_i при i > 1 используются уже ранее вычисленные к этому моменту (k + 1) приближения неизвестных на текущей итерации

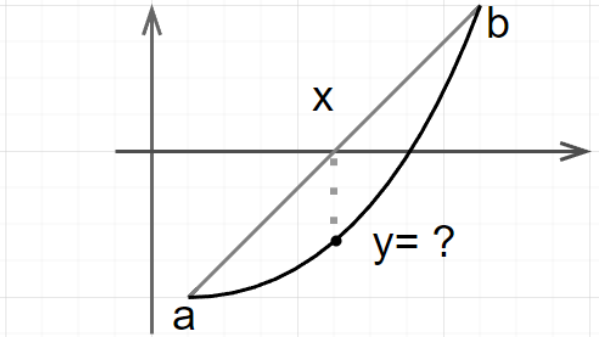
в) при вычислении (k + 1)-го приближения неизвестного x_i при i > 1 используются уже ранее вычисленные к этому моменту (k) приближения неизвестных на текущей итерации

г) при вычислении (k)-го приближения неизвестного x_i при i > 1 используются уже ранее вычисленные к этому моменту (k) приближения неизвестных на текущей итерации

8. Отрезком [изоляции ; уравнения] называется отрезок, на котором лежит только один корень [[изоляции ; уравнения]]

9. Метод итераций. Исходное нелинейное уравнение записывается в виде: [[x=f(x) ; f(x)]]. Для решения рассчитываются вспомогательные параметры q и δ, где δ — уточнённая точность. Сначала находим отрезок [[[a;b] ; f(a)f(b)<0]] такой, что функция [[x=f(x) ; f(x)]] непрерывна и меняет знак на отрезке, то есть [[[a;b] ; f(a)f(b)<0]] ...

10. Суть метода хорд состоит в разбиении отрезка [a; b] (при условии f(a)f(b) < 0) на два отрезка с помощью хорды и выборе нового отрезка от точки пересечения хорды с осью абсцисс до неподвижной точки, на котором функция меняет знак.



Пусть дана функция y = x*x – 2 и начальный отрезок a= -2, b=0. Чему будет равно значение y в результате выполнения первой итерации метода?

Раздел 3. Задача интерполяции

1. Если значение функции x лежит между узлами интерполяции, то приближённое отыскание значения f(x) называется

Выберите один или несколько ответов:

а) Экстраполяция

б) Полиномизация

в) Интерполяция

г) Канонизация

2. Полином какой минимальной степени необходим для возможности проведения кривой через 7 точек на осях Ox-Oy при их любом расположении.

Выберите один ответ:

а) 6

б) 8

в) 7

3. Функция кусочно-заданная совокупностью функций на множестве частичных отрезков

Выберите один ответ:

а) Сплайн

б) Хорда

в) Многочлен

г) Парабола

4. Достоинством методом Ньютона перед методом Лагранжа в численном интерполировании является

Выберите один ответ:

а) Быстрая сходимость метода

б) Отсутствие необходимости расчётов всего полинома целиком при добавлении новой точки на отрезок интерполяции

5. При интерполяции с помощью интерполяционного полинома Лагранжа

Выберите один ответ:

а) узлы, между которыми производится интерполяция, должны располагаться только равномерно на отрезке интерполяции

б) Узлы x_i должны быть пронумерованы в порядке возрастания аргумента x

в) координаты x_i должны образовывать монотонную последовательность чисел

г) узлы x_i могут располагаться на оси ординат произвольным образом, но не должны совпадать друг с другом

6. Интерполяционные формулы могут быть использованы

Выберите один ответ:

а) только в пределах между крайними узлами интерполяции

б) для значений аргумента, лежащих как в пределах, так и за пределами крайних узлов интерполяции

в) только в окрестностях узлов интерполяции, в пределах которых разложение в ряд Тейлора не приводит к большим ошибкам

7. Интерполяционный полином Ньютона степени n строится с использованием

Выберите один ответ:

а) конечных разностей до n го порядка включительно

б) конечных разностей до (n-1)-го порядка включительно

в) конечных разностей до (n-1)-го порядка включительно для формул интерполирования "вперед" и до (n+1)-го порядка для формул интерполирования "назад"

г) только равноотстоящих узлов интерполирования

8. Формулы Лагранжа и Ньютона при интерполяции по N узлам порождают

Выберите один ответ:

а) по сути только один интерполяционный полином, различие только в формах записи и в алгоритмах вычисления коэффициентов

б) полиномы различной степени

в) полиномы, приводящие к различным погрешностям даже при точном вычислении коэффициентов

9. Даны 2 узла. Чему будет равно значение y при x равном -1 в случае решения задачи интерполяции

x	0	1	2
y	0	0,5	2

10. Даны 2 узла. Чему будет равно значение y при x равном 3 в случае решения задачи интерполяции

x	2	4
y	3	7

Раздел 4. Численное интегрирование, дифференцирование, решение задачи Коши

1. Численное интегрирование применяется, когда:
Выберите один или несколько ответов:
а) Первообразная F(x) - слишком громоздкая
б) Подынтегральная функция представлена в виде таблицы (массива) значений в узлах некоторой расчётной сетки.
в) Аналитическое представление подынтегральной функции известно, но её первообразная не выражается через аналитические функции

2. Метод численного интегрирования, в котором каждая дуга на кусочном отрезке заменяется параболой
Выберите один ответ:
а) Метод прямоугольников
б) Метод хорд
в) Метод Симпсона
г) Метод трапеций

3. Метод численного интегрирования, в котором каждая дуга на кусочном отрезке заменяется хордой
Выберите один ответ:
а) Метод Ньютона
б) Метод трапеций
в) Метод прямоугольников
г) Метод Ньютона-Лейбница
д) Метод Лейбница

4. Метод численного интегрирования, в котором каждая дуга на кусочном отрезке заменяется отрезком

Выберите один ответ:

а) Метод Ньютона

б) Метод трапеций

в) Метод прямоугольников

г) Метод Ньютона-Лейбница

д) Метод Лейбница

5. В дифференциальном исчислении, когда дано начальное условие: y (x0) = y0 решение ДУ называют

Выберите один ответ:

а) метод Эйлера

б) задача Коши

в) метод Кутта

г) метод Ньютона

6. На первом шаге метод Рунге-Кутта 2 порядка рассчитывается аналогично

Выберите один ответ:

а) методу Эйлера

б) методу Кутта

в) методу Ньютона

7. В чём заключается физический смысл производной?

а) мгновенная скорость изменения величины

б) ускорение

в) угловой коэффициент касательной

г) площадь под кривые изменения величины

8. Порядок точности метода Эйлера p равен

а) 1

б) 2

в) 3

г) 4

9. Порядок точности метода Рунге-Кутта 4 порядка

а) 2

б) 4

в) 3

г) 8

10. Пусть дана функция y = -x*x + 2. Чему будет равно значение интеграла от этой функции на отрезке a= -1, b=1 при расчёте методом левых прямоугольников с шагом 0,5?

4 Выполнение практических работ

1.1 Прямая и обратная задачи теории погрешностей

Округляя следующие числа до трех значащих цифр, определить абсолютную и относительную погрешности полученных приближенных значений:

1.	8,2564	2.	0,26352
3.	0,02041	4.	0,7545
5.	1,335	6.	0,004912
7.	-0,0017392	8.	925,55
9.	-893,65	10.	74,525

Определить абсолютную погрешность следующих приближённых чисел по их относительным погрешностям:

1.	a=23268, δ=0,1%	2.	a=0,268, δ=1%
3.	a=3,52, δ=0,8%	4.	a=12345, δ=2%
5.	a=68,33, δ=1%	6.	a=0,00235, δ=1,5%

Определить количество верных цифр в числе x, если известна его абсолютная погрешность:

1.	x=0,3941, Δx =0,25·10^{-2}	2.	x=14,00231, Δx =0,2·10^{-3}
3.	x=0,1132, Δx =0,1·10^{-3}	4.	x=0,0842, Δx =0,15·10^{-2}
5.	x=38,2543, Δx =0,27·10^{-2}	6.	x=0,00381, Δx =0,1·10^{-4}
7.	x=293,481, Δx =0,1	8.	x=-32,285, Δx =0,2·10^{-2}
9.	x=2,325, Δx =0,1·10^{-1}	10.	x=-0,2113, Δx =0,5·10^{-2}

Определить количество верных цифр в числе x, если известна его относительная погрешность:

1.	a=1,8921,	δ_a=0,1·10^{-2}	2.	a=9,3598,	δ_a=0,1%
3.	a=0,2218,	δ_a=0,2·10^{-1}	4.	a=0,11452,	δ_a=10%
5.	a=2,351,	δ_a=0,1	6.	a=48361,	δ_a=1%
7.	a=0,02425,	δ_a=0,5·10^{-2}	8.	a=592,8,	δ_a=2%
9.	a=0,000135,	δ_a=0,15	10.	a=14,9360,	δ_a=1%

Найти суммы приближённых чисел и указать их погрешности (все знаки чисел верные):

а) 1,145+421+88,2;
б) 0,401+283,1+12,58;
в) 498,5- 82,28+0,55567;

г) $x_1 + x_2 + x_3$;
x_1=289,6; Δx_1=0,2;
x_2=34,44,6; Δx_2=0,12;
x_3=209,55; Δx_3=0,18.

Найти произведение приближенных чисел и указать их погрешности (в исходных числах все знаки верные):

а) 4,59 · 9,5
б) 35,1 · 2,852
в) 0,03 · 17,6
г) 0,343 · 654 · 92,6
д) 2,67 · 9,1 · 2,283
е) 492,66 · 8346 · 0,0052

1.2 Линейные пространства и линейный оператор

Даны векторы

$$a=\begin{pmatrix}-6\\5\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix},\ c=\begin{pmatrix}8\\0\\-10\end{pmatrix},\ e=\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$$

Вычислить m, l, k нормы и найти расстояние d(a,b) и d(c,e) для каждой из норм.

Даны вектора

$$a=\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}\ \text{и}\ b=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

На координатной плоскости указать множество точек (x_1,x_2), для которых:

а) $\|x-a\|_m \le 2$;
б) $\|x-b\|_\ell > 2$;
в) $\|x-b\|_k = 2$;
г) $\|x-(a-b)\|_m \le 3$;
д) $\|x-a\|_k + \|x-b\|_k = 4$.

2.1 Численное решение систем алгебраических линейных уравнений

Решить систему линейных уравнений (1) методом Холецкого, (2) методом простой итерации, (3) методом Зейделя. Какой из итерационных методов сходится быстрее? Для итерационных методов вычислять с заданной точностью ε = 0.01.

Примеры систем:

1	***A*=**	8	4	1	***b*=**	-7	**2**	***A*=**	10	6	2	***b*=**	-16
		4	10	1		79			0	8	1		32
		1	1	4		29			1	4	6		55
3	***A*=**	6	2	3	***b*=**	39	**4**	***A*=**	8	4	2	***b*=**	60
		4	8	2		46			-4	8	1		-32
		1	-4	8		31			-1	4	9		25
5	***A*=**	9	2	-3	***b*=**	65	**6**	***A*=**	8	-2	4	***b*=**	2
		1	9	-2		16			1	3	1		16
		4	2	10		30			4	4	12		16
7	***A*=**	10	-3	6	***b*=**	14	**8**	***A*=**	8	6	1	***b*=**	30
		-3	8	-1		70			3	7	3		14
		1	-3	5		-8			1	5	8		-38
9	***A*=**	9	3	3	***b*=**	18	**10**	***A*=**	9	2	3	***b*=**	56
		5	8	2		10			2	8	5		47
		3	4	9		6			2	0	9		19

2.2 Численное решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений

Решить нелинейное уравнение (1) методом половинного деления, (2) методом простых итераций, (3) методом Ньютона и (4) методом секущих с точностью ε = 0.01. Сравнить полученные результаты и сделать выводы.

Примеры уравнений:

1	$x^4 - 3x - 20=0$	2	$x^3 - 2x^2 - 5 = 0$
3	$x^3 + 3x + 5 = 0$	4	$x^4 + 5x - 7 = 0$
5	$x^3 - 12x - 5 = 0$	6	$x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0$
7	$x + e^x = 0$	8	$x^5 - x - 2 = 0$
9	$x^3 - 10x + 5 = 0$	10	$2 - \ell nx - x=0$

Численное решение систем нелинейных уравнений

Найти решение системы нелинейных уравнений методом простой итерации с точностью ε = 0.01.

1	$\begin{cases} x_1^{2/3} + x_2^{2/3} = 4 \\ x_1^2 - 2x_2 = 0 \end{cases}$	2	$\begin{cases} x_1^{2/3} + x_2^{2/3} = 4 \\ x_2^2 + x_1^2 - 2x_1 = 0 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_2 - \sqrt{x_1 + 1} = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 - 2x_2 = 0 \end{cases}$	4	$\begin{cases} x_1 \sin x_1 - x_2 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0 \end{cases}$
5	$\begin{cases} \dfrac{x_1}{1 + x_1^2} - x_2 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0 \end{cases}$	6	$\begin{cases} \dfrac{x_1^2}{4} + x_2^2 = 1 \\ 2x_2 - e^{x_1} - x_1 = 0 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 2x_1^2 + x_2^2 = 1 \\ x_2 - x_1^{2/3} - 1 = 0 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 3x_1^2 - x_1 + x_2^2 = 1 \\ x_2 - \operatorname{tg} x_1 = 0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - 2x_2 = 0 \\ x_2 - 2 \cdot \ell n(x_1 + 1) = 0 \end{cases}$	10	$\begin{cases} x_2 - 2x_1 e^{-x_1} = 0 \\ x_2^2 + x_1^2 - 1 = 0 \end{cases}$

3 Задача интерполяции

Для функции, заданной точечно, построить интерполяционный многочлен (1) Лагранжа, (2) Ньютона по всем точкам. Записать многочлен Лагранжа в стандартном виде. Построить график полученной функции. Отметить на графике дополнительные точки 3.5; f(3.5) и 6; f(6).

1	x_i	1	2	3	4	5	2	x_i	1	2	3	4	5
	y_i	1,1	-1,4	1,6	1,7	-1,9		y_i	0,5	0,1	-0,7	0,6	-0,4
3	x_i	1	2	3	4	5	4	x_i	1	2	3	4	5
	y_i	0	1,5	1,7	1,3	1,8		y_i	0,2	0,8	0,3	0,6	0,3
5	x_i	1	2	3	4	5	6	x_i	1	2	3	4	5
	y_i	0,4	0,5	0,1	0,0	0, 7		y_i	4,8	-1,7	6,9	3,2	9,5
7	x_i	2	3	4	5	6	8	x_i	1	2	3	4	5
	y_i	0,4	0,5	0,1	-0,1	0,2		y_i	1	3,8	1,3	5,6	4,3
9	x_i	1	2	3	4	5	10	x_i	1	2	3	4	5
	y_i	1,1	1,4	1,6	1,7	1,9		y_i	0,3	0,5	-0,6	0,7	0,6

4.1 Численное интегрирование

Найти значение определенного интеграла методами (1) прямоугольников, (2) трапеций, (3) Симпсона и (4) методом Гаусса с точностью ε = 10^{-5}. Оценить погрешность по правилу Рунге. За сколько итераций сошёлся каждый из методов?

Примеры интегралов:

1	$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$	2	$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$	3	$\int_0^{\pi/4} \sin 4x dx$	4	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$
5	$\int_1^e \ell nx dx$	6	$\int_0^1 \ell n(x+1) dx$	7	$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos x}$	8	$\int_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$
9	$\int_0^{\pi} \cos^3 x\, dx$	10	$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos x}$	11	$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\sin x}$	12	$\int_0^1 \text{arctg}\ x dx$

Численное дифференцирование

Выбрав шаг h = 0.05 по формулам найти приближенное значение производных f'(x) и f''(x) во всех узловых точках; оценить погрешность вычислений. Сравнить результаты с точными значениями производных в этих точках.

№	[a, b]	f(x)	№	[a, b]	f(x)
1	[1; 1,15]	e^x	2	[1,30; 1,45]	$e^{1,5x}$
3	[1; 1,15]	e^{-x}	4	[1,30; 1,45]	$e^{-1,5x}$
5	[1; 1,15]	*sh x*	6	[1,30; 1,45]	*sh* 1,5*x*
7	[1; 1,15]	*ch x*	8	[1,30; 1,45]	*ch* 1,5*x*
9	[1; 1,15]	*sin x*	10	[1,30; 1,45]	*sin* 2,5*x*

4.3 Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

Решить обыкновенное дифференциальное уравнение с h = 0.2 и h = 0.1 методами: (1) Эйлера, (2) Рунге-Кутта 2-го, (3) Рунге-Кутта 4-го порядка. Для всех методов оценить погрешность полученного решения по правилу Рунге.

Примеры исходных данных:

1	$y' = \frac{1+xy}{x^2},\quad y\big\|_{x=1} = 0,\quad 1 \le x \le 2,\quad \varphi(x) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{x}\right)$
2	$y' = y - \frac{2x}{y},\quad y\big\|_{x=0} = 1,\quad 0 \le x \le 1,\quad \varphi(x) = \sqrt{2x+1}$
3	$y' = x + \frac{3y}{x},\quad y\big\|_{x=1} = 0,\quad 1 \le x \le 2,\quad \varphi(x) = x^2(x-1)$
4	$y' = xy,\quad y\big\|_{x=0} = 1,\quad 0 \le x \le 1,\quad \varphi(x) = e^{x^2/2}$

5	$y' = \frac{y^2 + xy}{x^2}, \quad y\big\|_{x=1} = 1, \quad 1 \le x \le 2, \ \varphi(x) = x/(1 - \ell n\, x)$
6	$y' = \frac{1 - y + \ell n\, x}{x}, \quad y\big\|_{x=1} = 0, \quad 1 \le x \le 2, \ \varphi(x) = \ell n\, x$
7	$y' = \frac{y + x}{x}, \quad y\big\|_{x=1} = 0, \quad 1 \le x \le 2, \ \varphi(x) = x\ell n\, x$
8	$y' + 2xy = xe^{-x^2}, \quad y\big\|_{x=0} = 0, \quad 0 \le x \le 1, \ \varphi(x) = \frac{1}{2}x^2 e^{-x^2}$
9	$y' + y\cos x = \frac{1}{2}\sin 2x \quad y\big\|_{x=0} = 0, \ 0 \le x \le 1, \ \varphi(x) = \sin x + e^{-\sin x} - 1$
10	$y' + ytgx = \sin 2x, \quad y\big\|_{x=0} = -1, \quad 0 \le x \le 1, \ \varphi(x) = (1 - 2\cos x)\cos x$

Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков

Решить дифференциальное уравнение 2-го порядка, сведя его к системе из двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, методом Эйлера с h = 0.1 и h = 0.2. Оценить погрешность по правилу Рунге.

1	$xy'' - (x+1)y' - 2(x-1)y = 0, \ y\big\|_{x=1} = e^2, y'\big\|_{x=1} = 2e^2, \ 1 \le x \le 2, \ \phi = e^{2x}$
2	$x^2y'' + xy' - y = 3x^2, \ y\big\|_{x=1} = 1, \ y'\big\|_{x=1} = 1, \ 1 \le x \le 2, \ \phi = 0.5(2x^2 - x + 1/x)$
3	$x^2y'' - 6y = 0, \ y\big\|_{x=1} = 1, \ y'\big\|_{x=1} = 3, \ 1 \le x \le 2, \ \phi = x^3$
4	$x^2y'' - 12y = 0, \ y\big\|_{x=1} = 1, \ y'\big\|_{x=1} = 4, \ 1 \le x \le 2, \ \phi = x^4$
5	$xy'' + 0.5y' = 0, \ y\big\|_{x=1} = 2, \ y'\big\|_{x=1} = 1, \ 1 \le x \le 2, \ \phi = 2\sqrt{x}$
6	$x^2y'' + y/\ell n(x) = xe^x(2 + x\ell n(x)), \ y\big\|_{x=2} = e^2\ell n2, \ y'\big\|_{x=2} = e^2(\ell n2 + 0.5),$ $2 \le x \le 3, \ \phi = e^x \ell nx$
7	$x^2y'' + xy' = 0, \ y\big\|_{x=1} = 0, \ y'\big\|_{x=1} = 1, \ 1 \le x \le 2, \ \phi = \ell nx$
8	$x^2y'' + xy' + y = 3x^3, \ y\big\|_{x=1} = 0.75, \ y'\big\|_{x=1} = 2.25, \ 1 \le x \le 2, \ \phi = 0.75x^3$
9	$x^2y'' - 4xy' + 6y = x^4 - x^2, \ y\big\|_{x=1} = 0.5, \ y'\big\|_{x=1} = 3, \ 1 \le x \le 2, \ \phi = x^4/2 + x^2\ell nx$
10	$x^2y'' + (x^2 - 1)y' - y = 0, \ y\big\|_{x=1} = 1/e, \ y'\big\|_{x=1} = -1/e, \ 1 \le x \le 2, \ \phi = e^{-x}$

Задания для практических работ, теоретический и методический материал для самостоятельного изучения и вопросы для собеседования представлены в методических указаниях к практическим занятиям.

5 Выполнение домашнего задания

В соответствии с индивидуальными вариантами заданий:

1-А Найти суммы приближенных чисел и указать их погрешности (все знаки чисел верные). Найти произведение приближенных чисел и указать их погрешности (в исходных числах все знаки верные). Вычислить $||A||_m$, $||A||_\ell$, $||A||_k$ нормы для матрицы. Даны вектора a и b. На координатной плоскости указать множество точек (x_1, x_2), для которых

а) $||x+a||_\ell \geq 2$;
б) $||x-b||_m < 2$;
в) $||x-a+b||_k = 4$;
г) $||x+(a-b)||_m \leq 5$;
д) $||x-b||_k - ||x-a||_k = 4$.

1 Решить систему линейных уравнений (1) методом Холецкого, (2) методом простой итерации, (3) методом Зейделя. Какой из итерационных методов сходится быстрее? Для итерационных методов вычислять с точностью ε.

2 Решить нелинейное уравнение (1) методом половинного деления, (2) методом простых итераций, (3) методом Ньютона и (4) методом секущих с точностью ε. Сравнить полученные результаты и сделать выводы.

3 Решить систему нелинейных уравнений (1) методом простых итераций и (2) методом Ньютона с точностью ε.

4 Для функции, заданной точечно, построить интерполяционный многочлен (1) Лагранжа, (2) Ньютона по всем точкам. Записать многочлен Лагранжа в стандартном виде. Построить график полученной функции. Отметить на графике дополнительные точки x_1; $f(x_1)$ и x_2; $f(x_2)$.

5 Найти значение определенного интеграла методами (1) прямоугольников, (2) трапеций, (3) Симпсона и (4) методом Гаусса с точностью ε. Оценить погрешность по правилу Рунге. За какое n сошёлся каждый из методов?

6-А Выбрав шаг h по формулам найти приближенное значение производных f'(x) и f''(x) во всех узловых точках; оценить погрешность вычислений. Сравнить результаты с точными значениями производных в этих точках.

6.1 Решить обыкновенное дифференциальное уравнение с h_1 и $h_1 / 2$ методами: (1) Эйлера, (2) Рунге-Кутта 2-го, (3) Рунге-Кутта 4-го порядка, (4) трехшаговым явным методом Адамса (по желанию). Для всех методов оценить погрешность полученного решения по правилу Рунге.

6.2 Решить дифференциальное уравнение 2-го порядка, сведя его к системе из двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, методом Эйлера с h_1 и $h_1 / 2$. Оценить погрешность по правилу Рунге.

6 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации

1. Особенности вычислений на ЭВМ.
2. Понятие линейного пространства. Нормированные пространства векторов, матриц и функций.
3. Численное решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса. Улучшенный метод Гаусса.
4. Численное решение систем линейных уравнений. Метод итерация.
5. Численное решение систем линейных уравнений. Метод квадратного корня.
6. Численное решение систем линейных уравнений. Метод Халецкого.
7. Численное решение систем линейных уравнений. Метод Зейделя.
8. Численное решение нелинейных уравнений. Метод дихотомии.
9. Численное решение нелинейных уравнений. Метод итераций.
10. Численное решение нелинейных уравнений. Метод Ньютона.
11. Численное решение систем нелинейных уравнений. Метод итераций.
12. Численное решение систем нелинейных уравнений. Метод Ньютона.
13. Задача Интерполяции. Полиномы Лагранжа.
14. Численное интегрирование. Метод прямоугольников. Правило Рунге.
15. Численное интегрирование. Метод трапеций. Правило Рунге.
16. Численное интегрирование. Метод Симпсона. Правило Рунге.
17. Численное интегрирование. Метод Гаусса. Правило Рунге.
18. Приближенное вычисление несобственных интегралов с бесконечными пределами.
19. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.

20. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутта 2-го порядка.

21. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутта 4-го порядка.

22. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Явный и неявный методы Адамса.

23. Численно решение систем дифференциальных уравнений.

24. Численно решение дифференциальных уравнений высших порядков.

7 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации

1. Даны векторы вычислить их m-, l- k-нормы, найти расстояние между векторами для каждой из норм.

2. Даны векторы на координатной плоскости O_{x1x2} найти множество точек (x_1, x_2) для которых выполнено условие.

3. Дана система функций. Найти множество точек X, для которых выполняется неравенство $||J(x)||_m$, где J(x) – матрица Якоби.

4. Решить систему линейных уравнений методом квадратного корня.

5. Решить систему линейных уравнений методом простой итерации.

6. Решить систему линейных уравнений по схеме Гауса.

7. Решить систему уравнений методом Зейделя с заданной точностью ε.

8. Решить систему уравнений методом Халецкого.

9. Решить нелинейное уравнение методом итераций с погрешностью ε.

10. Решить нелинейное уравнение методом Ньютона с погрешностью ε.

11. Решить систему нелинейных уравнений методом итераций с погрешностью ε.

12. Вычислить интеграл методом прямоугольников. Оценить погрешность по правилу Рунге.

13. Вычислить интеграл методом трапеций. Оценить погрешность по правилу Рунге.

14. Вычислить интеграл методом Симпсона. Оценить погрешность.

15. Вычислить интеграл по формуле Гаусса. Оценить погрешность по правилу Рунге

16. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции, заданной точечно.

17. Методом Эйлера найти решение дифференциального уравнения.

18. Методом Эйлера на двух сетках найти решение дифференциального уравнения.

19. Методом Рунге-Кутта 2-го порядка найти решение дифференциального уравнения.

20. Методом Рунге-Кутта 4-го порядка найти решение дифференциального уравнения.

21. Явным трехшаговым методом Адамса найти решение дифференциального уравнения

22. Методом Эйлера найти решение системы дифференциальных уравнений.

23. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения второго порядка, преобразовав ее к задаче Коши для системы дифференциальных уравнений первого порядка, на равномерной сетке с шагом h методом Эйлера.