Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор института
информационных технологий и
автоматизированных систем
_____ А.В. Зимин
подпись
«____» _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Уравнения математической физики

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
(направленность (профиль): «Математическое моделирование и интеллектуальный анализ данных»)

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная форма

Срок обучения: 4 года

Год начала подготовки 2025

Новокузнецк
2025

СибГИУ
Подлинник электронного документа хранится в системе электронного согласования документов СибГИУ
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭП
Сертификат: daba56d7b892efca3bf5c04ed0251c98b19b099c
Владелец: Директор ИИТиАС Зимин Алексей Валерьевич
Действителен: с 15 января 2025 г. по 10 апреля 2026 г.
Дата и время: 29-05-2025 13:24:25 ПРОВЕРИТЬ ПОДПИСЬ

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:
- формирование у обучающихся математических знаний, необходимых для изучения ряда общенаучных дисциплин;
- повышение качества овладения обучающимися математического аппарата, необходимого для решения прикладных математических задач профессиональной деятельности.

Задачами учебной дисциплины являются:
- формирование у обучающихся математических знаний, умений и навыков, необходимых для формирования общепрофессиональных компетенций;
- развитие логического и алгоритмического мышления обучающихся;
- выработка умения самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам обязательной части **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Учебная дисциплина базируется на предварительном усвоении обучающимися учебных дисциплин:
- Математика;
- Специальные главы математики.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:
- Прикладная статистика;
- Комплексный анализ.

3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– Общепрофессиональные компетенции

Наименование категории (группы) ОПК	Код и наименование ОПК	Код и наименование индикатора достижения ОПК	Планируемые результаты обучения
Теоретические и практические основы	ОПК-1: Способен применять фундаментальные	ОПК-1.1 Понимает теоретические основы	– знать: основные типы дифференциальных

профессиональной деятельности	знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	математических и естественных наук	уравнений в частных производных, теорию рядов, аппарат гармонического анализа. – уметь: применять современные методы теории дифференциальных уравнений и гармонического анализа для приложения к ана-лизу и синтезу за-дач, возникающих в ходе профессиональной деятельно-сти.
		ОПК-1.2 Использует математические и естественнонаучные знания и методы для решения практических задач	– знать: основные современные понятия и методы теории дифференциальных уравнений и краевых задач. – уметь: выполнять разложение функции в ряд Фурье, находить решение краевой задачи для заданного диффе-ренциального уравнения, формулировать постановку краевой задачи, применять основные формулы гармонического анализа.
		ОПК-1.3 Применяет методы математического анализа и моделирования в теоретических и экспериментальных исследованиях профессиональной деятельности	– знать: основные методы получения, анализа, обработки информации, базо-вую терминологию и математическую символику для выражения количественных и качественных

			характеристик процессов и явлений. – уметь: определять свойства и параметры объекта, необходимые для построения адекватной поставленной задаче математической модели.

4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся. Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

Объем учебной дисциплины

Семестр / курс		***ИТОГО***	***3 семестр***	***4 семестр***
Форма промежуточной аттестации			*экзамен*	*зачет*
Трудоёмкость	*академ. час.*	***216***	*144*	*72*
	зачетных единиц	***6***	*4*	*2*
Лекции, *академ. час.*		***16***	*16*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Лабораторные работы, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Практические занятия, *академ. час.*		***48***	*32*	*16*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Курсовая работа / проект, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Консультации, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Самостоятельная работа, *академ. час.*		***89***	*42*	*47*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Контроль, *академ. час.*		***63***	*54*	*9*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*

Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Уравнения в частных производных 1-го и 2-го порядков;

Тема 1.1 Линейные однородные уравнения первого порядка с частными производными (Квазилинейные уравнения первого порядка. Системы характеристик (симметрическая и параметрическая системы). Общие интегралы систем характеристик.);

Тема 1.2 Классификация уравнений с частными производными 2-го порядка (Уравнение характеристик. Каноническая форма для уравнений гиперболического, эллиптического и параболического типов. Приведение уравнения с частными производными 2-го порядка к канонической форме);

Раздел 2 Уравнения гиперболического типа;

Тема 2.1 Уравнение колебаний струны (Однородное уравнение колебаний струны. Краевые и начальные условия. Задача Коши. Краевая задача для бесконечной, полубесконечной и ограниченной струны);

Тема 2.2 Решение уравнения колебаний струны методом Даламбера (Решение однородного уравнения колебаний струны для четных и нечетных функций, задающих краевые условия);

Тема 2.3 Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье) (Задача Штурма-Лиувилля. Нахождение собственных значений и собственных функций. Разложение решения уравнения колебаний струны в ряд Фурье);

Тема 2.4 Решение неоднородного уравнения колебаний струны (Краевая задача. Решение неоднородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных);

Раздел 3 Уравнения параболического типа;

Тема 3.1 Уравнение теплопроводности (Физические задачи, приводящие к уравнению теплопроводности. Однородное уравнение теплопроводности);

Тема 3.2 Постановка краевой задачи для уравнения теплопроводности (Задача Коши. Краевая задача для бесконечного, полубесконечного и конечного стержня. Решение уравнения теплопроводности методом разделения переменных);

Тема 3.3 Решение неоднородного уравнения теплопроводности (Краевая задача. Решение неоднородного уравнения теплопроводности методом Фурье);

Раздел 4 Уравнения эллиптического типа;

Тема 4.1 Уравнение Лапласа (Физические задачи, приводящие к уравнению Лапласа. Краевые задачи для уравнения Лапласа. Уравнение Пуассона);

Тема 4.2 Гармонические функции и аналитические функции комплексного переменного (Частные решения уравнения Лапласа.

Уравнение Лапласа в сферических, цилиндрических и полярных координатах);

Тема 4.3 Задача Дирихле для круга (Внешняя и внутренняя краевая задача. Решение уравнения Лапласа в полярных координатах методом разделения переменных);

Тема 4.4 Задача Неймана для круга (Условие существования задачи Неймана. Решение задачи Неймана методом Фурье).

5 Перечень тем лекций

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лекций**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	Уравнения в частных производных 1-го и 2-го порядков		
Тема 1.2.	Линейные однородные уравнения первого порядка с частными производными	1	
Тема 1.2.	Классификация уравнений с частными производными 2-го порядка	2	
Раздел 2.	Уравнения гиперболического типа		
Тема 2.1.	Уравнение колебаний струны	1	
Тема 2.2.	Решение уравнения колебаний струны методом Даламбера	1	
Тема 2.3.	Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье)	1	
Тема 2.4.	Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье)	2	
Раздел 3.	Уравнения параболического типа		
Тема 3.1.	Уравнение теплопроводности	1	
Тема 3.2.	Постановка краевой задачи для уравнения теплопроводности	1	
Тема 3.3.	Решение неоднородного уравнения теплопроводности	2	

Раздел 4.	Уравнения эллиптического типа		
Тема 4.1.	Уравнение Лапласа	1	
Тема 4.2.	Гармонические функции и аналитические функции комплексного переменного	1	
Тема 4.3.	Задача Дирихле для круга	1	
Тема 4.4.	Задача Неймана для круга	1	
Итого:		**16**	**0**

6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы практических занятий (семинаров)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Тема 1.1.	Решение линейных уравнений в частных производных первого порядка (однородные, неоднородные и квазилинейные).	6	
Тема 1.2.	Приведение к канонической форме уравнений в частных производных второго порядка.	6	
Тема 2.1.	Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных. Постановка краевой задачи.	6	
Тема 2.2.	Решение неоднородного уравнения колебаний струны. Постановка краевой задачи.	6	
Тема 2.3.	Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье). Задача Штурма-Лиувилля.	4	
Тема 2.4.	Решение неоднородного уравнения колебаний струны.	4	
Тема 3.1.	Уравнение теплопроводности. Постановка краевой задачи.	2	
Тема 3.2.	Решение однородного	2	

	уравнения теплопроводности. Постановка краевой задачи.		
Тема 3.3.	Решение неоднородного уравнения теплопроводности.	2	
Тема 4.1.	Частные решения уравнения Лапласа.	2	
Тема 4.2.	Решений уравнения Лапласа методом разделения переменных. Постановка краевой задачи.	2	
Тема 4.3.	Задача Дирихле для круга.	4	
Тема 4.4.	Задача Неймана для круга.	2	
Итого:		**48**	**0**

7 Перечень тем лабораторных работ

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лабораторных работ**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы курсовых работ (проектов)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

9 Виды самостоятельной работы

№ раздела / темы дисциплины	**Виды самостоятельной работы**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	20	
Раздел 2.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к	22	

	практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.		
Раздел 3.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	24	
Раздел 4.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	23	
Контроль	*Подготовка к экзамену*	54	
Контроль	*Подготовка к зачёту*	9	
Итого:		**152**	**0**

10 Матрица компетентностных задач по учебной дисциплине

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Контролируемые компетенции	Оценочные средства
Раздел 1.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 2.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 3.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 4.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Зачет.	ОПК-1	1. Вопросы к зачету; 2. Задачи к зачету
Экзамен.	ОПК-1	1. Вопросы к экзамену; 2. Задачи к экзамену

11 Входной контроль

11.1 Цель входного контроля − определить начальный уровень подготовленности обучающихся и выстроить индивидуальную траекторию обучения. В условиях личностно-ориентированной образовательной среды результаты входного оценивания обучающегося используются как начальные значения в индивидуальном профиле академической успешности обучающегося.

11.2 Описание оценочных средств

Форма проведения входного контроля – тестирование.

Длительность тестирования – 20 минут.

Тестирование проводится в течение первых двух недель изучения учебной дисциплины в СУО «Moodle».

Для проведения тестирования используются тестовые задания для входного контроля (для ответа на 1 вопрос, как правило, выделяется 1 минута).

Шкала оценивания результатов тестирования

За каждый правильный ответ выставляется 1 балл. Оценка выставляется в зависимости от процента правильных ответов:

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка
86 до 100	«отлично»
от 67до 85	«хорошо»
от 50 до 66	«удовлетворительно»
менее 50	«неудовлетворительно»

Основываясь на результатах тестирования, формируется индивидуальная траектория обучающегося (группы обучающихся), исходя из следующих соображений:

– 86 – 100 % – обучающийся готов к изучению учебной дисциплины без дополнительного повторения изученного ранее материала;

– 50 – 67 % – обучающийся в целом готов к изучению учебной дисциплины, требуется повторение отдельных вопросов(тем) изученного ранее материала, необходимого для успешного освоения учебной дисциплины;

– 49% и менее – обучающийся имеет слабую подготовку к изучению учебной дисциплины, необходимы корректирующие занятия и консультации.

Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся приведены в приложении.

12 Текущий контроль

12.1 Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) обучающихся. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины и позволяет оценить степень освоения изученного материала.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе педагогического работника, в том числе посредством использования СУО «Moodle».

Формы проведения текущего контроля – вопросы для устного обсуждения (опроса); наблюдение за работой на практическом занятии; тестовые задания.

12.2 Описание оценочных средств

Шкалы оценивания (методики оценки)

12.2.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов обучающихся

С целью контроля и подготовки обучающихся к изучению новой темы в начале занятия лекционного типа (лекции) педагогическим работником проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущего раздела (темы).

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается умение грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);

– использование дополнительного материала (обязательное условие);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:

– полно и аргументировано отвечает по содержанию задания;

– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе самостоятельно составленные;

– излагает материал последовательно и правильно.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

– излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

– не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

– излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «неудовлетворительно» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала.

12.2.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования обучающихся

Тестирование проводится по изученным разделам (темам) учебной дисциплины для выявления уровня знаний и умений обучающегося, мотивирования обучающегося к активизации самостоятельной работы по усвоению учебного материала, выявления и устранения пробелов в знаниях, повышения дисциплины и организации учебной деятельности обучающегося.

Тестирование проводится в СУО «Moodle» в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся. Для тестирования используются вопросы из базы типовых тестовых заданий по изученным разделам (темам) учебной дисциплины. Обучающийся выбирает один ответ из предложенных вариантов ответа. В случае выбора неправильного ответа обучающийся получает за данный вопрос 0 баллов; в случае правильного ответа – 1 балл.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Максимальный балл	Проходной балл	Оценка
100%	не менее 50%	зачтено
менее 50%		не зачтено

12.2.3 Рекомендации по оцениванию в процессе наблюдения за работой на практическом занятии

Наблюдение за работой на практическом занятии – важнейший компонент контроля деятельности обучающихся и качества их обучения.

Критерии оценки в процессе наблюдения за работой на практическом занятии:

– самостоятельность выполнения задания и работы с методическими указаниями (учитывается работа в течение занятия, быстрота и способность нахождения в методических указаниях нужной информации);

– правильность выполнения работы (учитывается последовательность выполняемых действий, умение работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения работы с учетом индивидуальных особенностей обучающихся);

– активность обучающегося при выполнении практической работы (учитывается индивидуальная работа и работа в группе).

Критерии оценки по результатам наблюдения за работой на практическом занятии

Наименование параметра оценки	Максимальное количество баллов
Самостоятельно выполняет задания; умеет работать с методическими указаниями.	2,5
Указанные в методических указаниях действия выполняет в правильной последовательности; умеет работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники.	1,25
Рационально использует время, отведенное на задание; проявляет активность при выполнении практической работы.	1,25
Итого	**5**

Максимальное количество – 5 баллов соответствует оценке «отлично», 4 балла – «хорошо», 3 балла – «удовлетворительно», 2 балла – «неудовлетворительно».

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины приведены в приложении.

13 Промежуточная аттестация

13.1 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по учебной дисциплине предназначены для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения учебной дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяют определить качество усвоения изученного материала.

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по учебной дисциплине является: зачет; экзамен.

Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся включают: вопросы к зачету; вопросы к экзамену; задачи к зачету; задачи к экзамену.

13.2 Оценивание обучающегося на зачете

Оценка	Требования к знаниям
зачтено	Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если он твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения, а также имеет достаточно полное представление о значимости знаний по учебной дисциплине.
не зачтено	Оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «не зачтено» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

13.3 Оценивание обучающегося на экзамене

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворитель	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся,

Оценка	Требования к знаниям
но	если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

Задания и вопросы для промежуточной аттестации обучающихся приведены в приложении.

14 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

а) литература:

1 Алгазин, С. Д. Численные алгоритмы классической математической физики : учебное пособие / С. Д. Алгазин ; ред. О.А. Голубев. – Москва : Диалог-МИФИ, 2010. – 240 с. – ISBN 978-5-86404-235-9. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=135962 (дата обращения: 26.03.2025);

2 Будак, Б.М. Сборник задач по математической физике : задачник / Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. - 4-е изд. , испр. – Москва : Физматлит, 2004. – 688 с. – ISBN 5-9221-0311-3. – URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922103113.html (дата обращения: 26.03.2025);

3 Барашков, В.А. Методы математической физики : учебное пособие / Барашков В. А. – Красноярск : СФУ, 2012. – 152 с. – ISBN 978-5-7638-2497-1. – URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785763824971.html (дата обращения: 26.03.2025);

4 Владимиров, В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики : задачник / Владимиров В.С., Михайлов В.П., Михайлова Т.В., Шабунин М.И. – Москва : Физматлит, 2016. – 520 с. – ISBN 978-5-9221-1692-3. – URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922116923.html (дата обращения: 26.03.2025);

5 Сабитов, К. Б. Уравнения математической физики : учебник / К. Б. Сабитов. – Москва : Физматлит, 2013. – 352 с. – ISBN 978-5-9221-1483-7. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275562 (дата обращения: 26.03.2025);

6 Байков, В. А. Уравнения математической физики : учебник и практикум для вузов / В. А. Байков, А. В. Жибер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 254 с. — ISBN 978-5-534-02925-3. — URL: https://urait.ru/bcode/538417 (дата обращения: 26.03.2025).

б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 –]. – URL: http://libr.sibsiu.ru. – URL: https://libr.sibsiu.ru;

2 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 –]. – URL: http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp;

3 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 –]. – URL: http://www.studentlibrary.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

4 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Единая профессиональная база знаний для технических вузов - Издательство Лань" ЭБС»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 –]. – URL: http://e.lanbook.com. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 –]. – URL: https://urait.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

6 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 –]. – URL: https://biblioclub.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: http://www.biblioclub.ru;

7 НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU : база данных / ООО «НЭБ». – Москва, [200 –]. – URL: http://elibrary.ru. – Режим доступа: по подписке;

8 Электронные периодические издания ИВИС : универсальная база данных / ООО «ИВИС». – Москва, [200 –]. – URL: http://eivis.ru. – Режим доступа: по подписке.

в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– 7-Zip;
– Adobe Acrobat Reader;
– Astra Linux Special Edition;
– Kaspersky Endpoint Security;
– WinRAR;
– Р7-Офис.

г) базы данных и информационно-справочные системы:

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

15 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том числе:

- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным проектором;
- учебную аудиторию для проведения занятий семинарского типа (практических занятий);
- учебную аудиторию (помещения) для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Составитель(и):

профессор Варламов Вадим Валентинович (кафедра прикладной математики и информатики).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информатики.

Согласована:
Заведующий научно-исследовательской

лабораторией математического моделирования НИФ КемГУ, д.т.н., проф.  В.О. Каледин

Приложение

1 Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся

Вариант 1

1. Проинтегрировать данное уравнение и определить семейство интегральных кривых уравнения.

$$y' = -\frac{1}{x}.$$

1) $y = C\ln x$; 2) $y = \frac{C}{x}$; 3) $y = x^2 + C$; 4) $y = -x + C$.

2. Проинтегрировать уравнение

$$xy' + y = \sin x.$$

1) $y = -\frac{1}{x}(-\cos x + C)$; 2) $y = \frac{1}{x}(\sin x + C)$; 3) $y = x^2\cos x + C$; 4) $y = xe^{x^2} + C$.

3. Определить тип уравнения. Найти общее решение.

$$xy' + y = y^2.$$

1) $y = x\ln x + C$; 2) $y = x^2 + C$; 3) $y = -\frac{1}{x(\ln x + C)}$; 4) $y = x\ln x^2 + C$.

4. Найти общее решение уравнения

1) $y = \frac{2}{3}x^{3/2} + C_1x + C_2$; 2) $y = \frac{3}{2}x^{3/2} + C_1x^2 + C_2$; 3) $y = \frac{2}{3}x^{3/2} + C_1x + C_2\ln x$;
4) $y = x^{2/3} + C_1x + C_2$.

5. Найти общее решение и решение, удовлетворяющее начальным условиям:

$y'' - y = x^2, \quad y(1) = y'(1) = 1.$

1) $y = C_1e^x + C_2xe^x + x^2 + 2,\ y = e^{x-1} + xe^{x+5} + x^2 + 2;$
2) $y = C_1e^x + C_2xe^x - x^2 - 2,\ y = -e^{x-1} + xe^{x-5} - x^2 - 2;$
3) $y = C_1e^{-x} + C_2xe^{-x} + x^2 + 2,\ y = -e^{x-1} + xe^{x-5} - x^2 + 2;$
4) $y = -C_1e^x + C_2xe^x - x^2 - 2,\ y = e^{x-1} + xe^{-x-5} + x^2 + 2.$

2 Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам учебной дисциплины

Раздел 1. Уравнения в частных производных 1-го и 2-го порядков

Перечень вопросов для устного опроса на лекции

1) Что называется линейным однородным уравнением 1- го порядка с частными производными?
2) Что называется квазилинейным уравнением 1-го порядка с частными производными?

3) Что такое система характеристик линейного однородного уравнения?
4) Что такое система характеристик квазилинейного однородного уравнения?
5) Перечислите формы систем характеристик.
6) Что называется линейным неоднородным уравнением 1- го порядка с частными производными?
7) Что называется квазилинейным неоднородным уравнением 1-го порядка с частными производными?
8) Приведите схему решения линейного однородного уравнения 1- го порядка с частными производными.
9) Приведите схему решения квазилинейного однородного уравнения 1-го порядка с частными производными.
10) В чем заключается общая схема нахождения канонического вида уравнения с частными производными 2-го порядка?

Тестовые задания

1)Уравнение с частными производными

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

называется:
а) Дифференциальным уравнением Максвелла;
б) Уравнением теплопроводности;
в) Волновым уравнением;
г) Одномерным волновым уравнением.

2) Дифференциальное уравнение называется линейным, если
а) Все независимые переменные входят в уравнение в первой степени;
б) Все неизвестные функции и их производные входят в первой степени;
в) Все переменные входят в первой степени;
г) Все неизвестные функции входят в уравнение в первой степени.

3) Чему равно общее решение уравнения $2 \cdot y' = 7 \cdot y$, если $x = 1$ и $C = 0$?

4) Задача Коши для уравнения теплопроводности с начальными и граничными значениями имеет:
а) Единственное решение;
б) Два решения;
в) Нет решений;
г) Много решений.

5) В какой точке нарушаются условия теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнения $y' = \frac{3x+2y}{3x-9y}$?

6) Методом Даламбера решается задача Коши для уравнения:
а) Волнового;
б) Пуассона;
в) Лапласа;
г) Теплопроводности.

7) Метод решения дифференциальных уравнений, который позволяет от одного уравнения перейти к нескольким уравнениям, но с меньшим числом независимых переменных:
а) Метод дифференциальных преобразований;
б) Метод интегральных преобразований;
в) Метод преобразований Фурье;
г) Метод разделения переменных.

8) Чему равно общее решение уравнения $2 \cdot x \cdot y' = 7 \cdot y$ при $x = 1$ и $C = 2$?

9) Определить тип дифференциального уравнения.

$$x\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 2\sqrt{xy}\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + y\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\frac{\partial U}{\partial y} = 0$$

а) гиперболический
б) эллиптический
в) параболический
г) Смешанный.

10) Канонический вид уравнения какого типа приведён

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \frac{1}{3}\frac{\partial U}{\partial \eta} = 0$$

а) гиперболический
б) параболический
в) эллиптический.

Примеры заданий для практических работ

Тема 1.1 Линейные однородные уравнения первого порядка с частными производными

Решить уравнения в частных производных первого порядка

1. $x^2\frac{\partial u}{\partial x} + y^2\frac{\partial u}{\partial y} + z^2\frac{\partial u}{\partial z} = u,$

2. $y\frac{\partial u}{\partial x}+x\frac{\partial u}{\partial y}=x^2+y^2,$

Тема 4.2 Классификация уравнений с частными производными 2-го порядка

Определить тип и привести к каноническому виду следующие дифференциальные уравнения:

1. $u_{xx}+2u_{xy}+5u_{yy}-32u=0$
2. $u_{xx}-2u_{xy}+u_{yy}+9u_x+9u_y-9u=0,$

Раздел 2. Уравнения гиперболического типа

Перечень вопросов для устного опроса на лекции

1) Какой тип имеет уравнение колебаний струны?
2) Что называется уравнением колебаний струны?
3) Какие существуют методы решения уравнения колебаний струны?
4) Чем отличается однородное уравнение от неоднородного?
5) В чем физический смысл неоднородного уравнения?
6) Какие существуют краевые задачи для уравнения колебаний струны?
7) В чем смысл задачи Штурма-Лиувилля?
8) Как записывается задача Коши?
9) В чем заключается основная идея метода разделения переменных?
10) Как описать вынужденные колебания струны?

Тестовые задания

1) Обратной волной называется:
а) Процесс передвижения импульса по струне;
б) произвольная функция C(x-at), где a – скорость волны, t - время колебание;
в) процесс передвижения отклонения по струне
г) произвольная функция C(x+at), где a – скорость волны, t – время.

2) Найти общее решение и решение, удовлетворяющее начальным условиям в точке M(1;2):

$$y''+6y'+13y=26x-1,\quad y(0)=0,\ y'(0)=1.$$

3) Осесимметрическое колебание круглой мембраны - это колебание мембраны, при котором все точки окружности радиуса r < R с центром
а) в начале координат
б) в начальный момент времени имеют скорости и отклонения, не зависящие от угла

в) в начальный момент времени имеют скорости и отклонения, зависящие от угла
г) в любой момент времени имеют скорости и отклонения, не зависящие от угла
д) в любой момент времени имеют скорости и отклонения, зависящие от угла.

4) Прямой волной называется
а) процесс передвижения отклонения по струне
б) произвольная функция C(x-at), где a – скорость волны, t - время колебание
в) произвольная функция C(x+at), где a – скорость волны, t - время
г) процесс передвижения импульса по струне.

5) Найти решение уравнения $xu_x + yu_y = 0.$ в точке M(2;3) при C=0.

6) Найти общее решение и решение, удовлетворяющее начальным условиям в точке M(0;2):

$$y'' + 6y' + 13y = 2x - 1, \quad y(0) = 0, \; y'(0) = 1.$$

7) Формула Пуассона дает решение неоднородного уравнения колебаний
а) на плоскости с заданными начальными условиями
б) в неограниченном двухмерном пространстве с заданными начальными условиями
в) в неограниченном трехмерном пространстве с заданными начальными условиями.

8) Укажите, какие утверждения верны:
А) Метод интегральных преобразований - метод решения дифференциальных уравнений, который позволяет от одного уравнения перейти к нескольким уравнениям, но с меньшим числом независимых переменных
В) Метод разделения переменных - метод решения дифференциальных уравнений, который позволяет уменьшить число независимых переменных (по которым проводится дифференцирование), преобразуя некоторые переменные в параметры (по которым уже нет дифференцирования)
а) А – да, В – да
б) А – да, В – нет
в) А – нет, В – да
г) А – нет, В – нет.

9) Укажите, какие утверждения верны:
А) Метод преобразования Фурье - метод решения дифференциальных уравнений, который позволяет уменьшить число независимых переменных (по которым проводится дифференцирование), преобразуя некоторые переменные в параметры (по которым уже нет дифференцирования)
В) Дельта-функцию можно рассматривать как предел функциональных последовательностей, ее свойства непротиворечивы и согласованы со свойствами обычных функций комплексного переменного
а) А – да, В – да
б) А – нет, В – нет
в) А – да, В – нет
г) А – нет, В – да

10) Метод решения дифференциальных уравнений, который позволяет от одного уравнения перейти к нескольким уравнениям, но с меньшим числом независимых переменных
а) Метод интегральных преобразований
б) Метод преобразования Фурье
в) Метод дифференциальных преобразований
г) Метод разделения переменных.

Примеры заданий для практических работ

Тема 2.1 Уравнение колебаний струны

1.Найти колебание закрепленной на концах струны длины l , если начальное отклонение и начальная скорость $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $0 \le x \le l$ имеют вид

$$\varphi(x) = 0, \qquad \psi(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x \le l/2, \\ 2, & l/2 < x \le l. \end{cases}$$

2.Найти колебание закрепленной на концах струны длины π , если
$\varphi(x) = \sin 2x, \quad \psi(x) = \sin x.$

Тема 2.2 Решение уравнения колебаний струны методом Даламбера
1.Методом Даламбера найти форму струны, определяемую волновым уравнением $u''_{tt} = a^2 u''_{xx}$, если в начальный момент времени ее форма и скорость удовлетворяют условиям Коши $u(x,0) = f(x)$, $u'_t(x,0) = \bar{f}(x)$.

2.Найти колебание закрепленной на концах струны длины π , если

$$\varphi(x) = 0, \qquad \psi(x) = e^x.$$

Тема 2.3 Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье). Задача Штурма-Лиувилля

Решить задачу Штурма – Лиувилля

1. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \quad 3/2 \le x \le 2, \\ y(3/2) = y'(2) = 0. \end{cases}$

2. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \quad \pi/4 \le x \le \pi/2, \\ y(\pi/4) = y'(\pi/2) = 0. \end{cases}$

Тема 2.4 Решение неоднородного уравнения колебаний струны

1.Найти положение неограниченной струны в моменты времени $t_k = \frac{\pi k}{2a}$, возбужденной начальным локальным отклонением

$$\varphi(x) = \begin{cases} x(\pi - x), & 0 \le x \le \pi, \\ 0, & x < 0 \text{ либо } x > \pi, \end{cases} \qquad \psi(x) = 0.$$

2.Найти положение неограниченной струны в моменты времени $t_k = \frac{\pi k}{2a}$, возбужденной начальным локальным отклонением

$$\varphi(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le \pi/2, \\ \pi - x, & \pi/2 < x \le \pi, \\ 0, & x < 0 \text{ либо } x > \pi, \end{cases} \qquad \psi(x) = 0.$$

Раздел 3. Уравнения параболического типа

Перечень вопросов для устного опроса на лекции

1) Что называется уравнением теплопроводности?
2) Какой тип имеет уравнение теплопроводности?
3) Какие существуют методы решения уравнения теплопроводности?
4) Чем отличается однородное уравнение от неоднородного?
5) В чем физический смысл неоднородного уравнения?
6) Какие существуют краевые задачи для уравнения теплопроводности?
7) В чем смысл задачи Штурма-Лиувилля для конечного стержня?
8) Как записывается задача Коши для уравнения теплопроводности?
9) Как записывается задача Коши для полубесконечного стержня?
10) Как задать внешний температурный режим для стержня?

Тестовые задания

1) Уравнение теплопроводности после преобразования Фурье имеет вид
а) s2u + uxx = 0
б) s2u - uxx = 0
в) ut - s2u = 0
г) ut + s2u = 0.

2) Найти решение уравнения в т. M(1;2) при C=0:

$$y' + x^2 y = x^2.$$

3) Уравнение теплопроводности (одномерное) имеет вид
а) Utt = a2Uxx
б) Ut = a2Uxx
в) Utt = a2Ux
г) Ut = a2Ux.

4) Уравнение теплопроводности в пространстве имеет вид
а) Ut = a2(Uxx +Uyy + Uzz)
б) Utt = a2(Uxx -Uyy + Uzz)
в) Utt = a2(Uxx +Uyy + Uzz)
г) U = a2(Uxx + Uyy)

5) Параболический тип имеет уравнение
а) 2Uxx + Uxy = 0
б) 3Uxx - Uyy = 0
в) Uxx + 2Uxy - Uyy = 0
г) Uxx – 8Uxy + 4Uyy = 0

6) Найти решение задачи Штурма – Лиувилля в т. M(0;1) при C=1:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \quad 3/2 \le x \le 2, \\ y(3/2) = y'(2) = 0. \end{cases}$$

7)Даны два утверждения: 1) уравнение Uxx + x2Uy + zU = 0 имеет первый порядок, 2) уравнение y2Ux + xUy + (zUz)2 = 0 имеет первый порядок. Утверждения
а) первое неверно, второе верно
б) первое верно, второе неверно
в) оба верны
г) оба неверны

8) Методом Фурье решить смешанную задачу для волнового уравнения $u''_{tt} = a^2 u''_{xx}$ на отрезке [0;2] при a=3.

9) Даны два утверждения: 1) уравнение y(Ux)2 + (Uy)2 – z(Uz)2 = 0 имеет второй порядок, 2) уравнение y3(Uxy) + x3(Uyz) - z3(Uzz) = 0 имеет первый порядок. Утверждения
а) оба неверны
б) оба верны
в) первое неверно, второе верно
г) первое верно, второе неверно
10) Даны два утверждения: 1) уравнение yUxx + xUyy – z2Uzz = 0 имеет второй порядок, 2) уравнение y2Uxy – x2Uzx + z2Uzy = 0 имеет второй порядок. Утверждения
а) оба верны
б) первое неверно, второе верно
в) оба неверны
г) первое верно, второе неверно.

Примеры заданий для практических работ

Тема 3.1 Уравнение теплопроводности

1.Найти распределение температуры в стержне длины *l* с теплоизолированной боковой поверхностью, на концах которого поддерживается температура

$$u(0,t) \equiv u_0, \quad u(l,t) \equiv u_1, \quad t > 0,$$

а начальная температура равна

$$\varphi(x) = \sin\frac{2\pi x}{l}, \qquad 0 \le x \le l.$$

2.Найти распределение температуры в стержне длины *l* с теплоизолированной боковой поверхностью, если

$$u(0,t) \equiv u(l,t) = 0, \qquad t > 0,$$

$$\varphi(x) = e^x, \qquad 0 \le x \le l.$$

Тема 3.2 Постановка краевой задачи для уравнения теплопроводности

Найти решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности $u'_{tt} = a^2 u''_{xx}$ на отрезке $[0;l]$, удовлетворяющее начальному условию $u(x,0) = \varphi(x)$, если

1. $u_t' = 16u_{xx}'',\ 0 < x < 3,\ t > 0,$
$u(x,0) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le 3/2, \\ 3-x, & 3/2 < x \le 3, \end{cases}$
$u(0,t) = u(3,t) = 0.$

2. $u_t' = u_{xx}'',\ 0 < x < 3,\ t > 0,$
$u(x,0) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le 1, \\ 2-x, & 1 < x \le 2, \end{cases}$
$u(0,t) = u(2,t) = 0.$

Тема 3.3 Решение неоднородного уравнения теплопроводности

1.Найти распределение температуры в стержне длины *l* с теплоизолированной боковой поверхностью, на концах которого поддерживается температура

$u(0,t) \equiv u_0,\quad u(l,t) \equiv u_1,\quad t > 0,$

а начальная температура равна

$\varphi(x) = \sin\dfrac{2\pi x}{l},\qquad 0 \le x \le l.$

2.Найти распределение температуры в стержне длины *l* с теплоизолированной боковой поверхностью, если

$u(0,t) \equiv u(l,t) = 0,\qquad t > 0,$

$\varphi(x) = e^x,\qquad 0 \le x \le l.$

Раздел 4. Уравнения эллиптического типа

Перечень вопросов для устного опроса на лекции

1) Что называется уравнением Лапласа?
2) Какой тип имеет уравнение Лапласа?
3) Какие существуют методы решения уравнения Лапласа?
4) Чем отличается однородное уравнение Лапласа от неоднородного?
5) В чем физический смысл уравнения Пуассона?
6) Какие существуют краевые задачи для уравнения Лапласа?
7) В чем смысл задачи Дирихле для круга?
8) Как записывается задача Неймана для уравнения Лапласа?
9) Какие существуют частные решения уравнения Лапласа?
10 В чем заключается условие существования задачи Неймана?

Тестовые задания

1)Определить тип дифференциального уравнения.

$$x\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 2\sqrt{xy}\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + y\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\frac{\partial U}{\partial y} = 0$$

а) гиперболический
б) эллиптический
в) параболический

г) смешанный

2)Определить тип уравнения и вид краевой задачи.

$$\begin{cases} U_{tt} = a^2 U_{xx} \\ U(x,0) = \mu(x), U_t(x,0) = \nu(x) \\ U_x(0,t) = U_x(l,t) = 0 \end{cases}$$

а) эллиптический, 1 краевая задача
б)параболический, 3 краевая задача
в) гиперболический, 2 краевая задача
г) гиперболический, 1 краевая задача

3) Определить тип уравнения $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$
а) волновое уравнение
б) уравнение Лапласа
в) уравнение теплопроводности
г) уравнение Пуассона

4) Собственные значения и собственные функции для следующей задачи на собственные значения имеют вид:

$$\begin{cases} X'' - \lambda X = 0 \\ X(0) = 0;\ X'(l) = 0 \end{cases}$$

$\lambda_n = -\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2$ $\lambda_n = \frac{\pi(2n+1)}{2l}$ $\lambda_n = -\left(\frac{\pi(2n+1)}{2l}\right)^2$

а) $X_n = C_n \sin\frac{\pi n x}{l}$ б) $X_n = C_n \cos\frac{\pi(2n+1)x}{2l}$ в) $X_n = C_n \sin\frac{\pi(2n+1)}{2l}$

5) Канонический вид уравнения какого типа приведён

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \frac{1}{3}\frac{\partial U}{\partial \eta} = 0$$

а) гиперболический
б) параболический
в) эллиптический.

6) Чему равно решение задачи Штурма – Лиувилля в т. M(0;1) при C=1:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \quad 3/2 \le x \le 2, \\ y(3/2) = y'(2) = 0. \end{cases}$$

7) Уравнение Лапласа на плоскости имеет вид
а) Ux = Uyy

б) Uxx + Uyy = 0
в) Uxx = Uyy + Uzz
г) Uxx = Uyy

8) Найти общее решение и решение, удовлетворяющее начальным условиям в точке M(0;2):

$$y'' + 6y' + 13y = 2x - 1, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$$

9) В какой точке нарушаются условия теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнения $y' = \frac{3x + 2y}{3x - 9y}$?

10) Функция U1 - решение линейного однородного уравнения LU = 0, функция U2 - решение неоднородного уравнения LU = sinxy. Тогда решением второго уравнения будет также функция
а) 2U1 + U2
б) U1 - U2
в) U1 + 2U2
г) U1 + 2U2.

Примеры заданий для практических работ

Тема 4.1 Уравнение Лапласа

1.Найти установившееся распределение температуры в круге радиуса a, если на его границе поддерживается температура

$$u\big|_{\rho=a} = A \cdot x \cdot y.$$

2.Найти установившееся распределение концентрации среды вследствие диффузии в круге радиуса a, если на границе концентрация имеет вид

$$u\big|_{\rho=a} = A\sin^2\varphi + B\cos^2\varphi.$$

Тема 4.2 Гармонические функции и аналитические функции комплексного переменного

1.Решить задачу Коши для круга радиуса *a* с помощью интеграла Пуассона, если $f = A(x^2 - y^2)$.

2.Найти поле потенциала электрического поля в вакууме внутри круга радиуса a (цилиндрический конденсатор), если на границе потенциал имеет вид

$$u\big|_{\rho=a} = \begin{cases} U_0 & 0 < \varphi < \pi, \\ U_1 & \pi < \varphi < 2\pi. \end{cases}$$

Тема 4.3 Задача Дирихле для круга

Решить задачу Дирихле для круга радиуса *a*, если

1. $f = A\cos\varphi + B;$
2. $f = A\sin\varphi + B\sin^3\varphi.$

Тема 4.4 Задача Неймана для круга

1.Найти поле потенциала электрического поля в вакууме внутри круга радиуса a (цилиндрический конденсатор), если на границе потенциал имеет вид

$$u\big|_{\rho=a} = \begin{cases} U_0 & 0 < \varphi < \pi, \\ U_1 & \pi < \varphi < 2\pi. \end{cases}$$

2.Решить задачу Неймана для круга радиуса *a*, если

$$f = A(x^2 - y^2);$$

3 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации

1. Линейные однородные уравнения первого порядка с частными производными.
2. Линейные неоднородные уравнения первого порядка с частными производными.
3. Симметрические и параметрические системы характеристик.
4. Квазилинейные уравнения первого порядка.
5. Классификация уравнений с частными производными 2-го порядка.
6. Каноническая форма уравнений гиперболического типа.
7. Каноническая форма уравнений эллиптического типа.
8. Каноническая форма уравнений параболического типа.
9. Уравнение колебаний струны. Краевые и начальные условия. Задача Коши.
10. Задача Коши для уравнения теплопроводности с начальными и граничными значениями.
11. Первая краевая задача для уравнения колебаний струны.
12. Краевая задача для бесконечной струны.
13. Краевая задача для полубесконечной струны.
14. Краевая задача для конечной струны.
15. Решение уравнения колебаний струны методом Даламбера.
16. Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье).
17. Задача Штурма-Лиувилля.
18. Неоднородное уравнение колебаний струны.

19. Уравнение теплопроводности.
20. Постановка краевой задачи для уравнения теплопроводности.
21. Краевая задача для бесконечного стержня.
22. Краевая задача для полубесконечного стержня.
23. Краевая задача для конечного стержня.
24. Решение уравнения теплопроводности.
25. Неоднородное уравнение теплопроводности.

Задачи к экзамену для промежуточной аттестации

1. Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом 2π) функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[-\pi;\pi]$.

$$f(x)=\begin{cases}0, & -\pi\le x<0,\\ x-1, & 0\le x\le\pi.\end{cases}$$

2. Решить задачу Штурма – Лиувилля.

$$\begin{cases}y''+\lambda y=0, & 3/2\le x\le 2,\\ y(3/2)=y'(2)=0.\end{cases}$$

3. Методом Даламбера найти форму струны, определяемую волновым уравнением $u''_{tt}=a^2u''_{xx}$, если в начальный момент времени ее форма и скорость удовлетворяют условиям Коши $u(x,0)=f(x)$, $u'_t(x,0)=\bar{f}(x)$.

4. Привести к каноническому виду следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+2\frac{\partial u}{\partial x}+6\frac{\partial u}{\partial y}=0.$$

5. Методом Фурье решить смешанную задачу для волнового уравнения $u''_{tt}=a^2u''_{xx}$ на отрезке $[0;l]$.

6. Найти решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности $u'_{tt}=a^2u''_{xx}$ на отрезке $[0;l]$, удовлетворяющее начальному условию $u(x,0)=\varphi(x)$.

7. Решить задачу Неймана для круга радиуса *a*, если $f=A\sin\varphi+B\sin^3\varphi.$

8. Решить уравнения в частных производных первого порядка
$x^2\frac{\partial u}{\partial x} + y^2\frac{\partial u}{\partial y} + z^2\frac{\partial u}{\partial z} = u$
9. Определить тип и привести к каноническому виду следующие дифференциальные уравнения: $u_{xx} + 2u_{xy} + 5u_{yy} - 32u = 0.$

10.Найти колебание закрепленной на концах струны длины *l* , если начальное отклонение и начальная скорость $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $0 \le x \le l$ имеют вид

$$\varphi(x) = 0, \qquad \psi(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x \le l/2, \\ 2, & l/2 < x \le l. \end{cases}$$

11. Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом 2π) функ цию $f(x)$, заданную на отрезке $[-\pi;\pi]$: $f(x) = \begin{cases} -x + 1/2, & -\pi \le x \le 0, \\ 0, & 0 < x \le \pi. \end{cases}$

12. Методом Даламбера найти форму струны, определяемую волновым уравнением $u''_{tt} = a^2 u''_{xx}$, если в начальный момент времени ее форма и скорость удовлетворяют условиям Коши $u(x,0) = f(x)$, $u'_t(x,0) = \bar{f}(x)$.

13. Найти колебание закрепленной на концах струны длины π, если
$\varphi(x) = x(\pi - x), \qquad \psi(x) = 0.$

14. Найти положение неограниченной струны в моменты времени $t_k = \frac{\pi k}{2a}$, возбужденной начальным локальным отклонением

$$\varphi(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le \pi/2, \\ \pi - x, & \pi/2 < x \le \pi, \\ 0, & x < 0 \text{ либо } x > \pi, \end{cases} \qquad \psi(x) = 0.$$

15. Найти распределение температуры в стержне длины *l* с теплоизолированной боковой поверхностью, если
$u(0,t) \equiv u(l,t) = 0, \qquad t > 0,$
$\varphi(x) = e^x, \qquad 0 \le x \le l.$

16. Найти распределение температуры в стержне длины *l* с теплоизолированной боковой поверхностью, если
$u(0,t) \equiv u(l,t) = 0, \qquad t > 0,$
$\varphi(x) = \cos 2x, \qquad 0 \le x \le \pi.$

17. Найти решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности $u'_{tt} = a^2 u''_{xx}$ на отрезке $[0; l]$, удовлетворяющее начальному условию $u(x,0) = \varphi(x)$, если

$$u'_t = 16u''_{xx},\ 0 < x < 3,\ t > 0,$$
$$u(x,0) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le 3/2, \\ 3 - x, & 3/2 < x \le 3, \end{cases}$$
$$u(0,t) = u(3,t) = 0.$$

18. Решить задачу Коши для круга радиуса *a*, если $f = A(x^2 - y^2)$;

19. Найти установившееся распределение температуры в круге радиуса a, если на его границе поддерживается температура

$$u\Big|_{\rho=a} = A \cdot x \cdot y.$$

20. Найти установившееся распределение концентрации среды вследствие диффузии в круге радиуса a, если на границе концентрация имеет вид

$$u\Big|_{\rho=a} = A\sin^2\varphi + B\cos^2\varphi.$$

21. Найти поле потенциала электрического поля в вакууме внутри круга радиуса a (цилиндрический конденсатор), если на границе потенциал имеет вид

$$u\Big|_{\rho=a} = \begin{cases} U_0 & 0 < \varphi < \pi, \\ U_1 & \pi < \varphi < 2\pi. \end{cases}$$

22. Решить уравнение $(x+z)\frac{\partial u}{\partial x} + (y+z)\frac{\partial u}{\partial y} + (x+y)\frac{\partial u}{\partial z} = 0.$

23. Привести к каноническому виду следующее дифференциальное уравнение: $u_{xx} + u_{xy} - 2u_{yy} - 3u_x - 15u_y + 27x = 0.$

24. Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le 1, \\ 2 - x, & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

на отрезке $[0;2]$ и найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$.

25. Найти колебание закрепленной на концах струны длины π, если

$$\varphi(x) = 0, \qquad \psi(x) = e^x.$$

4 Вопросы к зачету для промежуточной аттестации

1.Уравнение Лапласа.

2.Частные решения уравнения Лапласа.

3.Гармонические функции и решения уравнения Лапласа.

4.Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах.

5.Уравнение Лапласа в сферических координатах.

6.Уравнение Лапласа в полярных координатах.

7.Фундаментальные решения уравнения Лапласа.

8.Уравнение Пуассона.

9.Задача Дирихле для круга.

10.Решение задачи Дирихле методом разделения переменных.
11.Интеграл Пуассона.
12.Задача Неймана для круга.
13. Решение задачи Неймана методом разделения переменных.
14.Третья краевая задача для уравнения Лапласа.
15. Решение третьей краевой задачи методом Фурье.
16. Уравнение Пуассона.
17.Решение уравнения Пуассона.
18.Уравнение колебаний мембраны.
19.Уравнение Бесселя.
20.Цилиндрические функции.
21.Задача Дирихле для шара.
22. Решение задачи Дирихле для шара методом Фурье.
23. Уравнение Лежандра.
24. Сферические функции.
25. Шаровые функции.