Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор института
педагогического образования
_____ И.В. Шимлина
подпись
«____» _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»
(направленность (профиль): «Математика и физика»)

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная форма

Срок обучения: 5 лет

Год начала подготовки 2025

Новокузнецк
2025

СибГИУ
Подлинник электронного документа хранится в системе электронного согласования документов СибГИУ
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭП
Сертификат: 1daa7a548d65aeb8d120ee36e7fcd7c0420cb397
Владелец: Директор ИПО Шимлина Инна Владимировна
Действителен: с 18 апреля 2024 г. по 12 июля 2025 г.
Дата и время: 02-06-2025 08:28:23 ПРОВЕРИТЬ ПОДПИСЬ

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:

– воспитание математической культуры, формирование у обучающихся навыков, необходимых для изучения дисциплин по направлению подготовки;
– овладение понятиями и методами математического анализа, лежащими в основе всего естествознания и техники.

Задачами учебной дисциплины являются:

– сформировать фундамент математического образования, необходимый для изучения всех математических, естественнонаучных и технических дисциплин;
– развить логическое, математическое и алгоритмическое мышление обучающихся;
– выработать у обучающихся умения самостоятельно расширять свои математические знания и применять математические методы для решения прикладных задач.

2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам обязательной части **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)».

Учебная дисциплина базируется на предварительном усвоении обучающимися учебных дисциплин:

– Математика.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:

– Методика обучения математике;
– Методика обучения физике;
– Элементарная математика;
– Алгебра;
– Геометрия;
– Теория чисел;
– Теория вероятностей и математическая статистика;
– Математическая логика;
– Дискретная математика;
– История математики;
– Элементарная физика;
– Общая и экспериментальная физика;
– Теоретическая физика.

3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– Универсальные компетенции

Наименование категории (группы) УК	Код и наименование УК	Код и наименование индикатора достижения УК	Планируемые результаты обучения
Системное и критическое мышление	УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения	– знать: определения и свойства объектов математического анализа. – уметь: анализировать структуру задач дифференциального и интегрального исчисления.
		УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи и предлагает варианты решения задачи на основе системного подхода	– знать: информацию, необходимую для решения задач математического анализа. – уметь: анализировать информацию, необходимую для решения задачи, и выбирать методы и варианты ее математического решения.
		УК-1.3 Анализирует предлагаемые варианты решения задачи, оценивает их достоинства и недостатки	– знать: разные математические варианты решения задач. – уметь: анализировать разные математические варианты решения задач.

4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся.

Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

Объем учебной дисциплины

Семестр / курс		***ИТОГО***	***3 семестр***	***4 семестр***	***5 семестр***
Форма промежуточной аттестации			*экзамен*	*экзамен*	*зачет с оценкой*
Трудоёмкость	*академ. час.*	***252***	*108*	*72*	*72*
	зачетных единиц	***7***	*3*	*2*	*2*
Лекции, *академ. час.*		***40***	*24*	*8*	*8*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*	*0*
Лабораторные работы, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*	*0*
Практические занятия, *академ. час.*		***56***	*24*	*16*	*16*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*	*0*
Курсовая работа / проект, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*	*0*
Консультации, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*	*0*
Самостоятельная работа, *академ. час.*		***93***	*24*	*30*	*39*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*	*0*
Контроль, *академ. час.*		***63***	*36*	*18*	*9*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*	*0*

Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Дифференциальное исчисление функций одной переменной;

Тема 1.1 Функции. Числовые последовательности. (Множества действительных и натуральных чисел. Понятие бесконечности. Окрестность точки. Граница области. Понятие функции..Последовательности.);

Тема 1.2 Пределы. Непрерывность. (Предел последовательности. Сходимость последовательности. Предел

функции. Пределы слева и справа. Непрерывность функции. Точки разрыва. Неопределенности, Замечательные пределы);

Тема 1.3 Производная и дифференциал (Определение производной.. Дифференциал. Производная сложной функции. Производная произведения. Производные разных типов функций. Производная обратной функции. Логарифмическая производная. Гиперболические функции. Правило Лопиталя);

Тема 1.4 Производные высших порядков. Экстремумы. Исследование функций. Приложения производной. (производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Порядок бесконечно малых. Экстремумы. Наибольшие и наименьшие значения. Точки перегиба. Асимптоты. Исследование функций. Прикладные задачи на экстремум. Геометрические приложения производной.);

Раздел 2 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных;

Тема 2.1 Основные понятия дифференциального исчисления функций нескольких переменных (функции нескольких переменных. Предел функции. Частные производные. Дифференцируемость. Полный дифференциал. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Линейная дифференциальная форма. Однородные функции и теорема Эйлера.);

Тема 2.2 Экстремумы функций нескольких переменных (.локальные экстремумы функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования локального экстремума функции нескольких переменных. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа);

Тема 2.3 Скалярное поле (определение скалярного поля. Производная по направлению. Градиент. Экстремальные свойства градиента. Поверхности уровня. Геометрический и физический смысл градиента);

Раздел 3 Неопределенный интеграл;

Тема 3.1 Определение и свойства неопределенного интеграла. Методы интегрирования (первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Методы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. Круговой интеграл. Табличные интегралы);

Тема 3.2 Интегрирование дробно-рациональных функций (разложение дробно-рациональной функции на элементарные дроби. Интегрирование элементарных дробей);

Тема 3.3 Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений (универсальная тригонометрическая подстановка. Понижение степени. Степенные подстановки. Дифференциальный бином. Тригонометрические и гиперболические подстановки);

Раздел 4 Определенный интеграл;

Тема 4.1 Определение и свойства определенного интеграла (определенный интеграл как предел сумм. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница. Свойства определенного интеграла. Замена переменной в определенном интеграле. Несобственные интегралы, сходимость);

Тема 4.2 Приложения определенного интеграла (площадь криволинейной трапеции. Объем фигуры вращения. Длина кривой. Площадь боковой поверхности фигуры вращения. Длина кривой и площадь сектора в полярной системе координат. Работа. Сила давления. Перемещение);

Раздел 5 Интегральное исчисление функций нескольких переменных;

Тема 5.1 Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные и интегралы первого рода и их приложения (Размерность и мера множества. Кратные интегралы. Криволинейный и поверхностный интегралы 1 рода. Криволинейные координаты. Цилиндрическая и сферическая системы координат. Площадь. Объем. Масса. Статический момент. Моменты инерции);

Тема 5.2 Векторное поле (определение векторного поля. Линии поля, трубка поля. Криволинейный интеграл 2 рода. Циркуляция. Поверхностный интеграл 2 рода (поток). Потенциальное векторное поле, его признаки. Соленоидальное векторное поле, его признаки);

Раздел 6 Ряды;

Тема 6.1 Числовые ряды и функциональные ряды (определение. Сходимость. Критерий Коши. Признаки сходимости. Знакочередующиеся ряды. Функциональные ряды, область сходимости. Степенные ряды. Интервал сходимости. Применение рядов.);

Тема 6.2 Ряды и интегралы Фурье (тригонометрический ряд Фурье. Коэффициенты Фурье. Преобразование Фурье.Интеграл Фурье. Ряд (интеграл) Фурье по ортонормированной системе функций);

Раздел 7 Дифференциальные уравнения;

Тема 7.1 Дифференциальные уравнения первого порядка (изоклины. Интегральные кривые. Частное, общее и особое решения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения и уравнения Бернулли.);

Тема 7.2 Дифференциальные уравнения высших порядков. Понижение порядка. (общие понятия и определения. Частное и общее решения. Задача Коши. Теорема Пикара. Три типа уравнений, допускающих понижение порядка);

Тема 7.3 Комплексные числа (мнимые числа. Комплексные числа. Комплексная плоскость. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая и экспоненциальная записи. Формулы Эйлера и Муавра. Корни из комплексных чисел. Решение алгебраических уравнений. Некоторые функции комплексной переменной.);

Тема 7.4 Линейные дифференциальные уравнения (линейный оператор. Линейные однородные и неоднородные уравнения. Фундаментальная система решений. Решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Методы Эйлера и Лагранжа решения линейного неоднородного уравнения).

5 Перечень тем лекций

№ раздела / темы дисциплины	Темы лекций	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной		
Тема 1.1.	Функции. Числовые последовательности.	2	
Тема 1.2.	Пределы. Непрерывность.	2	
Тема 1.3.	Производная и дифференциал	2	
Тема 1.4.	Производные высших порядков. Экстремумы. Исследование функций. Приложения производной	2	
Раздел 2.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных		
Тема 2.1.	Основные понятия дифференциального исчисления функций нескольких переменных	2	
Тема 2.2.	Экстремумы функций нескольких переменных	2	
Тема 2.3.	Скалярное поле	2	
Раздел 3.	Неопределенный интеграл		
Тема 3.1.	Определение и свойства неопределенного интеграла. Методы интегрирования	2	
Тема 3.2.	Интегрирование дробно-рациональных функций	2	
Тема 3.3.	Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений	2	
Раздел 4.	Определенный интеграл		
Тема 4.1.	Определение и свойства определенного интеграла	2	
Тема 4.2.	Приложения определенного интеграла	2	

Раздел 5.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных		
Тема 5.1.	Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные и интегралы первого рода и их приложения	2	
Тема 5.2.	Векторное поле	2	
Раздел 6.	Ряды		
Тема 6.1.	Числовые и функциональные ряды	2	
Тема 5.1.	Ряды и интегралы Фурье	2	
Раздел 7.	Дифференциальные уравнения		
Тема 7.1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	2	
Тема 7.2.	Уравнения высших порядков. Понижение порядка	2	
Тема 7.3.	Комплексные числа	2	
Тема 7.4.	Линейные дифференциальные уравнения	2	
Итого:		**40**	**0**

6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы практических занятий (семинаров)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1; Тема 1.1.	Функции. Числовые последовательности.	2	
Раздел 1; Тема 1.2.	Пределы. Непрерывность.	2	
Раздел 1; Тема 1.3.	Производная и дифференциал	2	
Раздел 1; Тема 1.4.	Производные высших порядков. Экстремумы. Исследование функций. Приложения производной.	2	
Раздел 2; Тема 2.1.	Основные понятия дифференциального исчисления функций нескольких переменных	2	
Раздел 2; Тема 2.2.	Экстремумы функций нескольких переменных	2	
Раздел 2; Тема 2.3.	Скалярное поле	2	
Раздел 3; Тема 3.1.	Определение и свойства неопределенного	2	

	интеграла. Методы интегрирования		
Раздел 3; Тема 3.2.	Интегрирование дробно-рациональных функций	2	
Раздел 3; Тема 3.3.	Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений	2	
Раздел 4; Тема 4.1.	Определение и свойства определенного интеграла	2	
Раздел 4; Тема 4.2.	Приложения определенного интеграла	2	
Раздел 5; Тема 5.1.	Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные и интегралы первого рода и их приложения	6	
Раздел 5; Тема 5.2.	Векторное поле	2	
Раздел 6; Тема 6.1.	Числовые и функциональные ряды	4	
Раздел 6; Тема 6.2.	Ряды и интегралы Фурье	4	
Раздел 7; Тема 7.1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	6	
Раздел 7; Тема 7.2.	Дифференциальные уравнения высших порядков. Понижение порядка	2	
Раздел 7; Тема 7.3.	Комплексные числа	2	
Раздел 7; Тема 7.4.	Линейные дифференциальные уравнения	6	
Итого:		**56**	**0**

7 Перечень тем лабораторных работ

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лабораторных работ**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы курсовых работ (проектов)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		

Итого:	**0**	**0**

9 Виды самостоятельной работы

№ раздела / темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	6	
Раздел 2.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	6	
Раздел 3.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	6	
Раздел 4.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	6	
Раздел 5.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	15	
Раздел 6.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	15	
Раздел 7.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	39	
Контроль	*Подготовка к экзамену (3 семестр)*	36	

Контроль	*Подготовка к экзамену (4 семестр)*	18	
Контроль	*Подготовка к зачёту*	9	
Итого:		**156**	**0**

10 Матрица компетентностных задач по учебной дисциплине

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Контролируемые компетенции	Оценочные средства
Раздел 1.	УК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 2.	УК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 3.	УК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 4.	УК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 5.	УК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 6.	УК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 7.	УК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Зачет с оценкой.	УК-1	1. Вопросы к зачету с оценкой; 2. Задачи к зачету с оценкой
Экзамен (3 семестр).	УК-1	1. Вопросы к экзамену; 2. Задачи к экзамену
Экзамен (4 семестр).	УК-1	1. Вопросы к экзамену; 2. Задачи к экзамену

11 Входной контроль

11.1 Цель входного контроля − определить начальный уровень подготовленности обучающихся и выстроить индивидуальную траекторию обучения. В условиях личностно-ориентированной образовательной среды результаты входного оценивания обучающегося используются как начальные значения в индивидуальном профиле академической успешности обучающегося.

11.2 Описание оценочных средств

Форма проведения входного контроля – тестирование.

Длительность тестирования – 20 минут.

Тестирование проводится в течение первых двух недель изучения учебной дисциплины в СУО «Moodle».

Для проведения тестирования используются тестовые задания для входного контроля (для ответа на 1 вопрос, как правило, выделяется 1 минута).

Шкала оценивания результатов тестирования

За каждый правильный ответ выставляется 1 балл. Оценка выставляется в зависимости от процента правильных ответов:

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка
86 до 100	«отлично»
от 67до 85	«хорошо»
от 50 до 66	«удовлетворительно»
менее 50	«неудовлетворительно»

Основываясь на результатах тестирования, формируется индивидуальная траектория обучающегося (группы обучающихся), исходя из следующих соображений:

– 86 – 100 % – обучающийся готов к изучению учебной дисциплины без дополнительного повторения изученного ранее материала;

– 50 – 67 % – обучающийся в целом готов к изучению учебной дисциплины, требуется повторение отдельных вопросов(тем) изученного ранее материала, необходимого для успешного освоения учебной дисциплины;

– 49% и менее – обучающийся имеет слабую подготовку к изучению учебной дисциплины, необходимы корректирующие занятия и консультации.

Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся приведены в приложении.

12 Текущий контроль

12.1 Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) обучающихся. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины и позволяет оценить степень освоения изученного материала.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе педагогического работника, в том числе посредством использования СУО «Moodle».

Формы проведения текущего контроля – вопросы для устного обсуждения (опроса); наблюдение за работой на практическом занятии; тестовые задания.

12.2 Описание оценочных средств

Шкалы оценивания (методики оценки)

12.2.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов обучающихся

С целью контроля и подготовки обучающихся к изучению новой темы в начале занятия лекционного типа (лекции) педагогическим работником проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущего раздела (темы).

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается умение грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);

– использование дополнительного материала (обязательное условие);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:

– полно и аргументировано отвечает по содержанию задания;

– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе самостоятельно составленные;

– излагает материал последовательно и правильно.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

– излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

– не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

– излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «неудовлетворительно» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала.

12.2.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования обучающихся

Тестирование проводится по изученным разделам (темам) учебной дисциплины для выявления уровня знаний и умений обучающегося, мотивирования обучающегося к активизации самостоятельной работы по усвоению учебного материала, выявления и устранения пробелов в знаниях, повышения дисциплины и организации учебной деятельности обучающегося.

Тестирование проводится в СУО «Moodle» в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся. Для тестирования используются вопросы из базы типовых тестовых заданий по изученным разделам (темам) учебной дисциплины. Обучающийся выбирает один или несколько ответов из предложенных вариантов, устанавливает соответствие или записывает свой вариант ответа. В случае выбора неправильных ответов обучающийся получает за данный вопрос 0 баллов; в случае правильного ответа – 1 балл или долю балла.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Доля правильных ответов	Оценка
не менее 50%	зачтено
–	не зачтено

12.2.3 Рекомендации по оцениванию в процессе наблюдения за работой на практическом занятии

Наблюдение за работой на практическом занятии – важнейший компонент контроля деятельности обучающихся и качества их обучения.

Критерии оценки в процессе наблюдения за работой на практическом занятии:

– самостоятельность выполнения задания и работы с методическими указаниями (учитывается работа в течение занятия, быстрота и способность нахождения в методических указаниях нужной информации);

– правильность выполнения работы (учитывается последовательность выполняемых действий, умение работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения работы с учетом индивидуальных особенностей обучающихся);

– активность обучающегося при выполнении практической работы (учитывается индивидуальная работа и работа в группе).

Критерии оценки по результатам наблюдения за работой на практическом занятии

Наименование параметра оценки	Максимальное количество баллов
Самостоятельно выполняет задания; умеет работать с методическими указаниями.	2,5
Указанные в методических указаниях действия выполняет в правильной последовательности; умеет работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники.	1,25
Рационально использует время, отведенное на задание; проявляет активность при выполнении практической работы.	1,25
Итого	**5**

Максимальное количество – 5 баллов соответствует оценке «отлично», 4 балла – «хорошо», 3 балла – «удовлетворительно», 2 балла – «неудовлетворительно».

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины приведены в приложении.

13 Промежуточная аттестация

13.1 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по учебной дисциплине предназначены для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения учебной дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяют определить качество усвоения изученного материала.

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по учебной дисциплине является: зачет с оценкой; экзамен (3 семестр); экзамен (4 семестр).

Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся включают: вопросы к зачету с оценкой; вопросы к экзамену; задачи к зачету с оценкой; задачи к экзамену.

13.2 Оценивание обучающегося на зачете с оценкой

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

13.3 Оценивание обучающегося на экзамене (3 семестр)

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он

Оценка	Требования к знаниям
	глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

13.4 Оценивание обучающегося на экзамене (4 семестр)

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не

Оценка	Требования к знаниям
	усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

Задания и вопросы для промежуточной аттестации обучающихся приведены в приложении.

14 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

а) литература:

1 Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие для вузов / Г.Н. Берман. – СПб. : Профессия, 2008. – 432 с. : ил. – (Специалист).;

2 Минорский, В.П. Сборник задач по высшей математике : учебное пособие для втузов / В.П. Минорский. – 15-е изд. – Москва : Издательство физико-математической литературы, 2008. – 336 с. : ил.;

3 Высшая математика в упражнениях и задачах : учебное пособие для вузов : в 2 ч. Ч. 1 / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова, С.П. Данко. – 7-е изд., испр. – Москва : Оникс : Мир и образование, 2009. – 368 с. : ил.;

4 Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 1 : учебник для вузов / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 248 с. – URL: https://urait.ru/bcode/537837 (дата обращения: 20.05.2025);

5 Шипачев, В. С. Дифференциальное и интегральное исчисление : учебник и практикум для вузов / В. С. Шипачев. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 212 с. – URL: https://urait.ru/bcode/538769 (дата обращения: 20.05.2025);

6 Введение в высшую математику : учебник и практикум для вузов / М. Б. Хрипунова [и др.] ; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 478 с. – URL: https://urait.ru/bcode/536442 (дата обращения: 20.05.2025).

б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 –]. – URL: http://libr.sibsiu.ru. – URL: https://libr.sibsiu.ru;

2 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 –]. – URL: http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp;

3 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 –]. – URL: http://www.studentlibrary.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

4 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Единая профессиональная база знаний для технических вузов - Издательство Лань" ЭБС»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 –]. – URL: http://e.lanbook.com. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 –]. – URL: https://urait.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

6 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 –]. – URL: https://biblioclub.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: http://www.biblioclub.ru;

7 НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU : база данных / ООО «НЭБ». – Москва, [200 –]. – URL: http://elibrary.ru. – Режим доступа: по подписке;

8 Электронные периодические издания ИВИС : универсальная база данных / ООО «ИВИС». – Москва, [200 –]. – URL: http://eivis.ru. – Режим доступа: по подписке.

в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– 7-Zip;
– Adobe Acrobat Reader;
– Astra Linux Special Edition;
– Kaspersky Endpoint Security;
– Microsoft Office;
– Microsoft Windows;
– OnlyOffice;
– WinRAR;
– Р7-Офис.

г) базы данных и информационно-справочные системы:

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

15 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том числе:

- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным проектором;
- учебную аудиторию для проведения занятий семинарского типа (практических занятий);
- учебную аудиторию (помещения) для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)».

Составитель(и):

доцент Хаимзон Борис Бернардович (кафедра прикладной математики и информатики).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры.

Согласован:
Заведующий научно-исследовательской лабораторией математического моделирования НФИ КемГУ, д.т.н., проф  В.О. Каледин

Приложение

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины

1 Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО «Moodle».

Выберите один правильный ответ.

1. Дан определитель $\det(a_{i,j}) = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$. Вычислить $a_{1,2} + a_{3,1} + a_{2,3}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
4	5	2	0

2. При каком значении k определитель $\begin{vmatrix} 1 & 3k-1 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}$ равен нулю?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
2	1	0	- 1

3. Дан определитель $\det(a_{i,j}) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}$. Вычислить минор $M_{1,1}$ элемента $a_{1,1}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
- 23	11	- 11	- 7

4. Чему равна сумма $x+y+z$, если (x,y,z) решение системы $\begin{cases} 6x+y+z=-3 \\ x+2y-z=2 \\ x-y+z=-2 \end{cases}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
4	3	2	1

5. Найти решение (x,y,z) системы $\begin{cases} 6x+y-2z=9 \\ x+2y+z=6 \\ 2x+3y+z=9 \end{cases}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$(2;0;1)$	$(2;1;1)$	$(1;-2;1)$	$(2;1;2)$

6. Какая система уравнений не совместна?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\begin{cases} 3x+y=1 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x+4y=1 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+3y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+4y=2 \\ x+2y=1 \end{cases}$

7. Вычислить $\bar{a}+\bar{b}$, если $\bar{a}=\bar{i}+7\cdot\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{b}=2\cdot\bar{i}-5\cdot\bar{j}+3\cdot\bar{k}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\bar{i}-12\cdot\bar{j}+4\cdot\bar{k}$	$\bar{i}+2\cdot\bar{j}-\bar{k}$	$3\cdot\bar{i}-2\cdot\bar{j}+\bar{k}$	$3\cdot\bar{i}+2\cdot\bar{j}+2\cdot\bar{k}$

8. Найти значение k, при котором векторы $\bar{a}=(2;-3;-1)$, $\bar{b}=(4;-6;k)$ коллинеарны.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
-3	2	12	-2

9. Найти площадь параллелограмма $ABCD$, если : $A(0;3;1)$; $B(1;6;9)$; $C(1;5;7)$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
5	4	3	6

10. Вычислить смешанное произведение векторов $(\overline{AB},\overline{AC},\overline{N})$, если : $\overline{N}=(1;0;0)$, $A(1;3;0)$; $B(2;5;2)$; $C(6;11;9)$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
6	5	2	3

2.1 Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся

Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Что называется функцией, и как она может быть задана?
2. Что называется наименьшим и наибольшим значениями функции? Какая функция называется сложной, обратной, неявной, заданной параметрически?
3. Что такое предел функции, конечный и бесконечный, в точке и на бесконечности, слева и справа?..
4.Какие пределы называются первым и вторым замечательными пределами?
Что такое неопределенности и какими они бывают?
5. Какая функция называется непрерывной в точке? Какая функция называется непрерывной на отрезке?
6. .Что такое точка разрыва 1 рода? второго рода? Устранимая точка разрыва?
7. Что такое производная функции в точке? Левая и правая производные? Каков геометрический и механический смысл производной?

8. Какая функция называется дифференцируемой? Что такое дифференциал? Запишите формулу вычисления дифференциала.
9. Как находятся производные сложной, неявной, обратной, параметрически заданной функции?
10. Как определяются производные и дифференциалы высших порядков?
11. Как формулируется правило Лопиталя? Для каких неопределенностей можно применить правило Лопиталя?
12. Как формулируются необходимые и достаточные условия возрастания и убывания непрерывной дифференцируемой функции
13. Как определяется выпуклость вверх и выпуклость вниз графика функции и что такое точка перегиба?
14. Что такое асимптоты и какими они бывают?
15. Из каких пунктов состоит общий план исследования функции?

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. Дайте определение функции нескольких переменных. Что называется областью определения, а что – областью значений функции нескольких переменных?
2. Сформулируйте определение частных производных функции нескольких переменных? По каким правилам находятся частные производные?
3. Что такое полное приращение и полный дифференциал функции нескольких переменных? В чем их отличие?
4. Запишите формулы производной сложной и неявной функции нескольких переменных.
5. Как находятся частные производные и дифференциалы высших порядков?
6. Дайте определение локального минимума и локального максимума функции нескольких переменных.
7. Сформулируйте необходимые условия экстремума функции нескольких переменных.
8. В чем заключаются достаточные условия существования экстремума функции двух и нескольких переменных?
9. Что такое условный экстремум функции нескольких переменных? В чем заключается метод множителей Лагранжа для нахождения условного экстремума?
10. Как найти наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции двух переменных в замкнутой области?
11. Что называется скалярным полем?
12. Что такое линии и поверхности уровня скалярного поля?
13. Что называется градиентом скалярного поля? Укажите свойства градиента.
14. Дайте определение производной скалярного поля по направлению.

15. Запишите формулу, по которой вычисляется производная по направлению.

Раздел 3. Неопределенный интеграл

1. Что называется первообразной данной функции? Сколько существует первообразных у одной и той же функции? Что называется неопределенным интегралом?
2. В чем состоит метод непосредственного интегрирования?
3. В чем состоит метод интегрирования внесением под знак дифференциала? В чем состоит правило линейной замены?
4. Запишите формулу замены переменной в неопределенном интеграле.
5. Запишите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
6. Какие подынтегральные функции интегрируются методом по частям?
7. Когда при вычислении интегралов следует применять выделение полного квадрата, выделение целой части?
8 .Какая рациональная дробь называется правильной, а какая неправильной? Как привести неправильную дробь к сумме многочлена и правильной рациональной дроби?
9. Какие рациональные дроби называются простейшими? Запишите их и формулы интегрирования простейших рациональных дробей.
10 .Перечислите действия, составляющие правило интегрирования произвольной рациональной дроби.
11. Какую замену нужно использовать при интегрировании рациональных функций от четных степеней синуса, косинуса и любой степени тангенса?
12. Что такое универсальная тригонометрическая подстановка? Для каких интегралов они используется?
13. Что такое степенные подстановки, и для каких интегралов они используются?
14. Какие интегралы берутся с помощью тригонометрических подстановок, и что это за подстановки?
15. Что такое дифференциальный бином и с помощью каких подстановок он интегрируется?

Раздел 4. Определенный интеграл

1. Что называется определенным интегралом? Перечислите свойства определенного интеграла. его геометрический и механический смысл .
2. Что представляет собой интеграл с переменным верхним пределом? Как записывается формула Ньютона-Лейбница?
3. Запишите формулу замены переменной в определенном интеграле. В чем отличие этой формулы от соответствующей формулы для неопределенного интеграла?

4. Какие интегралы называются несобственными интегралами первого и второго рода? Какие несобственные интегралы называются сходящимися?
5.Сформулируйте признаки сходимости несобственного интеграла.
6. Выпишите наиболее важные несобственные интегралы, сравнение с которыми позволяет определить сходимость других несобственных интегралов.
7. Запишите формулы для вычисления площади плоской фигуры в декартовой и полярной системах координат.
8. Запишите формулн для вычисления площади плоской фигуры в параметрической форме.
9. Запишите формулу вычисления объемов тел вращения в декартовой системе координат.
10. Запишите формулы вычисления объемов тел вращения в параметрической форме.
11. Запишите формулы вычисления длины дуги кривой в декартовой и полярной системах координат.
12. Запишите формулу вычисления длины дуги кривой в параметрической форме.
13. Запишите формулу площади поверхности тела вращения в декартовой системе координат.
14. Запишите формулу площади поверхности тела вращения в параметрической форме.
15. Как с помощью определенного интеграла можно вычислить массу отрезка с переменной плотностью, работу переменной силы на прямолинейном пути, длину пройденного пути по заданной переменной скорости?

Раздел 5. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

1. Что такое размерность множества.
2. Что такое мера множества? Перечислите аксиомы меры.
3. Чему равна мера границы множества с конечной мерой?
4. Как вычисляется дифференциал меры?
5. Что такое двойной интеграл? Тройной и кратные интегралы?
6. Выпишите формулу замены переменной в кратном интеграле. Что такое якобиан?
7. Что такое криволинейный интеграл 1 рода?
8. Что такое вектор элемента поверхности? Куда он направлен?
9. Что такое поверхностный интеграл 1 рода?
10. Как считать площадь поверхности? Объем? Массу тела? Момент инерции?
11. Что такое векторное поле? Трубка поля? Линии поля?
12. Что такое криволинейный интеграл 2 рода? Какой его физический смысл? Что такое циркуляция?

13.Что такое поверхностный интеграл второго рода? Какой его физический смысл? Как выбирать ориентацию замкнутой поверхности?
14.Какое поле называется потенциальным? Перечислите признаки потенциальности поля. Что такое потенциал?
15. Какое поле называется соленоидальным? Перечислите признаки соленоидального поля. Какое поле называется лапласовым?

Раздел 6. Ряды

1. Что такое числовой ряд? Какой ряд называется сходящимся?, абсолютно и условно сходящимся? Расходящимся?
2. Что такое геометрическая прогрессия? Чему равна сумма геометрической прогрессии?
3. Какой имеется необходимый признак сходимости ряда? Какие есть достаточные признаки сходимости? Признак сравнения? Предельный признак сравнения?
4. В чем состоит интегральный признак Коши? Признак Даламбера? Радикальный признак Коши?
5. Какой ряд называется гармоническим? Чему равна его сумма? Какой ряд называется обобщенным гармоническим рядом? При каких условиях он сходится?
6. Что такое знакочередующийся ряд? Признак Лейбница?.
7. Что такое функциональный ряд? Область сходимости?
8. Какой ряд называется степенным? Чему равен его радиус сходимости по признаку Даламбера и по радикальному признаку Коши?
9.Что такое ряд Тейлора? Ряд Маклорена? Ряды Маклорена для четных и нечетных функций?
10. Приведите примеры разложения в ряд Маклорена функций $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$, e^x, $\ln(1+x)$?
11. Что такое тригонометрический ряд Фурье? Какие функции раскладываются в ряд Фурье? Как вычисляются коэффициенты ряда Фурье?
12. Что такое ортогональность функций? Ортонормированность?
13.Как записываются ряды Фурье для четных и нечетных функций? Чему равны коэффициенты Фурье в этих рядах?
14.Что такое тригонометрический интеграл Фурье? Равенство Парсеваля?
15. Что такое трехмерный ряд Фурье? Обратное пространство?

Раздел 7. Дифференциальные уравнения.

1.Каков общий вид дифференциального уравнения 1-го порядка? Что значит «уравнение, разрешенное относительно производной»?
2. Что такое частное решение дифференциального уравнения 1-го порядка, общее решение, особое решение, задача Коши?

3. Что такое уравнения с разделяющимися переменными? В чем состоит методика их решения?
4. Что такое однородные функции 0-го порядка? Однородные уравнения? В чем состоит методика их решения?
5. Что такое линейные уравнения, однородные и неоднородные? Уравнения Бернулли? Метод Бернулли?
6.Каков общий вид дифференциального уравнения порядка *n*? Частное и общее решения? Задача Коши?
7. Что такое случай 2 понижения порядка дифференциальных уравнений?
8. Что такое случай 3 понижения порядка дифференциальных уравнений?
9. Что такое линейный оператор, линейное уравнение, однородное и неоднородное?
10. Что такое линейная независимость решений? Фундаментальная система решений? Определитель Вронского?
11. Какова структура общего решения линейного уравнения, однородного и неоднородного?
12. Что такое линейные дифференциальные уравнения произвольного порядка, однородные и неоднородные?
13. В чем состоит метод Эйлера построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами?
14. В чем состоит метод Лагранжа построения частного решения линейного неоднородного уравнения?
15. В чем состоит метод Эйлера построения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

2.2 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО «Moodle».

Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Предел $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+2x-4}{x^2-5x+6}$ равен

2. Производная от функции $f(x)=40\,\mathrm{arctg}\sqrt{x}$ в точке $x=4$ равна

3. Найти образ отрезка $[1;2]$ при отображении $f(x)=2\cdot x+3$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4

$[4;5]$	$[5;6]$	$[5;7]$	$[2;3]$

4. Найти прообраз отрезка $[5;8]$ при отображении $f(x)=3\cdot x-1$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$[2;3]$	$[1;3]$	$[-1;2]$	$[2;4]$

5. Найти производную функции $y=5+3x^5-\sqrt{x}$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$5+15x^4-\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$15x^4-\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$5x^4-\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$15x^4-\frac{1}{\sqrt{x}}$

6. Вычислить значение производной $f'\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ функции $f(x)=(2x+1)\cdot\sin 3x$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$-1-\frac{\pi}{3}$	$-1+\frac{2\pi}{3}$	$1-\frac{2\pi}{3}$	$-3-14\pi$

7. Указать производную функции $(x+2)\cdot e^x$.

Ответ 1	$(x+1)\cdot e^x$	**Ответ 3**	$(x-1)\cdot e^x$
Ответ 2	$(x+3)\cdot e^x$	**Ответ 4**	$(x+1)\cdot e^{x-1}$

8. Наименьшее значение функции $f(x)=2x^3-3x^2+2$ на отрезке $[0;2]$ равно

9. Составить уравнение касательной в точке графика $y=\frac{3x+2}{x}$ при $x=1$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y=2x+4$	$y=2x+6$	$y=7-2x$	$y=3-2x$

10. Составить уравнение касательной к графику $y=x^2+3x+2$, которая параллельна прямой $x+y-2=0$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$x+2y=1$	$x+y+2=0$	$y=1-2x$	$2x+y-3=0$

11. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\,\mathrm{arctg}(x^2/a^2)}{\sin^2(x/a)\mathrm{e}^{2x/a}}$ равен

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$a/2$	$2a$	$2/a$	0

12. Производная от функции $f(x)=48\arcsin\sqrt{x}$ в точке $x=0,36$ равна

13. Найти производную функции $f(x)=\sqrt[3]{x^2}\,\mathrm{tg}\,2x$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\frac{4}{3}\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\frac{1}{\cos^2 2x}$	$-\frac{4}{3}\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\frac{1}{\sin^2 2x}$	$\frac{4}{3}\frac{\sqrt{x}}{\cos^2 2x}$	$\frac{4}{3}\frac{\sqrt[3]{x}}{\cos^2 2x}$

14. Вычислить значение производной $x=\frac{\pi}{2}$ функции . $f(x)=2x\cos 5x$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$-2-5\pi$	$2-5\pi$	5π	-5π

15. Указать производную функции $f(x)=(3x^2-x+5)\mathrm{e}^{-2x}$.

Ответ 1	$(-6x^2+8x-11)\mathrm{e}^{-2x}$	**Ответ 3**	$(-6x^2+8x-9)\mathrm{e}^{-2x}$
Ответ 2	$-(-6x^2+8x-1)\mathrm{e}^{-2x}$	**Ответ 4**	$(3x^2+7x-15)\mathrm{e}^{-2x}$

16. Наибольшее значение функции $f(x)=2x^3-3x^2+2$ на отрезке $[0;2]$ равно

17. Составить уравнение касательной к графику $y=\dfrac{3x+2}{x}$ в точке $x=1$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y=-\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$	$y=\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$	$y=-2x+7$	$y=2x+5$

18. Составить уравнение нормали к графику $y=x^2+3x+2$ в точке $x=-1/2$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y=-\frac{1}{2}x+1$	$y=\frac{1}{2}x+1$	$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$	$y=-2x-\frac{5}{4}$

19. Составить уравнение нормали к графику $y=\dfrac{3x+2}{x}$ в точке $x=1$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y=2x+\frac{11}{2}$	$y=\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$	$y=-2x+7$	$y=2x+5$

20. Составить уравнение касательной к графику $y=x^2+3x+2$ в точке $x=-1/2$.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y=2x-\frac{1}{3}$	$y=2x+1$	$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$	$y=2x+\frac{7}{4}$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. По какой формуле находится частная производная $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ неявной функции двух переменных $z=z(x,y)$, заданной соотношением $F(x,y,z)=0$?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\partial F}{\partial x}$	$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$	$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{\frac{\partial F}{\partial x}}$	$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\partial F}{\partial z}\cdot\frac{\partial F}{\partial x}$

2. Чему равна частная производная $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ функции $z=\dfrac{9xy}{x+y}$ в точке $M(1;2)$? Введите числовой ответ

3. Частная производная $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^2y^2+2xy$ в точке $M(1;2)$ равна

4. Дифференциал первого порядка функции $z=\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(3;4)$ равен

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**

$dz=\frac{3}{5}dx+\frac{4}{5}dy$	$dz=5dx+5dy$	$dz=3dx+4dy$	$dz=\frac{7}{5}dx+\frac{7}{5}dy$

5. Уравнение касательной плоскости к поверхности $z=x^2+y^2$ в точке $M(3;4;25)$ имеет вид

Ответ 1	$6x+8y-z-25=0$
Ответ 2	$6x+8y-z-75=0$
Ответ 3	$6x+8y-z=0$
Ответ 4	$6x+8y-25z+675=0$

6. Градиент функции $z=\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(3;4)$ равен

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$3\vec{e}_x+4\vec{e}_y$	$\frac{3}{5}\vec{e}_x+\frac{4}{5}\vec{e}_y$	$\frac{3}{5}\vec{e}_x-\frac{4}{5}\vec{e}_y$	$4\vec{e}_x+3\vec{e}_y$

7. Чему равна производная функции $z=5\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(3;4)$ в направлении вектора $\vec{a}=(-3;4)$? Введите числовой ответ

8. Стационарной точкой функции $z=x^2+xy-3x-y$ является точка

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$M(1;1)$	$M(-1;-1)$	$M(0;0)$	$M(-1;1)$

9. В точке $M(1;1)$ функция $z=x^2+xy-3x-y$

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
имеет максимум	имеет минимум	не имеет экстремума	не определена

10. Условный минимум функции $z=x^2+y^2$ при условии $x+y=2$

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
равен 0	равен 1	равен 2	не существует

11. По какой формуле находится частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ неявной функции двух переменных $z=z(x,y)$, заданной соотношением $F(x,y,z)=0$?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$-\frac{\partial F}{\partial y}$	$-\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$	$-\frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{\frac{\partial F}{\partial x}}$	$-\frac{\partial F}{\partial z}\cdot\frac{\partial F}{\partial x}$

12. Чему равна частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z=\frac{x+y}{x-y}$ в точке $M(2;1)$? Введите числовой ответ

13. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^2y^2-2xy$ в точке $M(1;2)$ равна

14. Дифференциал первого порядка функции $z=\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(12;-5)$ равен

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$dz=\frac{12}{13}dx-\frac{5}{13}dy$	$dz=\frac{12}{13}dx+\frac{5}{13}dy$	$dz=-\frac{12}{13}dx+\frac{5}{13}dy$	$dz=-\frac{7}{5}dx-\frac{7}{5}dy$

15. Уравнение касательной плоскости к поверхности $z=x^2+y^2$ в точке $M(3;-4;25)$ имеет вид

Ответ 1	$6x-8y-z-25=0$
Ответ 2	$6x-8y-z-75=0$
Ответ 3	$6x-8y-z=0$
Ответ 4	$6x-8y-25z-375=0$

16. Градиент функции $z=\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(12;-5)$ равен

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$12\vec{e}_x-5\vec{e}_y$	$-\frac{5}{17}\vec{e}_x+\frac{12}{17}\vec{e}_y$	$\frac{12}{17}\vec{e}_x-\frac{5}{17}\vec{e}_y$	$-\frac{12}{17}\vec{e}_x+\frac{5}{17}\vec{e}_y$

17. Чему равна производная функции $z=5\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(3;4)$ в направлении вектора $\vec{a}=(3;0)$? Введите числовой ответ

18. Стационарной точкой функции $z=x^2+xy-3x+y$ является точка

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$M(-1;1)$	$M(-1;5)$	$M(1;5)$	$M(-1;-5)$

19. В точке $M(-4;1)$ функция $z=x^2+xy+7x+2y^2$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
имеет максимум	имеет минимум	не имеет экстремума	не определена

20. Условный минимум функции $z=3x^2+y^2$ при условии $x+y=2$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
равен 3	равен 1	равен 2	не существует

Раздел 3. Неопределенный интеграл

1. Первообразной для функции $y=f(x)$ называется такая функция $F(x)$, что

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$F(x)=f'(x)$	$\lvert F(x)\rvert=f(x)$	$\sqrt{F(x)}=f(x)$	$F'(x)=f(x)$

2. Неопределенным интегралом от функции $y=f(x)$ называется

Ответ 1	любая первообразная этой функции
Ответ 2	множество всех первообразных этой функции
Ответ 3	произвольная постоянная
Ответ 4	множество всех постоянных функций

3. Какое из свойств не выполняется для неопределенного интеграла

Ответ 1	интеграл от суммы функций равен сумме интегралов от

	каждой функции
Ответ 2	интеграл от произведения функций равен произведению интегралов от каждой функции
Ответ 3	постоянный множитель можно выносить за знак неопределенного интеграла
Ответ 4	производная от интеграла равна подынтегральной функции

4. К какому интегралу следует применить метод интегрирования по частям?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\int \sin 2x dx$	$\int \sin 2x \cdot \cos 2x dx$	$\int x \sin 2x dx$	$\int \frac{\sin 2x}{\cos 2x} dx$

5. Какой из интегралов можно найти с помощью правила линейной замены?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\int \operatorname{arctg} x dx$	$\int \cos(3x+1) dx$	$\int \frac{dx}{x(x+1)}$	$\int \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx$

6. Какой из интегралов можно вычислить внесением под знак дифференциала?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$	$\int \cos^2 x dx$	$\int \frac{dx}{x(x+1)}$	$\int \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx$

7. Какой из интегралов является интегралом от рациональной дроби?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$	$\int \frac{1+x^2}{1-\sqrt{x}} dx$	$\int \frac{dx}{x^2+2x-3}$	$\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$

8. Какая тригонометрическая подстановка называется универсальной?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\sin x = t$	$\operatorname{tg} x = t$	$\cos x = t$	$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$

9. Какая подстановка рационализирует интеграл $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\sin x = t$	$\operatorname{tg} x = t$	$\cos x = t$	$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$

10. Какой из интегралов нельзя привести к интегралу от рациональной функции?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\int \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+1}} dx$	$\int x \cdot \sqrt[3]{\sqrt{x}+1} dx$	$\int \sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^2+1} dx$	$\int \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2+1} dx$

11. $\int \frac{dx}{9+x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{a}\right) + C$ Введите число a

12. $\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}} = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + C$ Введите число a

13. $\int e^{-3x} dx = \frac{e^{-3x}}{a} + C$ Введите число a

14. $\int \frac{\mathrm{d}x}{(2x-3)^3} = \frac{1}{a(2x-3)^2} + C$ Введите число a

15. Какие подстановки рационализируют интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 x + 5}$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\sin x = t$	$\mathrm{tg}\, x = t$	$\cos x = t$	$\mathrm{tg}\frac{x}{2} = t$

16. К какому интегралу следует применить метод интегрирования по частям?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int x^2 \mathrm{e}^{-5x} dx$	$\int \sin 2x \cdot \cos 2x dx$	$\int \sin^2 2x dx$	$\int \frac{\sin 2x}{\cos 2x} dx$

17. Какой из интегралов можно вычислить внесением под знак дифференциала?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int \frac{\mathrm{arctg}\, x}{1+x} dx$	$\int \cos^2 x dx$	$\int \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{tg}\, x} dx}{\cos^2 x}$	$\int \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx$

18. $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{9-4x^2}} = \frac{1}{a}\arcsin\left(\frac{ax}{3}\right) + C$ Введите число a

19. Какой интеграл берется с помощью понижения степени?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int \mathrm{e}^{-5x} dx$	$\int x^6 dx$	$\int \sin^4 2x dx$	$\int \sin^3 5x dx$

20. Какая подстановка рационализирует интеграл $\int \frac{\sqrt{x} + 3\sqrt[4]{x}}{2\sqrt[3]{x}} \mathrm{d}x$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$x = t^2$	$x = t^3$	$x = t^4$	$x = t^{12}$

Раздел 4. Определенный интеграл

1. Значением определенного интеграла от непрерывной функции одной переменной является

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
число	вектор	функция	интегральная сумма

2. Среднее значение функции $y = 3x^2 + 1$ на отрезке $[1;3]$ равно

3. Геометрический смысл определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx,\ f(x) \geq 0$ это

Ответ 1	объем куба с ребром $a = f(x)$
Ответ 2	площадь круга с радиусом $r = f(x)$
Ответ 3	площадь сферы радиуса $r = f(x)$
Ответ 4	площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $f(x)$

4. Какой из интегралов является несобственным интегралом первого рода?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int\limits_{-4}^{4}\frac{dx}{1+x^2}$	$\int\limits_{-4}^{0}\frac{dx}{1+x^2}$	$\int\limits_{4}^{+\infty}\frac{dx}{x^2}$	$\int\limits_{0}^{4}\frac{dx}{1-x^2}$

5. Какой из интегралов является несобственным интегралом второго рода?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\int\limits_{-4}^{4}\frac{dx}{1+x^2}$	$\int\limits_{-4}^{0}\frac{dx}{1+x^2}$	$\int\limits_{4}^{+\infty}\frac{dx}{x^2}$	$\int\limits_{0}^{4}\frac{dx}{1-x^2}$

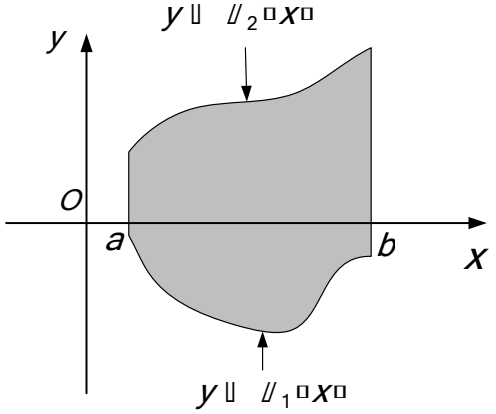
6. В каком интеграле правильно выполнено интегрирование по частям?

Ответ 1	$\int\limits_a^b x^2\cos 2x dx=\frac{1}{2}x^2\sin 2x\Big\vert_{x=a}^{x=b}-\frac{1}{2}\int\limits_a^b x^2\sin 2x dx$
Ответ 2	$\int\limits_a^b x^2\cos 2x dx=\frac{1}{2}x^2\sin 2x\Big\vert_{x=a}^{x=b}+\frac{1}{4}\int\limits_a^b x\sin 2x dx$
Ответ 3	$\int\limits_a^b x^2\cos 2x dx=x\sin 2x\Big\vert_{x=a}^{x=b}-\int\limits_a^b x\cos 2x dx$
Ответ 4	$\int\limits_a^b x^2\cos 2x dx=\frac{1}{2}x^2\sin 2x\Big\vert_{x=a}^{x=b}-\int\limits_a^b x\sin 2x dx$

7. В каком интеграле правильно проведена замена переменной?

Ответ 1	$\int\limits_0^1\frac{dx}{\sqrt{1+x}}=\left\vert 1+x=t^2\right\vert=\int\limits_0^1\frac{dt}{t}$
Ответ 2	$\int\limits_0^1\frac{dx}{\sqrt{1+x}}=\left\vert 1+x=t^2\right\vert=2\int\limits_0^1\frac{dt}{t}$
Ответ 3	$\int\limits_0^1\frac{dx}{\sqrt{1+x}}=\left\vert x=t^2-1\right\vert=2\int\limits_1^2 dt$
Ответ 4	$\int\limits_0^1\frac{dx}{\sqrt{1+x}}=\left\vert x=t^2-1\right\vert=2\int\limits_1^{\sqrt{2}} dt$

8. На рисунке изображена плоская область. По какой формуле находится ее площадь?



Ответ 1	$\int\limits_a^b\left[\varphi_1(x)+\varphi_2(x)\right]dx$

Ответ 2	$\int_a^b [\varphi_1(x) - \varphi_2(x)]dx$
Ответ 3	$\int_a^b [\varphi_2(x) - \varphi_1(x)]dx$
Ответ 4	$\int_a^b \varphi_1(x) \cdot \varphi_2(x)dx$

9. Материальная точка единичной массы переместилась по оси Ox из положения $x=3$ в положение $x=5$. Чему равна работа силы $F(x)=1+x$ на этом перемещении?

10. Тело начинает движение со скоростью $v=t^2+1$. Какой путь пройдет тело за время от $t=0$ до $t=3$?

Раздел 5. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

1. Вычислить момент инерции плоского диска радиуса R с поверхностной плотностью массы $\sigma(r)=\alpha r$ и выразить его через массу диска и радиус

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\frac{1}{3}mR^2$	$\frac{3}{5}mR^2$	$2mR^2$	$\frac{1}{2}mR^2$

2. Определить момент инерции относительно оси Oy площади треугольника с вершинами $A(0,2a)$, $B(a,0)$ и $C(a,a)$.

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$2a^4$	$\frac{a^4}{4}$	$\frac{a^4}{3}$	$\frac{a^4}{6}$

3. Определить центр масс однородного полушара $x^2+y^2+z^2=R^2$, $z>0$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\frac{4}{9}R$	$\frac{1}{2}R$	$\frac{1}{4}R$	$\frac{3}{8}R$

4. Какое векторное поле $\vec{a}(\vec{r})$ является потенциальным

Ответ 1	$\vec{a}(\vec{r}) = \frac{1}{3}xy^3\vec{e}_x + x^2y^2\vec{e}_y$
Ответ 2	$\vec{a}(\vec{r}) = \frac{1}{3}xy^3\vec{e}_x + \frac{1}{2}x^2y^2\vec{e}_y$
Ответ 3	$\vec{a}(\vec{r}) = xy^3\vec{e}_x + \frac{1}{2}x^2y^2\vec{e}_y$
Ответ 4	$\vec{a}(\vec{r}) = xy^3\vec{e}_x + x^2y^2\vec{e}_y$

5. Какое утверждение не является признаком потенциальности векторного поля $\vec{a}(\vec{r})$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4

$\oint_l \vec{a}\,\mathrm{d}\vec{l} = 0$	$\oint_S \vec{a}\,\mathrm{d}\vec{S} = 0$	$\int_{\vec{r}_1(l_1)}^{\vec{r}_2} \vec{a}\,\mathrm{d}\vec{l} = \int_{\vec{r}_1(l_2)}^{\vec{r}_2} \vec{a}\,\mathrm{d}\vec{l}$	$\vec{a} = -\operatorname{grad}\varphi$

6. Какое утверждение является признаком соленоидальности векторного поля $\vec{a}(\vec{r})$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\oint_l \vec{a}\,\mathrm{d}\vec{l} = 0$	$\vec{a} = -\operatorname{grad}\varphi$	$\int_{\vec{r}_1(l_1)}^{\vec{r}_2} \vec{a}\,\mathrm{d}\vec{l} = \int_{\vec{r}_1(l_2)}^{\vec{r}_2} \vec{a}\,\mathrm{d}\vec{l}$	$\oint_S \vec{a}\,\mathrm{d}\vec{S} = 0$

7. При каком значении параметра β векторное поле $\vec{a}(\vec{r}) = \frac{1}{3}\frac{y^3}{x^2}\vec{e}_x + \beta\frac{y^2}{x}\vec{e}_y$ является потенциальным

8. Интеграл от векторного поля $\vec{a}(\vec{r}) = 3r^2\vec{e}_r$ от точки $(0,1)$ до точки $(2,0)$ по прямой равен

9. Интеграл от векторного поля $\vec{a}(\vec{r}) = 2r_\perp \cdot \vec{e}_{r_\perp}$ от точки $(2,0,0)$ до точки $(4,3,2)$ по прямой равен

10. Интеграл от векторного поля $\vec{a}(\vec{r}) = 3\sqrt{z}\cdot\vec{e}_{z_\perp}$ от точки $(2,7,0)$ до точки $(4,3,9)$ по прямой равен

Раздел 6. Ряды.

1. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n x^n}{4^n(n+3)}$ равен

2. Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^n}$ равна

3. Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n$ равна

4. Область сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty}\mathrm{e}^{-nx}$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$(0;+\infty)$	$(-\infty;0)$	$[0;+\infty)$	$(0;1)$

5 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n x^n}{n!}$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
4	∞	$0,25$	$\mathrm{e}/4$

6 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n! x^{2n}}{(2n)!!}$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
2	∞	$0,5$	1

7 Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{e}^{-nx}$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\mathrm{e}^{x}-1$	$1-\mathrm{e}^{-x}$	$\frac{1}{\mathrm{e}^{x}-1}$	$\frac{1}{1-\mathrm{e}^{-x}}$

8 Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{e}^{-n/x}$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\mathrm{e}^{1/x}-1$	$\frac{1}{\mathrm{e}^{-1/x}-1}$	$\frac{1}{\mathrm{e}^{1/x}-1}$	$\frac{1}{1-\mathrm{e}^{-1/x}}$

9. Сумма ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)(n+2)}$ равна

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$11/9$	$11/3$	$11/18$	$11/27$

10. Сумма ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+3)}$ равна

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$4/3$	$2/3$	$23/30$	$4/9$

11. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^{2n}}{3 \cdot 4^n (n+4)}$ равен

12. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^{2n}}{(2n+1)!!}$ равен

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\sqrt{2}$	3	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{3}/2$

13. Какие из представленных рядов сходятся?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{1+n^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^5}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n^3}$

14. Какие из представленных рядов расходятся?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}$	$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{3^n}{1+n^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^5}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n^2}$

15. Какие из представленных рядов сходятся условно?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\sqrt[3]{n}}{n+2}$

16. Какие из представленных рядов сходятся абсолютно?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\sqrt[3]{n}}{n+2}$

17 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)!}{(8n)^n}\mathrm{e}^n x^{2n}$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
2	∞	4	$1/2$

18. Какие из представленных рядов расходятся?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n}{n+2}$

19. Область сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{2n}$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$(2;4)$	$[1;5)$	$[1;5]$	$[2;4)$

20. Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\mathrm{e}^{-n/x}$

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$[0;+\infty)$	$(-\infty;0)$	$(0;+\infty)$	$(0;1)$

Раздел 7.Дифференциальные уравнения

1. Какая из функций является решением дифференциального уравнения $3x\cdot y'=5y$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4

$y=\sqrt[5]{x^3}$	$y=x^3+x^5$	$y=\sqrt{x^5}$	$y=\sqrt[3]{x^5}$

2. Чему равно общее решение уравнения $2\cdot y'=7\cdot y$?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y=e^{\frac{7}{2}\cdot x}$	$y=C\cdot e^{\frac{x}{7}}$	$y=2\cdot e^{7\cdot x}+C$	$y=C\cdot e^{\frac{7}{2}\cdot x}$

3. Чему равно решение задачи Коши $y'-4\cdot x=3$, $y(1)=3$?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y=2x^2-2x+3$	$y=2x^2+x$	$y=2x^2+3x+2$	$y=2x^2+3x-2$

4. Чему равно общее решение уравнения $2\cdot x\cdot y'=7\cdot y$?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y=C\cdot x^{-\frac{2}{7}}$	$y=C\cdot x^7$	$y=C\cdot x^{\frac{2}{7}}$	$y=C\cdot x^{\frac{7}{2}}$

5 .Указать задачу Коши.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y'=y$, $y(0)=1$	$y'=x+1$, $y'(1)=0$	$x\cdot y'=y$, $y(x)=1$	$y'=3$, $y(1)=\sqrt{x}$

6. В какой точке нарушаются условия теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнения $y'=\dfrac{3x+2y}{3x-9y}$?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$(9;3)$	$(2;3)$	$(3;2)$	$(9;-3)$

7. К какому уравнению следует применить замену $z=\dfrac{y}{x}$?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y\cdot y'=x^2+y$	$x\cdot y'=\dfrac{y}{x}$	$x\cdot y'=\dfrac{x-y}{x+y}$	$x\cdot y'=\dfrac{y}{x}\cdot y$

8. К какому уравнению следует применить замену $y=u\cdot v$?

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y\cdot y'=x^2+y$	$x\cdot y'=\dfrac{x-2y}{x+y}$	$x^2-\dfrac{y'}{x}=y\cdot e^x$	$y'=\dfrac{y}{x}\cdot y$

9. Указать дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$y'=\dfrac{x^2+y}{\sqrt{x}}$	$\dfrac{2y+1}{3x-2}=x\cdot y'$	$\dfrac{x\cdot y'}{y+x}=1$	$y'=\dfrac{1+y}{x+y}$

10. Указать однородное дифференциальное уравнение.

Ответ 1	**Ответ 2**	**Ответ 3**	**Ответ 4**
$\dfrac{x}{y}\cdot y'=\dfrac{x-y}{x+y}$	$x\cdot y'=\dfrac{x-2y}{x+y}$	$y'=\dfrac{x+y}{y^2}$	$\dfrac{x}{y}\cdot y'=y$

11. Дана задача Коши. $y'+\dfrac{1}{\cos^2 x}y=0$, $y\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=\mathrm{e}$. Введите $y(0)$

12. Дана задача Коши. $y'+\dfrac{1}{\sin^2 x}y=0$, $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-\mathrm{e}$. Введите $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

13. Дана задача Коши. $(x-3)y'-3(y-1)=0$, $y(4)=2$. Введите $y(5)$

14. Дана задача Коши. $(x-2)y'-2(y-3)=0$, $y(3)=4$. Введите $y(4)$

15. Понижение порядка **не** допускает уравнение

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y'''=\sin x$	$y''=y'\sin y$	$y'''=y''\sin xy$	$y'''=y''\sin x$

16. Для решения какого уравнения необходимо применить замену $z(x)=y'(x)$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y'''+2y'+e^y=0$	$y''=y'\sin x$	$y'''=y''\sin xy$	$y'''=\sin x$

17. Для решения какого уравнения необходимо применить замену $z(y)=y'(x)$?

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$y'''+2y'+e^y=0$	$y'''=y''\sin x$	$y'''=y''\sin xy$	$y'''=\sin x$

18. Характеристическое уравнение для линейного дифференциального уравнения $y'''+2y''-5y'+4y=0$ имеет вид

Ответ 1	$k^2+4k-5=0$
Ответ 2	$k^4+2k^3-5k^2+4k=0$
Ответ 3	$k^3+2k^2-5k+4=0$
Ответ 4	$k(k-1)(k-2)+2k(k-1)-5k+4=0$

19. Корни характеристического уравнения линейного дифференциального уравнения $y'''-3y''+2y'=3x\sin 2x$ равны

Ответ 1	Ответ 2	Ответ 3	Ответ 4
$-1, 0, 2$	$-1, 0, 1$	$-1, -1, 2$	$0, 1, 2$

20. Чему равно общее решение уравнения $y''+4y'+20y=0$?

Ответ 1	$y=\mathrm{e}^{-2x}(C_1\cos 4x+C_1\sin 4x)$
Ответ 2	$y=\mathrm{e}^{-2x}(C_1\mathrm{e}^{4x}+C_1\mathrm{e}^{-4x})$
Ответ 3	$y=\mathrm{e}^{-4x}(C_1\cos 2x+C_1\sin 2x)$
Ответ 4	$y=\mathrm{e}^{4x}(C_1\mathrm{e}^{2x}+C_1\mathrm{e}^{-2x})$

3 Выполнение практических работ

Задания для практических работ, теоретический и методический материал для самостоятельного изучения и вопросы для собеседования представлены в методических указаниях к практическим занятиям.

Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Тема 1.1.

1. Найти область определения функции $f(x)=\sqrt{\sin 2x}$

2. Найти область определения функции $f(x)=\log_2(x(x-3))$

3. Найти область определения функции $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+6}}{x(x+4)}$

Тема 1.2.

1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4+5x^2-6x}{-3x^5+2x^3-3x^2}$.

2. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}(\mathrm{e}^{2x^2}-1)\operatorname{ctg}^2 x$.

3. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+17x+60}{x^2+7x+10}$.

Тема 1.3.

1. Вычислить производную от функции $f(x)=\mathrm{e}^{-x}\operatorname{tg}(2x)$.

2. Вычислить производную от функции $f(x)=\ln\left(\left|\sin(x^2)\right|\right)$.

3. Вычислить производную от функции $f(x)=\dfrac{\operatorname{ctg}(x)}{x}$.

Тема 1.4.

1. Найти точки экстремума функции $f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2}$ и определить их тип.

2. Выполнить полное исследование функции $f(x)=x\ln(x)$ и построить ее график.

3. Выполнить полное исследование функции $f(x)=x\sqrt{x+3}$ и построить ее график.

Раздел 2. Дифференцирование функций нескольких переменных.

Тема 2.1.

1. Вычислить частную производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^2y^3-2\dfrac{x}{y}$ в точке $M(1;2)$.

2. Выписать полный дифференциал функции $f(x,y)=xe^{-y}$.

3. Выписать полный дифференциал функции $f(x,y)=\dfrac{y^2}{x}$

Тема 2.2.

1. Найти экстремумы функции $z=x^2+xy-3x-y$

2. Найти экстремумы функции $z=x^2+xy+7x+2y^2$

3. Найти экстремумы функции $z = 3x^2 + y^2$ при условии $x + y = 2$.

Тема 2.3.

1. Выписать градиент функции $f(x,y) = \frac{y}{x}\sin\left(\frac{x}{y}\right)$

2. Вычислить производную функции $z(x,y) = \operatorname{arctg}(xy - 3x + 2y)$ в точке M(−1, −2) по направлению к точке N(3, −5).

3. Вычислить производную функции $z(x,y) = \ln(xy - 3x - 2y)$ в точке M(3, 10) по направлению к точке N(6, 6).

Раздел 3. Неопределенный интеграл.

Тема 3.1.

1. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{x^2-9}{x^2-8} dx.$.

2. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$.

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$.

Тема 3.2.

1. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{2x+7}{x^2+x-2} dx$.

2. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{5x-1}{x^3-3x-2} dx$.

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{3x^2+2x+1}{(x+1)^2(x^2+1)} dx$.

Тема 3.3.

1. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}} dx$.

2. Вычислить неопределенный интеграл $\int \sin^2 x \cos^4 x \, dx$.

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{5+3\cos x}$.

Раздел 4. Определенный интеграл.

Тема 4.1.

1. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{x\,dx}{\sqrt{1+x^2}}$.

2. Вычислить определенный интеграл $\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$.

3. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+1}$.

Тема 4.2.

1. Найти объем фигуры, полученной при вращении параболы $y^2 = 2px$ вокруг оси x.

2. Определить силу давления воды на плотину в форме параболического сегмента с хордой, равной $2a$ и высотой h, опущенную вертикально в воду так, что хорда совпадает с поверхностью воды.

3. Вычислите длину дуги полукубической параболы $y = \sqrt{(x-2)^3}$ от точки A(2,0) до точки B(6,8)**.**

Тема 5.1.

1. Определить массу сферического слоя, заключенного между радиусами R_1 и R_2 с объемной плотностью $\rho = k/r$.

2. Определить момент инерции шара с радиусом R с объемной плотностью $\rho = k/r$ относительно оси, проходящей через центр шара, и выразить его через массу.

3. Определить момент инерции цилиндра с высотой h и радиусом R с объемной плотностью $\rho = kr$ относительно оси цилиндра, и выразить его через массу

Тема 5.2.

1. При каком значении параметра β векторное поле $\vec{a}(\vec{r}) = \frac{1}{3}\frac{y^3}{x^2}\vec{e}_x + \beta\frac{y^2}{x}\vec{e}_y$ является потенциальным

2 . Вычислите интеграл от векторного поля $\vec{a}(\vec{r}) = 3r^2\vec{e}_r$ от точки $(0,1)$ до точки $(3,0)$

3. Вычислите интеграл от векторного поля $\vec{a}(\vec{r}) = 2r_\perp \cdot \vec{e}_{r_\perp}$ от точки $(0,3,0)$ до точки $(4,3,5)$ по прямой

Тема 6.1.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n - 1}{6^n}$

2. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^n}$

3. Разложить функцию $f(x) = \cos^2 x$ в ряд Маклорена

Тема 6.2.

1. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)=x;-\pi<x<\pi$.

2. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)=|x|;-\pi<x<\pi$

3. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi\le x\le 0;\\ x, & 0<x\le\pi.\end{cases}$

Тема 7.1.

1. Решить уравнение $2xy'+y^2=1$.

2. Решить уравнение $y'=\dfrac{2xy}{x^2-y^2}$.

3. Решить уравнение $xy'-y=x^2\cos x$.

Тема 7.2.

1. Решить уравнение $xy''=y'\ln\dfrac{y'}{x}$.

2. Решить уравнение $y''-2\operatorname{ctg}x\cdot y'=\sin^3 x$.

3. Решить уравнение $y''+\dfrac{2}{1-y}(y')^2=0$.

Тема 7.3.

1. Вычислить по формуле Муавра $(1+\mathrm{i})^{10}$.

2. Решить уравнение $x^6+64=0$.

3. Вычислить $\sqrt[4]{-8+8\mathrm{i}\sqrt{3}}$.

Тема 7.4.

1. Решить уравнение $y'''+y''=6x+\mathrm{e}^{-x}$.

2. Решить уравнение $y^{(4)}-81y=27\mathrm{e}^{-3x}$.

3. Решить задачу Коши $y''+4y=1/\sin 2x$, $y(\pi/4)=1$, $y'(\pi/4)=1$.

4 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации

4.1 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации (3 сессия)

1 Множества действительных и натуральных чисел. ε-окрестность точки. Понятие бесконечности. Понятие функции. Область определения функции. Последовательности.

2 Предел последовательности. Предел функции. Сходимость. Пределы слева и справа. Конечные и бесконечные пределы. Критерий Коши.

3 Свойства пределов. Сходимость разных типов функций. Неопределенности. 1-й и 2-й замечательные пределы и следствия из них.

4 Гиперболические функции, их свойства. Пределы.

5 Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их сравнение. Порядок бесконечно малых и бесконечно больших.

6 Непрерывность функции. Точки разрыва. Непрерывность функции в области. Равномерная непрерывность.

7 Производная. Дифференциал. Геометрический смысл производной. Приближенное вычисление приращения функции.

8 Производная сложной функции. Производные произведения и частного. Обратные функции, их производные.

9 Таблица производных. Логарифмическая производная. Производная степенно-показательной функции. Производная функции, заданной параметрически.

10 Теоремы о среднем. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.

11 Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Точки перегиба.

12 Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Острый и гладкий экстремумы. Необходимые и достаточные условия экстремумов. Наибольшие и наименьшие значения.

13 Асимптоты вертикальные, горизонтальные, наклонные. Алгоритм исследования функций.

14 Приложения производной. Правило Лопиталя. Уравнения касательной и нормали к кривой.

15 Скорость. Ускорение. 2-й закон Ньютона. Угловая скорость и угловое ускорение.

16 Функции нескольких переменных. Предел функции. Частные производные. Полный дифференциал.

17 Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков и формула Тейлора.

18 Линейная дифференциальная форма. Соотношения Даламбера – Эйлера. Однородные функции, теорема Эйлера. Неявные функции. Полная производная сложной функции.

19 Экстремумы функций нескольких переменных, необходимые и достаточные условия.

20 Условный экстремум. Метод Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значение функции в ограниченной области.

21 Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент. Экстремальные свойства градиента. Поверхности уровня. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.

22 Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.

23 Методы интегрирования. Непосредственное интегрирование. Внесение под знак дифференциала. Линейная замена. Табличные интегралы. Замена переменной. Выделение полного квадрата.

24 Интегрирование по частям. 3 случая, в которых следует применять интегрирование по частям. Круговой интеграл.

25 Интегрирование дробно-рациональных функций. Разложение дробно-рациональной функции на элементарные дроби. Интегрирование элементарных дробей.

26 Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка.. Дифференциальный бином. Тригонометрические подстановки.

27 Определенный интеграл как предел сумм. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница. Свойства определенного интеграла. Замена переменной в определенном интеграле.

28 Несобственные интегралы, два их типа, сходимость. Признаки сходимости. Важнейшие несобственные интегралы.

29 Приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции. Объем фигуры вращения. Длина кривой. Площадь боковой поверхности фигуры вращения. Длина кривой и площадь сектора в полярной системе координат.

30 Изменение скорости как интеграл от ускорения. Изменение координаты как интеграл от скорости. Работа. Сила давления. Расход жидкости.

4.2 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации (4 сессия)

1 Размерность и мера множества. Кратные интегралы. Двойной и тройной интегралы. Замена переменной в кратном интеграле.

2 Криволинейный интеграл 1 рода. Элемент длины кривой.

3 Поверхностный интеграл 1 рода. Элемент площади поверхности.

4 Криволинейные координаты. Коэффициенты Ламе. Координатные линии и поверхности. Элементы длины, площади и объема. Ортогональные координаты.

5 Цилиндрическая и сферическая системы координат. Связи между координатами разных систем. Элементы площадей координатных поверхностей и объема. Элемент телесного угла и интеграл от него.

6 Приложения кратных интегралов. Площадь. Объем. Масса. Статический момент. Центр масс. Моменты инерции.

7 Векторное поле. Линии поля, трубка поля. Криволинейный интеграл 2 рода. Циркуляция.

8 Поверхностный интеграл 2 рода (поток). Поток через замкнутую поверхность.

9 Потенциальное векторное поле, его признаки.

10 Соленоидальное векторное поле, его признаки. Лапласово поле.

11 Числовые ряды. Сходимость. Условная сходимость. Критерий Коши. Необходимый признак сходимости.

12 Геометрическая прогрессия. Достаточные признаки сходимости. Признак сравнения и предельный признак сравнения.

13 Интегральный признак Коши. Признак Даламбера и радикальный признак Коши. Гармонический и обобщенный гармонический ряд.

14 Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.

15.Функциональные ряды. Область сходимости. Дифференцирование и интегрирование рядов.

16 Степенные ряды. Радиус сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена.

17 Применение рядов к вычислению пределов. Приближение функций. Приближенное вычисление интегралов.

18 Тригонометрические ряды Фурье. Условие и теорема Дирихле. Коэффициенты Фурье. Разложение четных и нечетных функций.

19 Ряд Фурье в комплексной форме.

20. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. Равенство Парсеваля.

4.2 Вопросы к зачету с оценкой для промежуточной аттестации (5 сессия)

1 Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Задача Коши. Особое решение.

2 Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

3 Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.

4 Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.

5 Дифференциальные уравнения высших порядков. Общее и частное решения. Задача Коши.

6 Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

7. Линейный оператор, линейные уравнения, однородные и неоднородные, Фундаментальная система решений. Структура общего решения

8 Линейные дифференциальные уравнения, их общий вид. Структура общего решения.

9 Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера построения фундаментальной системы решений.

10 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения.

11 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных Лагранжа для построения частного решения.

12 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.. Метод неопределенных коэффициентов Эйлера построения частного решения.

13 Линейные колебания. Собственные колебания без трения.

14 Линейные колебания. Собственные колебания с трением. Затухание. Коэффициент затухания. Время релаксации. Логарифмический декремент и добротность.

15 Линейные колебания. Вынужденные колебания с синусоидальной правой частью. Резонанс.

5 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации

5.1 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации (3 сессия)

Вычислите предел

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4+5x^2-6x}{-3x^5+2x^3-3x^2}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin(3x)}{x}$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+5x}{x^{5/2}-3x}$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^{5/2}+5x}{x^{3/2}-3x}$; 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x^{3/2}+5x^2}{x^2-3x^3}$; 6) $\lim\limits_{x\to\infty}x^4\,\mathrm{e}^{-x}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\operatorname{arctg}(2x)}$; 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^{2x}-1}{x}$; 9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2(3x)}{18x^2}$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+5x}{x^{3/2}-3x}$; 11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(3x)}{\exp(x)-1}$; 12) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^6+5x^2-6x}{-3x^5+2x^3-3x^2}$;

13) $\lim\limits_{x\to 0}x\operatorname{ctg}(x/2)$; 14) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{2x}$; 15) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^x}{x^6}$;

16) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^{3/2}+5x}{3x^{5/2}-3x^2}$; 17) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^{5/2}+5x}{x^2-3x}$; 18) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x^{3/2}+5x^2}{x^{1/2}-3x}$;

19) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^{5/2}+5x}{x^3-3x}$; 20) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2}{\ln(1-x^2)}$; 21) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\sin(4x)}{\ln(1+2x^2)}$;

22) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^4+5x}{x^3-3x}$; 23) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^{-x^2}-1}{\ln(1+3x^2)}$; 24) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2(3x)}{\ln(1-2x^2)}$;

25) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^5+5x}{x^3-3x}$; 26) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{4x^4+5x^3}}{x^2-3x}$; 27) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{9x^2+5x^2}}{x^3-3x}$;

28) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{16x^2+5x}}{\sqrt[3]{x^3-3x^2}}$; 29) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{3x^6+4x^5}}{\ln(1-2x^2)}$; 30) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(\mathrm{e}^{4x}-1)}{\ln(1+2x^2)}$;

Выпишите градиент функции

31) $f(x,y)=xe^{-y}$; 32) $f(x,y)=ye^{-xy^2}$; 33) $f(x,y)=y^2\sin(x^2)$;

34) $f(x,y)=y\cos(xy^2)$; 35) $f(x,y)=e^{-x}\cos(y)$; 36) $f(x,y)=\dfrac{y^2}{x}$;

37) $f(x,y)=\sqrt{2xy}$; 38) $f(x,y)=x\,\mathrm{tg}(xy)$; 39) $f(x,y)=\cos(x^2y)$;

40) $f(x,y)=y^2\ln(x)$; 41) $f(x,y)=y^2\ln|\cos x|$ 42) $f(x,y)=\sqrt{x}\ln|\sin x|$;

43) $f(x,y)=y\cos(xy^2)$; 44) $f(x,y)=\mathrm{e}^{-x}\cos(y)$; 45) $f(x,y)=\dfrac{y^2}{x}$;

Выпишите полный дифференциал функции

46) $f(x,y)=\sin(x^2y)$; 47) $f(x,y)=\cos(x)\sin(y)$; 48) $f(x,y)=\sqrt{\dfrac{y}{x}}$;

49) $f(x,y)=y^2\sqrt{x}$; 50) $f(x,y)=x\arcsin(xy)$; 51) $f(x,y)=\mathrm{arctg}\left(\dfrac{x}{y}\right)$;

52) $f(x,y)=y^2e^{x^2}$; 53) $f(x,y)=\dfrac{\ln(x)}{y}$; 54) $f(x,y)=x\cos(xy)$;

55) $f(x,y)=x^2\sin(xy)$; 56) $f(x,y)=\arcsin\left(\dfrac{x}{y}\right)$; 57) $f(x,y)=y^3e^{-x^2}$;

58) $f(x,y)=\dfrac{\ln(x)}{y^2}$; 59) $f(x,y)=\dfrac{\cos(xy)}{xy}$; 60) $f(x,y)=\dfrac{\sin(xy)}{xy}$;

Найти неопределенный интеграл

61) $\int(x^2-\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2})dx.$ 62) $\int\dfrac{(1-x)^2}{\sqrt{x}}dx.$ 63) $\int(4^x+3^x)dx.$

64) $\int\dfrac{dx}{5+x^2}.$ 65) $\int\dfrac{(1+2x^2)dx}{x^2(1+x^2)}.$ 66) $\int 2\cos^2\dfrac{x}{2}dx.$

67) $\int\mathrm{ctg}^2\,xdx.$ 68) $\int\dfrac{dx}{\sin^2 2x}.$ 69) $\int(1+u^3)\sqrt{u}\,du.$

70) $\int\dfrac{x^2-9}{x^2-8}dx.$ 71) $\int(\sqrt{x}+\sqrt[5]{x^2})dx.$ 72) $\int\dfrac{(\sqrt{x}-1)^3}{\sqrt[3]{x}}dx.$

73) $\int\dfrac{4^x+3^x}{5^x}dx.$ 74) $\int\dfrac{dx}{\sqrt{x^2+2}}.$ 75) $\int\dfrac{(1+x)^2dx}{x(1+x^2)}.$

16) $\int\dfrac{dx}{10+x^2}.$ 17) $\int\mathrm{tg}^2\,xdx.$ 18) $\int\dfrac{dx}{\cos^2\dfrac{x}{2}\sin^2\dfrac{x}{2}}.$

79) $\int 2\sin^2\dfrac{x}{2}dx.$ 80) $\int\dfrac{dx}{x^2-3}.$ 81) $\int\dfrac{x^2+2}{x^2-1}dx.$

82) $\int\dfrac{dx}{\sqrt{7-x^2}}.$ 83) $\int x^3\sqrt{2x^4-3}dx$; 84) $\int e^{-\frac{x}{2}}dx$;

85) $\int\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{-9-10x-x^2}}.$ 86) $\int\dfrac{\mathrm{tg}\,2x\mathrm{d}x}{\cos^2 2x}.$ 87) $\int\dfrac{\mathrm{ctg}\,2x\mathrm{d}x}{\cos^2 2x}.$

88) $\int\dfrac{\mathrm{tg}\,2x\mathrm{d}x}{\sin^2 2x}.$ 89) $\int\dfrac{\mathrm{ctg}\,3x\mathrm{d}x}{\sin^2 3x}.$ 90) $\int\dfrac{\mathrm{tg}^2\,2x\mathrm{d}x}{\cos^2 2x}.$

Исследовать сходимость несобственного интеграла:

91) $\int_0^{+\infty} \frac{1+x^2}{1+x^4}dx$, 92) $\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x\ln x}$, 93) $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2}dx$.

Вычислите определенный интеграл

94) $\int_0^1 (e^x-1)^4 e^x dx$; 95) $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^4}}$; 96) $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^6}}$;

97) $\int_a^{a\sqrt{3}} \frac{x dx}{a^2+x^2}$; 98) $\int_0^{\pi/8} \frac{\cos 4x}{1+\sin^2 4x} dx$; 99) $\int_{\pi^2/36}^{\pi^2/9} \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$;

100) $\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$; 101) $\int_0^1 \frac{dx}{e^x+1}$; 102) $\int_0^1 \frac{e^x dx}{\sin^2 e^x}$;

103) $\int_0^1 \frac{e^x dx}{(e^x+1)^2}$; 104) $\int_0^1 \frac{e^x dx}{e^x+1}$; 105) $\int_0^1 \frac{e^x dx}{(e^x+1)^3}$;

106) $\int_0^1 (e^x+1)^2 e^x dx$; 107) $\int_0^1 \frac{e^x dx}{\cos^2(e^x+1)}$; 108) $\int_0^1 \frac{e^x dx}{e^{2x}+1}$;

109) $\int_0^1 \frac{e^x dx}{\sqrt{9-e^{2x}}}$; 110) $\int_0^{\pi/4} e^{\cos 4x}\sin 4x dx$; 111) $\int_0^{\pi/4} \cos^3 4x dx$;

112) $\int_0^1 \frac{e^x dx}{\sqrt{9+e^{2x}}}$; 113) $\int_0^{\pi/4} \sin^3 4x dx$; 114) $\int_0^{\pi/4} e^{\sin 4x}\cos^3 4x dx$;

115) $\int_0^1 \frac{e^x dx}{\sqrt{5-e^x}}$; 116) $\int_{\pi/12}^{\pi/4} \frac{\cos 2x}{\sin^3 2x} dx$; 117) $\int_{\pi^2/36}^{\pi^2/9} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$;

118) $\int_0^{\pi/4} \frac{e^{\operatorname{tg} x} dx}{\cos^2 x}$; 119) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{e^{\operatorname{ctg} x} dx}{\sin^2 x}$; 120) $\int_0^1 (x^3+1)^2 x \ dx$.

5.2 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации (4 сессия)

Поменять порядок интегрирования в двойном интеграле

1) $\int_0^1 dx \int_y^{\sqrt{y}} f(x,y) dy$; 2) $\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dy$;

3) $\int\limits_0^R \mathrm{d}\,x \int\limits_x^{\sqrt{2Rx-x^2}} f(x,y)\,\mathrm{d}\,y$; 4) $\int\limits_{-R}^{R} \mathrm{d}\,x \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} f(x,y)\,\mathrm{d}\,y$

5) $\int\limits_1^2 \mathrm{d}\,x \int\limits_x^{2x} f(x,y)\,\mathrm{d}\,y$ 6) $\int\limits_1^e \mathrm{d}\,x \int\limits_{-\ln x}^{\ln x} f(x,y)\,\mathrm{d}\,y$

7) $\int\limits_0^1 \mathrm{d}\,x \int\limits_0^x f(x,y)\,\mathrm{d}\,y + \int\limits_1^2 \mathrm{d}\,x \int\limits_0^{2-x} f(x,y)\,\mathrm{d}\,y$;

8) $\int\limits_0^1 \mathrm{d}\,x \int\limits_0^{x^2} f(x,y)\,\mathrm{d}\,y + \int\limits_1^3 \mathrm{d}\,x \int\limits_0^{(3-x)/2} f(x,y)\,\mathrm{d}\,y$;

9) $\int\limits_0^1 \mathrm{d}\,x \int\limits_0^{x^3} f(x,y)\,\mathrm{d}\,y + \int\limits_1^2 \mathrm{d}\,x \int\limits_0^{1-\sqrt{4x-x^2-3}} f(x,y)\,\mathrm{d}\,y$

Вычислить интегралы

10) $\int\limits_2^4 \mathrm{d}\,x \int\limits_x^{2x} \frac{y}{x}\,\mathrm{d}\,y$; 11) $\int\limits_1^2 \mathrm{d}\,x \int\limits_0^{\ln x} \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}\,y$; 12) $\int\limits_{2a}^{4a} \mathrm{d}\,x \int\limits_x^{2x} (x^2+ay)\,\mathrm{d}\,y$

13) $\int\limits_2^4 \mathrm{d}\,x \int\limits_x^{2x} \frac{y}{x^2}\,\mathrm{d}\,y$; 14) $\int\limits_{-\sqrt{\pi}/2}^{0} \mathrm{d}\,x \int\limits_0^{2x} x^2 \cos(xy)\,\mathrm{d}\,y$;

15) $\int\limits_2^4 \mathrm{d}\,x \int\limits_x^{2x} \frac{y^2}{x}\,\mathrm{d}\,y$; 16) $\int\limits_2^4 \mathrm{d}\,x \int\limits_{\mathrm{e}^x}^{\mathrm{e}^{2x}} \frac{1}{y}\,\mathrm{d}\,y$; 17) $\int\limits_2^4 \mathrm{d}\,x \int\limits_x^{2x} \frac{x}{y^3}\,\mathrm{d}\,y$

Вычислить интегралы в полярной системе координат

18) $\int\limits_S \sqrt{R^2-x^2-y^2}\,\mathrm{d}\,S$, $x^2+y^2 \le Rx$;

19) $\int\limits_S (x^2+y^2)\,\mathrm{d}\,S$, $x^2+y^2 \le R^2$, $x \ge 0$;

20) $\int\limits_S \frac{1}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}\,S$, $x^2+y^2 \le R^2$, $x \ge 0$, $y \ge 0$;

Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость

21) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4n-3}{\sqrt{n3^n}}$; 22) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\ln^3 n}$; 23) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$;

24) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5^n}$; 25) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$; 26) $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \left(\frac{n+3}{2n-5}\right)^n$;

27) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{2n^2+5}}$.

Найти область сходимости степенного ряда

28) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n+1}}$

29) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{(n+1)^n}\, x^n}{n!}$;

30) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n x^n}{2^n (n^2+1)}$;

31) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{(n+2)^{n-1}}}{n!} x^n$;

32) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-4)^n}{n^2+n+1}$;

33) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$;

34) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!} x^n$;

35) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt[3]{2^n (n+1)}} x^n$;

36) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{\sqrt[4]{n+4}}$;

37) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2+2n+3}$;

38) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^{n-1}(n+2)} x^n$;

39) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{3^{2n}}$;

40) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}$.

5.3 Задачи к зачету с оценкой для промежуточной аттестации (5 сессия)

1. Решить уравнение $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$.

2. Решить уравнение $y' = \frac{x+y}{x-y}$.

3. Решить уравнение $y' = \frac{2xy}{x^2-y^2}$.

4. Решить уравнение $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$.

5. Решить уравнение $xy' - y = \sqrt{x^2+y^2}$.

6. Решить уравнение $(xy' - y)\operatorname{arctg}\frac{y}{x} = x$

7. Решить задачу Коши $(1+x^2)y' + y = \operatorname{arctg} x$.

8. Решить уравнение $2xy\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - y^2 + x = 0.$

9. Решить уравнение $y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x.$

10. Решить уравнение $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + \dfrac{y}{x} = -xy^2.$

11. Найти общее решение ДУ1 $yy'' + (y')^2 = 1$

12. Решить уравнение $xy'' - \dfrac{1}{4}(y'')^2 - y' = 0$

13. Решить дифференциальное уравнение $2yy'' - 3(y')^2 = 4y^2$

14. Решить уравнение $xy'' = y' \ln \dfrac{y'}{x}$

15. Решить уравнение $y'' - 2\operatorname{ctg} x \cdot y' = \sin^3 x$

16. Решить задачу Коши $y'' - y = x\mathrm{e}^x,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$

17. Решить задачу Коши $y'' - y = x\cos 2x,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0$..

18. Решить задачу Коши $y'' + y' + y = \mathrm{e}^{-x},\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0.$

19. Решить задачу Коши $y'' + 4y = \cos 2x,\ y(0) = 1/4,\ y'(0) = 0.$

20. Решить задачу Коши $y'' + y = \cos 3x,\ y(\pi/4) = 4,\ y'(\pi/4) = 1$..

21. Решить задачу Коши $y'' + y = \cos 3x,\ y(\pi/4) = 4,\ y'(\pi/4) = 1.$

22. Решить задачу Коши $y'' + 6y' + 8y = 3x^2 + 2x + 6,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

23. Решить задачу Коши $y'' + 4y = 1/\sin 2x,\ y(\pi/4) = 1,\ y'(\pi/4) = 1$

24. Решить задачу Коши $y'' - 6y' + 5y = -3\mathrm{e}^x,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$

25. Решить задачу Коши $y'' - 6y' + 5y = 5x^2,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1.$

26. Решить задачу Коши 1 $y'' - 8y' + 16y = \mathrm{e}^{4x},\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1.$

27. Решить задачу Коши $y'' + y = \cos x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$

28. Решить задачу Коши $y'' - y' = x^2,\ y(1) = 1,\ y'(1) = 1.$

29. Решить задачу Коши $y'' - y' = 5x^2,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0.$

30. Решить уравнение $y'' + 6y' + 13y = 26x - 1,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

.....