Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор института
информационных технологий и
автоматизированных систем
_____ А.В. Зимин
подпись
«____» _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математическое моделирование

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
(направленность (профиль): «Математическое моделирование и интеллектуальный анализ данных»)

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная форма

Срок обучения: 4 года

Год начала подготовки 2025

Новокузнецк
2025

СибГИУ
Подлинник электронного документа хранится в системе электронного согласования документов СибГИУ
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭП
Сертификат: daba56d7b892efca3bf5c04ed0251c98b19b099c
Владелец: Директор ИИТиАС Зимин Алексей Валерьевич
Действителен: с 15 января 2025 г. по 10 апреля 2026 г.
Дата и время: 29-05-2025 13:23:51 ПРОВЕРИТЬ ПОДПИСЬ

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:

– формирование у обучающихся понимания теории и методов математического моделирования, навыков разработки компьютерных моделей и проведения с ними экспериментов, позволяющих решать задачи оценки и оптимизации параметров систем различной сложности;

– повышение качества овладения обучающимися математического аппарата, необходимого для решения прикладных математических задач профессиональной деятельности.

Задачами учебной дисциплины являются:

– формирование у обучающихся математических знаний, умений и навыков, необходимых для формирования общепрофессиональных компетенций;

– развитие логического и алгоритмического мышления обучающихся;

– выработка умения самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам обязательной части **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Учебная дисциплина базируется на предварительном усвоении обучающимися учебных дисциплин:

– Информатика;

– Математика;

– Специальные главы математики.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:

– Прикладная статистика;

– Теория прогнозирования;

– Методы оптимизации;

– Обработка и анализ данных.

3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– Общепрофессиональные компетенции

Наименование категории (группы) ОПК	Код и наименование ОПК	Код и наименование индикатора достижения ОПК	Планируемые результаты обучения
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Применяет классические математические модели для решения прикладных задач	– знать: типовые математические схемы описания систем и обобщенные алгоритмы математического моделирования. – уметь: на практике применять средства для проведения математического моделирования.
		ОПК-3.2 Модифицирует математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	– знать: основные этапы в технологии построения математических моделей, их классификацию и основные типы. – уметь: осуществлять моделирование процессов технических систем.
		ОПК-3.3 Решает задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, с применением математических моделей	– знать: основные математические методы, используемые при исследовании математических моделей. – уметь: применять методы и средства для экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (семинары, практические занятия,

практикумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся. Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

Объем учебной дисциплины

Семестр / курс		***ИТОГО***	***5 семестр***	***6 семестр***
Форма промежуточной аттестации			*зачет*	*экзамен*
Трудоёмкость	*академ. час.*	***288***	*108*	*180*
	зачетных единиц	***8***	*3*	*5*
Лекции, *академ. час.*		***48***	*16*	*32*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Лабораторные работы, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Практические занятия, *академ. час.*		***64***	*16*	*48*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Курсовая работа / проект, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Консультации, *академ. час.*		***0***	*0*	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Самостоятельная работа, *академ. час.*		***131***	*67*	*64*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*
Контроль, *академ. час.*		***45***	*9*	*36*
в форме практической подготовки		***0***	*0*	*0*

Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Введение в математическое моделирование;

Тема 1.1 Построение аналитических моделей методами теории подобия и размерностей (Прямые и обратные задачи математического моделирования. Типовые задачи, решаемые средствами математического моделирования. Роль математического моделирования в техническом прогрессе);

Тема 1.2 Применение вероятностных подходов для построения аналитических моделей. Вывод аналитических соотношений упрощением исходной задачи (Формулировка проблемы. Концептуальная модель. Построение математической модели);

Тема 1.3 Решение линейных и нелинейных уравнений и систем уравнений с использованием MS Excel (Основные принципы математического моделирования. Методы исследования математических моделей);

Тема 1.4 Анализ математических моделей (Свойства решений, описывающих движение реальных сред. Эталонные решения. Адекватность моделей описываемым объектом);

Раздел 2 Методы построения и преобразования математических моделей;

Тема 2.1 Запуск и начало работы в среде Simulink. Генераторы входных сигналов и регистрация результатов. Основные линейные и нелинейные блоки. Решающие элементы. Библиотека блоков Simulink (Доминантный признак. Предметная область и математический аппарат. Роль классификации в методологии математического моделирования);

Тема 2.2 Функциональные и структурные модели (Различные подходы к выбору подсистем. Роль декомпозиции. Элементарный уровень декомпозиции и бесструктурные элементы. Модель черного ящика, системы типа «вход – выход». Связь структурных и функциональных моделей);

Тема 2.3 Дискретно-детерминированные модели, построенные на
основе дифференциальных уравнений, сравнение аналитических и численных решений уравнений (Предельные переходы: континуализация и дискретизация моделей. Примеры: простей-шая модель рекламной компании, переход к вычислительным алгоритмам. Модель излучения черного тела);

Раздел 3 Моделирование динамических систем;

Тема 3.1 Моделирование динамических систем в Simulink (Непрерывные динамические модели. Зависимость от предыстории, «память» системы, время релаксации. Квазистатическое приближение. Статические модели);

Тема 3.2 Детерминированные и стохастические модели (Реальные системы, их модели и ограниченность детерминированного описания. Недоопределенные модели и стохастический метод описания. Модели случайных воздействий: винеровские процессы и белый шум);

Раздел 4 Уравнения в частных производных 1-го и 2-го порядков;

Тема 4.1 Решение линейных уравнений в частных производных первого порядка (однородные, неоднородные и квазилинейные) (Квазилинейные уравнения первого порядка. Системы характеристик (симметрическая и параметрическая системы). Общие интегралы систем характеристик.);

Тема 4.2 Приведение к канонической форме уравнений в частных
производных второго порядка (Уравнение характеристик. Каноническая форма для уравнений гиперболического, эллиптического и параболического типов. Приведение уравнения с частными производными 2-го порядка к канонической форме);

Раздел 5 Уравнения гиперболического типа;

Тема 5.1 Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных. Постановка краевой задачи (Однородное уравнение колебаний струны. Краевые и начальные условия. Задача Коши. Краевая задача для бесконечной, полубесконечной и ограниченной струны));

Тема 5.2 Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье). Задача Штурма-Лиувилля (Решение однородного уравнения колебаний струны для четных и нечетных функций, задающих краевые условия);

Тема 5.3 Решение неоднородного уравнения колебаний струны (Нахождение собственных значений и собственных функций. Разложение решения уравнения колебаний струны в ряд Фурье);

Раздел 6 Уравнения параболического типа;

Тема 6.1 Уравнение теплопроводности. Постановка краевой задачи (Физические задачи, приводящие к уравнению теплопроводности. Однородное уравнение теплопроводности);

Тема 6.2 Решение однородного уравнения теплопроводности. Постановка краевой задачи (Задача Коши. Краевая задача для бесконечного, полубесконечного и конечного стержня. Решение уравнения теплопроводности методом разделения переменных);

Раздел 7 Уравнения эллиптического типа;

Тема 7.1 Задача Дирихле для круга (Физические задачи, приводящие к уравнению Лапласа. Краевые задачи для уравнения Лапласа. Уравнение Пуассона);

Тема 7.2 Задача Неймана для круга (Внешняя и внутренняя краевая задача. Решение уравнения Лапласа в полярных координатах методом разделения переменных).

5 Перечень тем лекций

№ раздела / темы дисциплины	Темы лекций	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	Введение в математическое моделирование. Понятие математического моделирования.Формализация и алгоритмизация процесса функционирования систем. Методы математического моделирования. Анализ математических моделей.	4	
Раздел 2.	Методы построения и преобразования математических моделей. Различные подходы к	6	

	классификации. Функциональные и структурные модели. Дискретные и непрерывные модели.		
Раздел 3.	Моделирование динамических систем. Динамические и статические модели. Детерминированные и стохастические модели.	6	
Раздел 4.	Уравнения в частных производных 1-го и 2-го порядков. Линейные однородные уравнения первого порядка с частными производными. Классификация уравнений с частными производными 2-го порядка	8	
Раздел 5.	Уравнения гиперболического типа.Уравнение колебаний струны. Решение уравнения колебаний струны методом Даламбера. Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье).	8	
Раздел 6.	Уравнения параболического типа. Уравнение теплопроводности. Постановка краевой задачи для уравнения теплопроводности.	8	
Раздел 7.	Уравнения эллиптического типа. Уравнение Лапласа. Задача Дирихле для круга. Задача Неймана для круга.	8	
Итого:		**48**	**0**

6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы практических занятий (семинаров)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Тема 1.1; Тема 1.2.	Построение аналитических моделей методами теории подобия и размерностей; применение вероятностных подходов для построения аналитических мо-делей. Вывод аналитических соотношений упрощением ис-ходной задачи	2	

Тема 1.3; Тема 1.4.	Решение линейных и нелинейных уравнений и систем уравнений с использованием MS Excel	2	
Тема 2.1; Тема 2.2.	Запуск и начало работы в среде Simulink. Генераторы входных сигналов и регистрация резуль-татов. Основные линейные и не-линейные блоки. Решающие элементы. Библиотека блоков Simulink	4	
Тема 2.3.	Дискретно-детерминированные модели, построенные на основе дифференциальных уравнений, сравнение аналитических и численных решений уравнений	4	
Тема 3.1; Тема 3.2.	Моделирование динамических систем в Simulink	4	
Тема 4.1.	Решение линейных уравнений в частных производных первого порядка (однородные, неоднородные и квазилинейные)	6	
Тема 4.2.	Приведение к канонической форме уравнений в частных производных второго порядка	6	
Тема 5.1.	Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных. Постановка краевой задачи	6	
Тема 5.2.	Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье). Задача Штурма-Лиувилля	6	
Тема 5.3.	Решение неоднородного уравнения колебаний струны	6	
Тема 6.1.	Уравнение теплопроводности.	6	

	Постановка краевой задачи		
Тема 6.2.	Решение однородного уравнения теплопроводности. Постановка краевой задачи	4	
Тема 7.1.	Задача Дирихле для круга	4	
Тема 7.2.	Задача Неймана для круга	4	
Итого:		**64**	**0**

7 Перечень тем лабораторных работ

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лабораторных работ**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы курсовых работ (проектов)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

9 Виды самостоятельной работы

№ раздела / темы дисциплины	**Виды самостоятельной работы**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	23	
Раздел 2.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	23	
Раздел 3.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение	21	

	тестирования.		
Раздел 4.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	16	
Раздел 5.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	16	
Раздел 6.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	16	
Раздел 7.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	16	
Контроль	*Подготовка к экзамену*	36	
Контроль	*Подготовка к зачёту*	9	
Итого:		**176**	**0**

10 Матрица компетентностных задач по учебной дисциплине

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Контролируемые компетенции	Оценочные средства
Раздел 1.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 2.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 3.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 4.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на

		практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 5.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 6.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 7.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Зачет.	ОПК-3	1. Вопросы к зачету; 2. Задачи к зачету
Экзамен.	ОПК-3	1. Вопросы к экзамену; 2. Задачи к экзамену

11 Входной контроль

11.1 Цель входного контроля − определить начальный уровень подготовленности обучающихся и выстроить индивидуальную траекторию обучения. В условиях личностно-ориентированной образовательной среды результаты входного оценивания обучающегося используются как начальные значения в индивидуальном профиле академической успешности обучающегося.

11.2 Описание оценочных средств

Форма проведения входного контроля – тестирование.

Длительность тестирования – 20 минут.

Тестирование проводится в течение первых двух недель изучения учебной дисциплины в СУО «Moodle».

Для проведения тестирования используются тестовые задания для входного контроля (для ответа на 1 вопрос, как правило, выделяется 1 минута).

Шкала оценивания результатов тестирования

За каждый правильный ответ выставляется 1 балл. Оценка выставляется в зависимости от процента правильных ответов:

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка
86 до 100	«отлично»

от 67до 85	«хорошо»
от 50 до 66	«удовлетворительно»
менее 50	«неудовлетворительно»

Основываясь на результатах тестирования, формируется индивидуальная траектория обучающегося (группы обучающихся), исходя из следующих соображений:

– 86 – 100 % – обучающийся готов к изучению учебной дисциплины без дополнительного повторения изученного ранее материала;

– 50 – 67 % – обучающийся в целом готов к изучению учебной дисциплины, требуется повторение отдельных вопросов(тем) изученного ранее материала, необходимого для успешного освоения учебной дисциплины;

– 49% и менее – обучающийся имеет слабую подготовку к изучению учебной дисциплины, необходимы корректирующие занятия и консультации.

Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся приведены в приложении.

12 Текущий контроль

12.1 Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) обучающихся. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины и позволяет оценить степень освоения изученного материала.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе педагогического работника, в том числе посредством использования СУО «Moodle».

Формы проведения текущего контроля – вопросы для устного обсуждения (опроса); наблюдение за работой на практическом занятии; тестовые задания.

12.2 Описание оценочных средств

Шкалы оценивания (методики оценки)

12.2.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов обучающихся

С целью контроля и подготовки обучающихся к изучению новой темы в начале занятия лекционного типа (лекции) педагогическим работником проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущего раздела (темы).

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается умение грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);

– использование дополнительного материала (обязательное условие);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:

– полно и аргументировано отвечает по содержанию задания;

– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе самостоятельно составленные;

– излагает материал последовательно и правильно.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

– излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

– не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

– излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «неудовлетворительно» отмечает такие недостатки в подготовке

обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала.

12.2.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования обучающихся

Тестирование проводится по изученным разделам (темам) учебной дисциплины для выявления уровня знаний и умений обучающегося, мотивирования обучающегося к активизации самостоятельной работы по усвоению учебного материала, выявления и устранения пробелов в знаниях, повышения дисциплины и организации учебной деятельности обучающегося.

Тестирование проводится в СУО «Moodle» в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся. Для тестирования используются вопросы из базы типовых тестовых заданий по изученным разделам (темам) учебной дисциплины. Обучающийся выбирает один ответ из предложенных вариантов ответа. В случае выбора неправильного ответа обучающийся получает за данный вопрос 0 баллов; в случае правильного ответа – 1 балл.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Максимальный балл	Проходной балл	Оценка
100%	не менее 50%	зачтено
менее 50%		не зачтено

12.2.3 Рекомендации по оцениванию в процессе наблюдения за работой на практическом занятии

Наблюдение за работой на практическом занятии – важнейший компонент контроля деятельности обучающихся и качества их обучения.

Критерии оценки в процессе наблюдения за работой на практическом занятии:

– самостоятельность выполнения задания и работы с методическими указаниями (учитывается работа в течение занятия, быстрота и способность нахождения в методических указаниях нужной информации);

– правильность выполнения работы (учитывается последовательность выполняемых действий, умение работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения работы с учетом индивидуальных особенностей обучающихся);

– активность обучающегося при выполнении практической работы (учитывается индивидуальная работа и работа в группе).

Критерии оценки по результатам наблюдения за работой на практическом занятии

Наименование параметра оценки	Максимальное количество баллов
Самостоятельно выполняет задания; умеет работать с методическими указаниями.	2,5
Указанные в методических указаниях действия выполняет в правильной последовательности; умеет работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники.	1,25
Рационально использует время, отведенное на задание; проявляет активность при выполнении практической работы.	1,25
Итого	**5**

Максимальное количество – 5 баллов соответствует оценке «отлично», 4 балла – «хорошо», 3 балла – «удовлетворительно», 2 балла – «неудовлетворительно».

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины приведены в приложении.

13 Промежуточная аттестация

13.1 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по учебной дисциплине предназначены для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения учебной дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяют определить качество усвоения изученного материала.

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по учебной дисциплине является: зачет; экзамен.

Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся включают: вопросы к зачету; вопросы к экзамену; задачи к зачету; задачи к экзамену.

13.2 Оценивание обучающегося на зачете

Оценка	Требования к знаниям
зачтено	Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если он твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения, а также имеет достаточно полное представление о значимости знаний по учебной дисциплине.
не зачтено	Оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «не зачтено» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных

Оценка	Требования к знаниям
	занятий по данной учебной дисциплине.

13.3 Оценивание обучающегося на экзамене

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

Задания и вопросы для промежуточной аттестации обучающихся приведены в приложении.

14 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

а) литература:

1 Мамонова, В. Г. Моделирование бизнес-процессов : учебное пособие / В. Г. Мамонова, Н. Д. Ганелина, Н. В. Мамонова ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : НГТУ, 2012. – 43 с. – ISBN 978-5-7782-2016-4. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=228975 (дата обращения: 25.03.2025);

2 Алексеев, В. Е. Графы и алгоритмы : структуры данных. Модели вычислений / В. Е. Алексеев, В. А. Таланов. – 2-е изд., испр. – Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. – 154 с. : ил. — ISBN 5-9556-0066-3. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428827 (дата обращения: 25.03.2025);

3 Шагрова, Г. В. Методы исследования и моделирования информационных процессов и технологий : учебное пособие / Г. В. Шагрова, И. Н. Топчиев ; Северо-Кавказский федеральный университет. – Ставрополь : СКФУ, 2016. – 180 с. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458289 (дата обращения: 25.03.2025);

4 Аверченков, В. И. Основы математического моделирования технических систем : учебное пособие / В. И. Аверченков, В. П. Федоров, М. Л. Хейфец. – 3-е изд., стер. – Москва : Флинта, 2016. – 271 с. – ISBN 978-5-9765-1278-8. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=93344 (дата обращения: 25.03.2025);

5 Бродский, Ю. И. Лекции по математическому и имитационному моделированию / Ю. И. Бродский. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 240 с. – ISBN 978-5-4475-3697-8. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=429702 (дата обращения: 25.03.2025);

6 Рейзлин, В. И. Математическое моделирование : учебное пособие для вузов / В. И. Рейзлин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 126 с. — ISBN 978-5-534-08475-7. – URL: https://urait.ru/bcode/537305 (дата обращения: 25.03.2025).

б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 –]. – URL: http://libr.sibsiu.ru. – URL: https://libr.sibsiu.ru;

2 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 –]. – URL: http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp;

3 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 –]. – URL: http://www.studentlibrary.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

4 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Единая профессиональная база знаний для технических вузов - Издательство Лань" ЭБС»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 –]. – URL: http://e.lanbook.com. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 –]. – URL: https://urait.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

6 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 –]. – URL: https://biblioclub.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: http://www.biblioclub.ru;

7 НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU : база данных / ООО «НЭБ». – Москва, [200 –]. – URL: http://elibrary.ru. – Режим доступа: по подписке;

8 Электронные периодические издания ИВИС : универсальная база данных / ООО «ИВИС». – Москва, [200 –]. – URL: http://eivis.ru. – Режим доступа: по подписке.

в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– 7-Zip;
– Adobe Acrobat Reader;
– Astra Linux Special Edition;
– Kaspersky Endpoint Security;
– WinRAR;
– Р7-Офис.

г) базы данных и информационно-справочные системы:

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

15 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том числе:

- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным проектором;
- учебную аудиторию для проведения занятий семинарского типа (практических занятий);
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и

обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Составитель(и):

профессор Варламов Вадим Валентинович (кафедра прикладной математики и информатики).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информатики.

Согласована:
Заведующий научно-исследовательской лабораторией математического моделирования НИФ КемГУ, д.т.н., проф.  В.О. Каледин

Приложение
1 Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся

Вариант 1

1. Проинтегрировать данное уравнение и определить семейство интегральных кривых уравнения.

$y' = -\frac{1}{x}$.

1) $y = C\ln x$; 2) $y = \frac{C}{x}$; 3) $y = x^2 + C$; 4) $y = -x + C$.

2. Проинтегрировать уравнение

$$xy' + y = \sin x.$$

1) $y = -\frac{1}{x}(-\cos x + C)$; 2) $y = \frac{1}{x}(\sin x + C)$; 3) $y = x^2\cos x + C$; 4) $y = xe^{x^2} + C$.

3. Определить тип уравнения. Найти общее решение.

$$xy' + y = y^2.$$

1) $y = x\ln x + C$; 2) $y = x^2 + C$; 3) $y = -\frac{1}{x(\ln x + C)}$; 4) $y = x\ln x^2 + C$.

4. Найти общее решение уравнения

1) $y = \frac{2}{3}x^{3/2} + C_1x + C_2$; 2) $y = \frac{3}{2}x^{3/2} + C_1x^2 + C_2$; 3) $y = \frac{2}{3}x^{3/2} + C_1x + C_2\ln x$; 4) $y = x^{2/3} + C_1x + C_2$.

5. Найти общее решение и решение, удовлетворяющее начальным условиям:

$y'' - y = x^2, \quad y(1) = y'(1) = 1.$

1) $y = C_1e^x + C_2xe^x + x^2 + 2, \ y = e^{x-1} + xe^{x+5} + x^2 + 2;$

2) $y = C_1e^x + C_2xe^x - x^2 - 2, \ y = -e^{x-1} + xe^{x-5} - x^2 - 2;$

3) $y = C_1e^{-x} + C_2xe^{-x} + x^2 + 2, \ y = -e^{x-1} + xe^{x-5} - x^2 + 2;$

4) $y = -C_1e^x + C_2xe^x - x^2 - 2, \ y = e^{x-1} + xe^{-x-5} + x^2 + 2.$

2 Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам учебной дисциплины

Раздел 1. Введение в математическое моделирование

Перечень вопросов для устного опроса на лекции

1) Дайте определение модели и моделирования.

2) Приведите классификацию видов моделирования.

3) Дайте определения различных видов моделирования.

4) Дайте определение математической модели.

5) Дайте определение детерминированной модели.

6) Дайте определение стохастической модели.

7) Перечислите основные этапы математического моделирования.

8) Что такое прямые задачи математического моделирования?

9) Что такое обратные задачи математического моделирования?

10) В чем состоит принцип аналогий в математическом моделировании?

Тестовые задания

1) Закон распределения дискретной случайной величины может быть задан:

а) аналитически в виде математического выражения;

б) таблично в виде ряда распределения;

в) графически в виде многоугольника распределения.

2) Закончите предложение: «Объект, который используется в качестве «заместителя», представителя другого объекта с определенной целью, называется …»

а) моделью;

б) копией;

в) предметом;

г) оригиналом.

3) Закончите предложение: «Модель, по сравнению с объектом-оригиналом, содержит …»
а) меньше информации;

б) столько же информации;

в) больше информации.

4) Процесс построения модели, как правило, предполагает:
а) описание всех свойств исследуемого объекта;

б) выделение наиболее существенных с точки зрения решаемой задачи свойств объекта;

в) выделение свойств объекта безотносительно к целям решаемой задачи;

г) описание всех пространственно-временных характеристик изучаемого объекта;

д) выделение не более трех существенных признаков объекта.

5) Математическая модель объекта — это:
а) созданная из какого-либо материала модель, точно отражающая внешние признаки объекта-оригинала;

б) описание в виде схемы внутренней структуры изучаемого объекта;

в) совокупность данных, содержащих информацию о количественных характеристиках объекта и его поведения в виде таблицы;

г) совокупность записанных на языке математики формул, отражающих те или иные свойства объекта-оригинала или его поведение;

д) последовательность электрических сигналов.

6) Модель есть замещение изучаемого объекта другим объектом, который отражает:
а) все стороны данного объекта;

б) некоторые стороны данного объекта;

в) существенные стороны данного объекта;

7) Найти область значений функции $f(x) = 2 \cdot \cos(2x-1)+1$.

8) Закончите предложение: "Можно создавать и использовать …"
а) разные модели объекта

б) единственную модель объекта

в) только натурную модель объекта

9) Найти прообраз отрезка $[5;8]$ при отображении $f(x) = 3 \cdot x - 1$.

10) Найти чему равна частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^2 y^2 + 2xy$ в точке $M(1;2)$.

Примеры заданий для практических работ

Тема 1.1 Построение аналитических моделей методами теории подобия и размерностей

1. Модель «хищник—жертва» предсказывает сопряженные колебания численности жертв и хищников. Исследовать зависимость запаздывания амплитуд колебаний численности хищников от амплитуд колебаний численности жертв в зависимости от значений параметра *a.* Значения остальных параметров фиксировать по усмотрению.
2. Изучить характер эволюции популяции при значениях параметров b, a, *n* в зависимости от значения параметра a в диапазоне 1 < a < 10,
Есть ли качественные различия в характере эволюции в зависимости от значения a?

Тема 1.2 Применение вероятностных подходов для построения аналитических моделей. Вывод аналитических соотношений упрощением исходной задачи

1. Парашютист прыгает с некоторой высоты и летит, не открывая парашюта; на какой высоте и через какое время ему следует открыть парашют, чтобы к моменту приземления иметь безопасную скорость (не большую 10 м/с)?
3. Промоделировать падение тела с заданными характеристиками (массой, формой) в различных вязких средах. Изучить влияние вязкости среды на характер движения. Скорость движения должна быть столь невелика, чтобы квадратичной составляющей силы сопротивления можно было пренебрегать.

Тема 1.3 Решение линейных и нелинейных уравнений и систем уравнений с использованием MS Excel

1. Найти корни полинома

1. $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$
2. $3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 10 = 0$

2. Найдите решение нелинейного уравнения.

1. $e^{-2x} - 2x + 1 = 0$
2. $arctg(x-1) + 2x = 0$

Тема 1.4 Анализ математических моделей

1.Промоделировать процесс распространения инфекции стригущего лишая по участку кожи размером n*n *(п* — нечетное) клеток.

2. Смоделировать различные космические траектории. Задать различные значения для величии р, *a, v* и исследовать вопрос о движении аппарата вблизи Луны (или Земли) более подробно.

Раздел 2. Методы построения и преобразования математических моделей

Перечень вопросов для устного опроса на лекции

1) Что такое иерархия моделей?

2) Приведите понятия и признаки оптимизационной задачи.

3) Приведите классификацию и краткую характеристику методов математического программирования.

4) Приведите математическую модель задачи динамического программирования.

5) Охарактеризуйте постановку задач управления запасами.

6)Охарактеризуйте детерминированную модель управления запасами.

7)Опишите методику использования регрессионных моделей.

8)Приведите виды зависимостей в регрессионных моделях.

9)Дайте понятие мультиколлинеарности.

10)Приведите показатели, которые используются при оценке значимости в регрессионных моделях.

Тестовые задания

1) Материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе исследования замещает объект-оригинал так, что его непосредственное изучение дает новые знания об объекте- оригинале – это

а) модель

б) аналогия

в) абстракция

г) гипотеза

2) Для какого из методов больше подойдет характеристика: численный метод, моделирующий на ЭВМ псевдослучайные числовые последовательности с заданными вероятностными характеристиками

а) метод Ньютона

б) метод секущих

в) метод хорд

г) линейный конгруэнтный метод

д) метод Монте-Карло

3) В чем заключается построение математической модели?

а) в определении связей между теми или иными процессами и явлениями, создании математического аппарата, позволяющего выразить количественно связь между теми или иными процессами и явлениями, между интересующими специалиста физическими величинами, и факторами, влияющими на конечный результат;

б) в определении связей между теми или иными процессами и явлениями, создании математического аппарата, позволяющего выразить количественно и качественно связь между теми или иными процессами и явлениями, между интересующими специалиста физическими величинами, и факторами, влияющими на конечный результат;

в) в определении связей между теми или иными процессами и явлениями, создании математического аппарата, позволяющего выразить количественно связь между теми или иными процессами и явлениями, между интересующими специалиста математическими величинами, и факторами, влияющими на конечный результат;

г) в определении связей между теми или иными процессами и явлениями, создании математического аппарата, позволяющего выразить количественно и качественно связь между теми или иными процессами и явлениями, между интересующими специалиста математическими величинами, и факторами, влияющими на конечный результат.

4) Материальная точка единичной массы переместилась по оси Ox из положения $x=3$ в положение $x=5$. Чему равна работа силы $F(x)=1+x$ на этом перемещении?

5) Какая задача не поддается точному решению на ЭВМ в виде формул?

а) все указанные поддаются;

б) дифференциально-интегральная система уравнений;

в) интегральное уравнение 1-го порядка;

г) дифференциальная система уравнений;

д) система нелинейных уравнений.

6) Математическая модель задана функцией $z=\sqrt{x^2+y^2}$. Найти значение в точке $M(3;4)$ в направлении вектора $\vec{a}=(-3;4)$.

7) Чему равно среднее значение функции $y=3x^2+1$ на отрезке $[1;3]$?

8)Какой метод называется градиентным?

а) метод, в котором для нахождения корня используется значение производной

б) метод, в котором для нахождения корня используется нахожде ние значения функции в различных точках интервала изоляции

в) метод, в котором для нахождения корня используется нахож- дение значения функции на границах интервала изоляции

9) Вид моделирования, в котором отображаются вероятностные процессы

а) стохастическое

б) детерминированное

10) В каком случае квадратурная формула называется формулой прямоугольников, а метод – методом прямоугольников?

а) если в каждой из частей деления интервала [a,b] подынтегральная функция аппроксимируется многочленом второй степени

б) если в каждой из частей деления интервала [a,b] подынтегральная функция аппроксимируется многочленом нулевой степени, т.е. прямой, параллельной оси OX

в) если в каждой из частей деления интервала [a,b] подынте- гральная функция аппроксимируется многочленом первой степени, т.е. прямой, соединяющей две соседние узловые точки.

Примеры заданий для практических работ

Тема 2.1 Запуск и начало работы в среде Simulink. Генераторы входных сигналов и регистрация результатов. Основные линейные и нелинейные блоки. Решающие элементы. Библиотека блоков Simulink

1. Найти наилучшие стратегии по критериям: Вальда, Сэвиджа, Гурвица (коэффициент пессимизма равен 0,2), Гурвица применительно к матрице рисков (коэффициент пессимизма равен 0,4) для следующей платежной матрицы игры с природой (элементы матрицы - выигрыши):

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 & 6 & -8 & 7 & 4 \\ 7 & 5 & 5 & -4 & 8 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 10 & 0 & 2 \\ 9 & -9 & 7 & 1 & 3 & -6 \end{pmatrix}$$

2. Дана матрица игры с природой в условиях полной неопределенности (элементы матрицы - выигрыши):

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 4 & 7 \\ 0 & -1 & 3 & 8 \\ 10 & 6 & 0 & -4 \\ 12 & 6 & -1 & 5 \\ 6 & 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Требуется: проанализировать оптимальные стратегии игрока, используя критерии пессимизма-оптимизма Гурвица применительно к платежной матрице A и матрице рисков R при коэффициенте

пессимизма p = 0; 0,5; 1. При этом выделить критерии максимакса, Вальда и Сэвиджа.

Тема 2.2 Функциональные и структурные модели

1.Для производства двух видов изделий А и В используется токарное, фрезерное и шлифовальное оборудование. Нормы затрат времени для каждого из типов оборудования на одно изделие данного вида приведены в табл.8.2. В ней же указан общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия.

Таблица 8.2

Тип оборудования	Затраты времени (станко-часов) на обработку одного изделия		Общий фонд полезного рабочего времени
	A	B	
Фрезерное Токарное Шлифовальное	10 5 6	8 10 12	168 180 144
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	14	18	

Найти план выпуска изделий вида А и В, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

2.На звероферме могут выращиваться черно-бурые лисицы и песцы. Для обеспечения нормальных условий их выращивания используется три вида кормов. Количество корма каждого вида, которое должны ежедневно получать лисицы и песцы, приведено в табл.8.3. В ней же указаны общее количество корма каждого вида, которое может быть использовано зверофермой, и прибыль от реализации одной шкурки лисицы и песца.

Найти оптимальное соотношение количества кормов и численности поголовья лис и песцов.

Таблица 8.3

Вид корма	Количество единиц корма, которое ежедневно должны получать		Общее количество корма
	A	B	
Вид 1 Вид 2 Вид 3	2 4 6	3 1 7	180 240 426
Прибыль от реализации одной шкурки (руб.)	16	12	

Тема 2.3 Дискретно-детерминированные модели, построенные на основе дифференциальных уравнений, сравнение аналитических и численных решений уравнений

1.Решить транспортную задачу со следующими условиями (табл.8.15):

Таблица 8.15

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы
	B1	B2	B3	B4	
A1	3	4	6	1	460
A2	5	1	2	3	340
A3	4	5	8	1	300
Потребности	350	200	450	100	

2.Для строительства трех объектов используется кирпич, изготовляемый на трех заводах. Ежедневно каждый из заводов может изготовлять 100, 150 и 50 усл. ед. кирпича. Ежедневные потребности в кирпиче на каждом из строящихся объектах соответственно равны 75, 80, 60 и 85 усл. ед. Известны также тарифы перевозок 1 усл. ед. кирпича с каждого с заводов к каждому из строящихся объектов:

$$C = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 20 & 1 \end{pmatrix}$$

Составить такой план перевозок кирпича к строящимся объектам, при котором общая стоимость перевозок является минимальной.

Раздел 3. Моделирование динамических систем
Перечень вопросов для устного опроса на лекции

1) Дайте определение динамической системы.

2) Охарактеризуйте статистическое моделирование (метод Монте-Карло).
3) Приведите классификацию имитационных моделей.
4) Опишите процесс планирования и проведения вычислительного эксперимента.
5) Укажите назначение и составляющие систем моделирования.
6) В сколько этапов реализуется метод Ньютона?
7) Какой из способов аппроксимации данных нашел большее применение на практике?
8) Вид моделирования, в котором отображаются вероятностные процессы.
9) В чем заключается стохастический метод описания?
10) Что значит зависимость от предыстории?

Тестовые задания

1)Какой из методов не содержит рекуррентной формулы серединного квадрата?
а) квадратичный конгруэнтный
б) Метод половинного деления применим для случая алгебраического уравнения
в) трансцендентного уравнения
г) применимо к обоим

2) Тело начинает движение со скоростью $v = t^2 + 1$. Какой путь пройдет тело за время от $t = 0$ до $t = 3$?

3) Дифференциальное уравнение высоких порядков можно
а) решить методами Гаусса
б) решить методами Рунге-Кутта
в) решить методами Ньютона
4) Каким способом решаются задачи экстраполяции и интерполяции?
а) посредством нахождения аналитического выражения некоторой вспомогательной функции F(x), которая расширяла бы заданную табличную функцию, т.е. в узловых точках принимала бы значения табличных функций;
б) посредством нахождения аналитического выражения некоторой вспомогательной функции F(x), которая расширяла бы заданную табличную функцию, т.е. в узловых точках принимала бы расширенные значения табличных функций;
в) нет правильного ответа.
5) В чем заключается центральная предельная теорема?
а) при сложении достаточно большого количества независимых случайных величин с произвольным законом распределения получается случайная величина, распределенная по нормальному закону;

б) при сложении достаточно большого количества взаимосвязанных случайных величин с произвольным законом распределения получается случайная величина, распределенная по равномерному закону;

в) при сложении достаточно большого количества независимых случайных величин с произвольным законом распределения получается случайная величина, распределенная по равномерному закону;

г) при сложении достаточно большого количества взаимосвязанных случайных величин с произвольным законом распределения получается случайная величина, распределенная по нормальному закону

6) Что означает фраза дана табличная функция?

а) дана таблица, в которой для некоторых непрерывных значений аргумента xi, расположенных в порядке возрастания, заданы соответствующие значения функции yi;

б) дана таблица, в которой для некоторых дискретных значений аргумента xi, расположенных в порядке возрастания, заданы соответствующие значения функции yi;

в) нет правильного ответа.

7) Чему равно общее решение уравнения $2 \cdot y' = 7 \cdot y$, если $x = 1$ и $C = 0$?

8) Чему равно решение задачи Коши $y' - 4 \cdot x = 3$, $y(1) = 3$ при $x = 1$?

9) В чем заключается геометрический смысл интегральной функции распределения?

а) это вероятность того, что случайная величина X примет значение, которое на числовой оси лежит в точке x

б) это вероятность того, что случайная величина X примет значе ние, которое на числовой оси лежит левее точки x

в) это вероятность того, что случайная величина X примет значение, которое на числовой оси лежит правее точки x.

Примеры заданий для практических работ

Тема 3.1 Моделирование динамических систем в Simulink

1. Для модели в фазовой плоскости *(a,b)* найти границы зон, разделяющих режим колебательного установления стационарной численности популяции изучаемой системы и режим устойчивых предельных циклов.

2. Реализовать моделирование межвидовой конкуренции по формулам при значениях параметров r1 = 2,r2= 2,k1 = 200, k2 = 200, a12 = 0,5,a21= *0,5.* Проанализировать зависимость судьбы популяций от соотношения значений их начальной численности n1,n2.

Тема 3.2 Детерминированные и стохастические модели

1. Разработать и исследовать усовершенствованную модель взлета ракеты, приняв во внимание, что реальные космические ракеты обычно двух- и трехступенчатые и двигатели разных ступеней имеют разную силу тяги.
2. Промоделировать движение исследовательского зонда, снабженного разгонным двигателем небольшой мощности, «выстреленного» вертикально вверх с уровня земли. В верхней точке траектории двигатель выключается, над зондом раскрывается парашют, и он плавно спускается в точку старта.

Раздел 4. Уравнения в частных производных 1-го и 2-го порядков

Перечень вопросов для устного опроса на лекции

1) Что называется линейным однородным уравнением 1- го порядка с частными производными?
2) Что называется квазилинейным уравнением 1-го порядка с частными производными?
3) Что такое система характеристик линейного однородного уравнения?
4) Что такое система характеристик квазилинейного однородного уравнения?
5) Перечислите формы систем характеристик.
6) Что называется линейным неоднородным уравнением 1- го порядка с частными производными?
7) Что называется квазилинейным неоднородным уравнением 1-го порядка с частными производными?
8) Приведите схему решения линейного однородного уравнения 1- го порядка с частными производными.
9) Приведите схему решения квазилинейного однородного уравнения 1-го порядка с частными производными.
10) В чем заключается общая схема нахождения канонического вида уравнения с частными производными 2-го порядка?

Тестовые задания

1)Уравнение с частными производными

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

называется:
а) Дифференциальным уравнением Максвелла;
б) Уравнением теплопроводности;
в) Волновым уравнением;
г) Одномерным волновым уравнением.

2) Дифференциальное уравнение называется линейным, если
а) Все независимые переменные входят в уравнение в первой степени;
б) Все неизвестные функции и их производные входят в первой степени;
в) Все переменные входят в первой степени;
г) Все неизвестные функции входят в уравнение в первой степени.

3) Чему равно общее решение уравнения $2 \cdot y' = 7 \cdot y$, если $x = 1$ и $C = 0$?

4) Задача Коши для уравнения теплопроводности с начальными и граничными значениями имеет:
а) Единственное решение;
б) Два решения;
в) Нет решений;
г) Много решений.

5) В какой точке нарушаются условия теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнения $y' = \frac{3x + 2y}{3x - 9y}$?

6) Методом Даламбера решается задача Коши для уравнения:
а) Волнового;
б) Пуассона;
в) Лапласа;
г) Теплопроводности.

7) Метод решения дифференциальных уравнений, который позволяет от одного уравнения перейти к нескольким уравнениям, но с меньшим числом независимых переменных:
а) Метод дифференциальных преобразований;
б) Метод интегральных преобразований;
в) Метод преобразований Фурье;
г) Метод разделения переменных.

8) Чему равно общее решение уравнения $2 \cdot x \cdot y' = 7 \cdot y$ при $x = 1$ и $C = 2$?

9) Определить тип дифференциального уравнения.

$$x\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 2\sqrt{xy}\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + y\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\frac{\partial U}{\partial y} = 0$$

а) гиперболический
б) эллиптический
в) параболический

г) Смешанный.

10) Канонический вид уравнения какого типа приведён

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2}+\frac{1}{3}\frac{\partial U}{\partial \eta}=0$$

а) гиперболический
б) параболический
в) эллиптический.

Примеры заданий для практических работ

Тема 4.1 Решение линейных уравнений в частных производных первого порядка

Решить уравнения в частных производных первого порядка

1. $x^2\frac{\partial u}{\partial x}+y^2\frac{\partial u}{\partial y}+z^2\frac{\partial u}{\partial z}=u,$
2. $y\frac{\partial u}{\partial x}+x\frac{\partial u}{\partial y}=x^2+y^2,$

Тема 4.2 Приведение к канонической форме уравнений в частных производных второго порядка

Определить тип и привести к каноническому виду следующие дифференциальные уравнения:

1. $u_{xx}+2u_{xy}+5u_{yy}-32u=0$
2. $u_{xx}-2u_{xy}+u_{yy}+9u_x+9u_y-9u=0,$

Раздел 5. Уравнения гиперболического типа

Перечень вопросов для устного опроса на лекции

1) Какой тип имеет уравнение колебаний струны?
2) Что называется уравнением колебаний струны?
3) Какие существуют методы решения уравнения колебаний струны?
4) Чем отличается однородное уравнение от неоднородного?
5) В чем физический смысл неоднородного уравнения?
6) Какие существуют краевые задачи для уравнения колебаний струны?
7) В чем смысл задачи Штурма-Лиувилля?
8) Как записывается задача Коши?
9) В чем заключается основная идея метода разделения переменных?
10) Как описать вынужденные колебания струны?

Тестовые задания

1) Обратной волной называется:
а) Процесс передвижения импульса по струне;
б) произвольная функция C(x-at), где a – скорость волны, t - время колебание;
в) процесс передвижения отклонения по струне
г) произвольная функция C(x+at), где a – скорость волны, t – время.

2) Найти общее решение и решение, удовлетворяющее начальным условиям в точке M(1;2):

$$y'' + 6y' + 13y = 26x - 1, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$$

3) Осесимметрическое колебание круглой мембраны - это колебание мембраны, при котором все точки окружности радиуса r < R с центром
а) в начале координат
б) в начальный момент времени имеют скорости и отклонения, не зависящие от угла
в) в начальный момент времени имеют скорости и отклонения, зависящие от угла
г) в любой момент времени имеют скорости и отклонения, не зависящие от угла
д) в любой момент времени имеют скорости и отклонения, зависящие от угла.

4) Прямой волной называется
а) процесс передвижения отклонения по струне
б) произвольная функция C(x-at), где a – скорость волны, t - время колебание
в) произвольная функция C(x+at), где a – скорость волны, t - время
г) процесс передвижения импульса по струне.

5) Найти решение уравнения $xu_x + yu_y = 0.$ в точке M(2;3) при C=0.

6) Найти общее решение и решение, удовлетворяющее начальным условиям в точке M(0;2):

$$y'' + 6y' + 13y = 2x - 1, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$$

7) Формула Пуассона дает решение неоднородного уравнения колебаний
а) на плоскости с заданными начальными условиями
б) в неограниченном двухмерном пространстве с заданными начальными условиями
в) в неограниченном трехмерном пространстве с заданными начальными условиями.

8) Укажите, какие утверждения верны:
А) Метод интегральных преобразований - метод решения дифференциальных уравнений, который позволяет от одного уравнения перейти к нескольким уравнениям, но с меньшим числом независимых переменных
В) Метод разделения переменных - метод решения дифференциальных уравнений, который позволяет уменьшить число независимых переменных (по которым проводится дифференцирование), преобразуя некоторые переменные в параметры (по которым уже нет дифференцирования)
а) А – да, В – да
б) А – да, В – нет
в) А – нет, В – да
г) А – нет, В – нет.

9) Укажите, какие утверждения верны:
А) Метод преобразования Фурье - метод решения дифференциальных уравнений, который позволяет уменьшить число независимых переменных (по которым проводится дифференцирование), преобразуя некоторые переменные в параметры (по которым уже нет дифференцирования)
В) Дельта-функцию можно рассматривать как предел функциональных последовательностей, ее свойства непротиворечивы и согласованы со свойствами обычных функций комплексного переменного
а) А – да, В – да
б) А – нет, В – нет
в) А – да, В – нет
г) А – нет, В – да

10) Метод решения дифференциальных уравнений, который позволяет от одного уравнения перейти к нескольким уравнениям, но с меньшим числом независимых переменных
а) Метод интегральных преобразований
б) Метод преобразования Фурье
в) Метод дифференциальных преобразований
г) Метод разделения переменных.

Примеры заданий для практических работ

Тема 5.1 Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных

1.Найти колебание закрепленной на концах струны длины l , если начальное отклонение и начальная скорость $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $0 \le x \le l$ имеют вид

$$\varphi(x) = 0, \qquad \psi(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x \le l/2, \\ 2, & l/2 < x \le l. \end{cases}$$

2.Найти колебание закрепленной на концах струны длины π , если
$\varphi(x) = \sin 2x, \quad \psi(x) = \sin x.$

Тема 5.2 Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье). Задача Штурма-Лиувилля

Решить задачу Штурма – Лиувилля

1. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 3/2 \le x \le 2, \\ y(3/2) = y'(2) = 0. \end{cases}$

2. $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & \pi/4 \le x \le \pi/2, \\ y(\pi/4) = y'(\pi/2) = 0. \end{cases}$

Тема 5.3 Решение неоднородного уравнения колебаний струны

1.Найти положение неограниченной струны в моменты времени $t_k = \dfrac{\pi k}{2a}$, возбужденной начальным локальным отклонением

$$\varphi(x) = \begin{cases} x(\pi - x), & 0 \le x \le \pi, \\ 0, & x < 0 \text{ либо } x > \pi, \end{cases} \qquad \psi(x) = 0.$$

2.Найти положение неограниченной струны в моменты времени $t_k = \dfrac{\pi k}{2a}$, возбужденной начальным локальным отклонением

$$\varphi(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le \pi/2, \\ \pi - x, & \pi/2 < x \le \pi, \\ 0, & x < 0 \text{ либо } x > \pi, \end{cases} \qquad \psi(x) = 0.$$

Раздел 6. Уравнения параболического типа

Перечень вопросов для устного опроса на лекции

1) Что называется уравнением теплопроводности?
2) Какой тип имеет уравнение теплопроводности?
3) Какие существуют методы решения уравнения теплопроводности?
4) Чем отличается однородное уравнение от неоднородного?

5) В чем физический смысл неоднородного уравнения?
6) Какие существуют краевые задачи для уравнения теплопроводности?
7) В чем смысл задачи Штурма-Лиувилля для конечного стержня?
8) Как записывается задача Коши для уравнения теплопроводности?
9) Как записывается задача Коши для полубесконечного стержня?
10) Как задать внешний температурный режим для стержня?

Тестовые задания

1) Уравнение теплопроводности после преобразования Фурье имеет вид
а) s2u + uxx = 0
б) s2u - uxx = 0
в) ut - s2u = 0
г) ut + s2u = 0.

2) Найти решение уравнения в т. M(1;2) при C=0:

$$y' + x^2 y = x^2.$$

3) Уравнение теплопроводности (одномерное) имеет вид
а) Utt = a2Uxx
б) Ut = a2Uxx
в) Utt = a2Ux
г) Ut = a2Ux.

4) Уравнение теплопроводности в пространстве имеет вид
а) Ut = a2(Uxx +Uyy + Uzz)
б) Utt = a2(Uxx -Uyy + Uzz)
в) Utt = a2(Uxx +Uyy + Uzz)
г) U = a2(Uxx + Uyy)

5) Параболический тип имеет уравнение
а) 2Uxx + Uxy = 0
б) 3Uxx - Uyy = 0
в) Uxx + 2Uxy - Uyy = 0
г) Uxx – 8Uxy + 4Uyy = 0

6) Найти решение задачи Штурма – Лиувилля в т. M(0;1) при C=1:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \quad 3/2 \le x \le 2, \\ y(3/2) = y'(2) = 0. \end{cases}$$

7)Даны два утверждения: 1) уравнение Uxx + x2Uy + zU = 0 имеет первый порядок, 2) уравнение y2Ux + xUy + (zUz)2 = 0 имеет первый порядок. Утверждения

а) первое неверно, второе верно
б) первое верно, второе неверно
в) оба верны
г) оба неверны

8) Методом Фурье решить смешанную задачу для волнового уравнения $u''_{tt} = a^2 u''_{xx}$ на отрезке [0;2] при a=3.

9) Даны два утверждения: 1) уравнение y(Ux)2 + (Uy)2 – z(Uz)2 = 0 имеет второй порядок, 2) уравнение y3(Uxy) + x3(Uyz) - z3(Uzz) = 0 имеет первый порядок. Утверждения

а) оба неверны
б) оба верны
в) первое неверно, второе верно
г) первое верно, второе неверно

10) Даны два утверждения: 1) уравнение yUxx + xUyy – z2Uzz = 0 имеет второй порядок, 2) уравнение y2Uxy – x2Uzx + z2Uzy = 0 имеет второй порядок. Утверждения

а) оба верны
б) первое неверно, второе верно
в) оба неверны
г) первое верно, второе неверно.

Примеры заданий для практических работ

Тема 6.1 Уравнение теплопроводности. Постановка краевой задачи

1.Найти распределение температуры в стержне длины *l* с теплоизолированной боковой поверхностью, на концах которого поддерживается температура

$$u(0,t) \equiv u_0, \quad u(l,t) \equiv u_1, \quad t > 0,$$

а начальная температура равна

$$\varphi(x) = \sin\frac{2\pi x}{l}, \qquad 0 \le x \le l.$$

2.Найти распределение температуры в стержне длины *l* с теплоизолированной боковой поверхностью, если

$$u(0,t) \equiv u(l,t) = 0, \qquad t > 0,$$

$$\varphi(x) = e^x, \qquad 0 \le x \le l.$$

Тема 6.2 Решение однородного уравнения теплопроводности. Постановка краевой задачи

Найти решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности $u'_{tt} = a^2 u''_{xx}$ на отрезке $[0; l]$, удовлетворяющее начальному условию $u(x,0) = \varphi(x)$, если

1. $u'_t = 16u''_{xx},\ 0 < x < 3,\ t > 0,$
$u(x,0) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le 3/2, \\ 3 - x, & 3/2 < x \le 3, \end{cases}$
$u(0,t) = u(3,t) = 0.$

2. $u'_t = u''_{xx},\ 0 < x < 3,\ t > 0,$
$u(x,0) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le 1, \\ 2 - x, & 1 < x \le 2, \end{cases}$
$u(0,t) = u(2,t) = 0.$

Раздел 7. Уравнения эллиптического типа

Перечень вопросов для устного опроса на лекции

1) Что называется уравнением Лапласа?
2) Какой тип имеет уравнение Лапласа?
3) Какие существуют методы решения уравнения Лапласа?
4) Чем отличается однородное уравнение Лапласа от неоднородного?
5) В чем физический смысл уравнения Пуассона?
6) Какие существуют краевые задачи для уравнения Лапласа?
7) В чем смысл задачи Дирихле для круга?
8) Как записывается задача Неймана для уравнения Лапласа?
9) Какие существуют частные решения уравнения Лапласа?
10 В чем заключается условие существования задачи Неймана?

Тестовые задания

1)Определить тип дифференциального уравнения.

$$x\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 2\sqrt{xy}\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + y\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\frac{\partial U}{\partial y} = 0$$

а) гиперболический
б) эллиптический
в) параболический
г) смешанный

2)Определить тип уравнения и вид краевой задачи.

$$\begin{cases} U_{tt} = a^2 U_{xx} \\ U(x,0) = \mu(x), U_t(x,0) = \nu(x) \\ U_x(0,t) = U_x(l,t) = 0 \end{cases}$$

а) эллиптический, 1 краевая задача
б)параболический, 3 краевая задача
в) гиперболический, 2 краевая задача
г) гиперболический, 1 краевая задача

3) Определить тип уравнения $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$
а) волновое уравнение
б) уравнение Лапласа
в) уравнение теплопроводности
г) уравнение Пуассона

4) Собственные значения и собственные функции для следующей задачи на собственные значения имеют вид:

$$\begin{cases} X'' - \lambda X = 0 \\ X(0) = 0; X'(l) = 0 \end{cases}$$

$\lambda_n = -\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2$ $\lambda_n = \frac{\pi(2n+1)}{2l}$ $\lambda_n = -\left(\frac{\pi(2n+1)}{2l}\right)^2$

а) $X_n = C_n \sin\frac{\pi n x}{l}$ б) $X_n = C_n \cos\frac{\pi(2n+1)x}{2l}$ в) $X_n = C_n \sin\frac{\pi(2n+1)}{2l}$

5) Канонический вид уравнения какого типа приведён
$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \frac{1}{3}\frac{\partial U}{\partial \eta} = 0$
а) гиперболический
б) параболический
в) эллиптический.

6) Чему равно решение задачи Штурма – Лиувилля в т. M(0;1) при C=1:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \quad 3/2 \le x \le 2, \\ y(3/2) = y'(2) = 0. \end{cases}$$

7) Уравнение Лапласа на плоскости имеет вид
а) Ux = Uyy
б) Uxx + Uyy = 0
в) Uxx = Uyy + Uzz
г) Uxx = Uyy

8) Найти общее решение и решение, удовлетворяющее начальным условиям в точке M(0;2):

$$y'' + 6y' + 13y = 2x - 1, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$$

9) В какой точке нарушаются условия теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнения $y' = \frac{3x+2y}{3x-9y}$?

10) Функция U1 - решение линейного однородного уравнения LU = 0, функция U2 - решение неоднородного уравнения LU = sinxy. Тогда решением второго уравнения будет также функция

а) 2U1 + U2
б) U1 - U2
в) U1 + 2U2
г) U1 + 2U2.

Примеры заданий для практических работ

Тема 7.1 Задача Дирихле для круга

1.Найти установившееся распределение температуры в круге радиуса a, если на его границе поддерживается температура

$$u\big|_{\rho=a} = A \cdot x \cdot y.$$

2.Найти установившееся распределение концентрации среды вследствие диффузии в круге радиуса a, если на границе концентрация имеет вид

$$u\big|_{\rho=a} = A\sin^2\varphi + B\cos^2\varphi.$$

Тема 7.2 Задача Неймана для круга

1.Найти поле потенциала электрического поля в вакууме внутри круга радиуса a (цилиндрический конденсатор), если на границе потенциал имеет вид

$$u\big|_{\rho=a} = \begin{cases} U_0 & 0 < \varphi < \pi, \\ U_1 & \pi < \varphi < 2\pi. \end{cases}$$

2.Решить задачу Неймана для круга радиуса *a*, если

$$f = A(x^2 - y^2);$$

3 Вопросы к зачету для промежуточной аттестации

1) В каком случае квадратурная формула называется формулой прямоугольников, а метод – методом прямоугольников?
2) Для изучения каких систем используется аналитическое моделирование?
3) Что требуется для нахождения объективных и устойчивых характеристик процесса при статистическом моделировании?
4) Чем аппроксимируется искомая функция y(x) на каждом шаге интегрирования дифференциальных уравнений в методе Рунге-Кутта 4-го порядка?
5) Что такое математическая модель?
6) В сколько этапов реализуется метод Ньютона?
7) Какие шаги входят в состав исследования объекта, процесса или системы и составления их математического описания при математическом моделировании?
8) Какой из способов аппроксимации данных нашел большее применение на практике?
9) Каким методом решается транспортная задача?
10) Какая функция равномерного распределения существует?
11) Методы решения задач линейного программирования.
12) Классификация математических моделей по учету фактора неопределенности.
13) Метод половинного деления.
14) Метод Монте-Карло.
15) Этапы построения математической модели.
16) Метод стохастического моделирования.
17) Полный факторный эксперимент.
18) Метод наименьших квадратов.
19) Оценка значимости коэффициентов линейной регрессии.
20) Метод Лагранжа.
21) Метод Рунге-Кутта.
22) Метод северо-западного угла.
23) Критерий Фишера.
24) Оценка значимости коэффициентов квадратичной регрессии.
25) Экспоненциальное распределение.

4 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации

1) Линейные однородные уравнения первого порядка с частными производными.
2) Квазилинейные уравнения первого порядка.
3) Классификация уравнений с частными производными 2-го порядка.
4) Уравнение колебаний струны. Краевые и начальные условия.
5) Задача Коши.
6) Решение уравнения колебаний струны методом Даламбера.

7) Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье).
8) Неоднородное уравнение колебаний струны.
9) Задача Штурма-Лиувилля.
10) Уравнение теплопроводности.
11) Неоднородное уравнение теплопроводности.
12) Постановка краевой задачи для уравнения теплопроводности.
13) Решение уравнения теплопроводности.
14) Уравнение Лапласа.
15) Гармонические функции и решения уравнения Лапласа.
16) Уравнение Лапласа в криволинейных координатах.
17) Частные решения уравнения Лапласа.
18) Уравнение Пуассона.
19) Задача Дирихле для круга.
20) Интеграл Пуассона.
21) Задача Неймана для круга.
22) Третья краевая задача для уравнения Лапласа.
23) Решение уравнения Пуассона.
24) Уравнение колебаний мембраны.
25) Задача Дирихле для шара.

Задачи к экзамену для промежуточной аттестации

1)Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом 2π) функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[-\pi;\pi]$.

$$f(x)=\begin{cases}0, & -\pi\le x<0,\\ x-1, & 0\le x\le\pi.\end{cases}$$

2)Решить задачу Штурма – Лиувилля.

$$\begin{cases}y''+\lambda y=0, & 3/2\le x\le 2,\\ y(3/2)=y'(2)=0.\end{cases}$$

3)Методом Даламбера найти форму струны, определяемую волновым уравнением $u''_{tt}=a^2u''_{xx}$, если в начальный момент времени ее форма и скорость удовлетворяют условиям Коши $u(x,0)=f(x)$, $u'_t(x,0)=\bar{f}(x)$.

4)Привести к каноническому виду следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial^2u}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2u}{\partial x\partial y}-3\frac{\partial^2u}{\partial y^2}+2\frac{\partial u}{\partial x}+6\frac{\partial u}{\partial y}=0.$$

5)Методом Фурье решить смешанную задачу для волнового уравнения $u''_{tt}=a^2u''_{xx}$ на отрезке $[0;l]$.

6)Определить тип уравнения. Найти общее решение.

$$y' + x^2 y = x^2.$$

7)Найти общее решение и решение, удовлетворяющее начальным условиям:

$$y'' + 6y' + 13y = 26x - 1, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$$

8)Методом Фурье решить смешанную задачу для волнового уравнения $u''_{tt} = a^2 u''_{xx}$ на отрезке $[0; l]$, если

$$u''_{tt} = 4u''_{xx}, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < t < \infty,$$

$$u(x,0) = f(x) = x(2-x), \quad u'_t(x,0) = \bar{f}(x) = 0,$$

$$u(0,t) = 0, \quad u(2,t) = 0.$$

9)Найти решение уравнения теплопроводности $u'_t = 9u''_{xx}$ для неограниченного стержня $(-\infty < x < \infty,\ t > 0)$, удовлетворяющее начальному условию, если

$$u(x,0) = \varphi(x) = \begin{cases} 4, & 1 \le x \le 2, \\ 0, & x < 1,\ x > 2. \end{cases}$$

10)Привести к каноническому виду уравнение

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

11)Однородная струна длиной l натянута между точками $x = 0$ и $x = l$. В точке $x = c$ струна оттягивается на небольшое расстояние h от положения равновесия и в момент $t = 0$ отпускается без начальной скорости. Определить отклонение $u(x,t)$ струны для любого момента времени.

12)Найти решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности $u'_{tt} = a^2 u''_{xx}$ на отрезке $[0; l]$, удовлетворяющее начальному условию $u(x,0) = \varphi(x)$.

13)Решить задачу Неймана для круга радиуса a, если $f = A\sin\varphi + B\sin^3\varphi.$

14)Рассмотреть вынужденные колебания закрепленной на концах струны под действием силы $f(x,t) = g, \quad g = const$ (струна равномерно нагружена). Начальная форма струны имеет вид $u(x,0) = \dfrac{x(l-x)}{M}, \quad M = const$. Начальная скорость струны равна нулю.

15)Дан тонкий однородный стержень длиной l, изолированный от внешнего пространства, начальная температура которого равна cx/l^2. Концы стержня поддерживаются при температуре 0^0. Определить температуру стержня в момент времени $t > 0$.

16)Найти решение уравнения

$u_t - a^2 u_{xx} = Ae^{-t}, \qquad 0 < x < l,\ t > 0,$ удовлетворяющее условиям

$u(0,t) = u(l,t) = 0, \quad t > 0$

$u(x,0) = cx / l^2.$

17)Решить задачу Дирихле для круга для уравнения $u_{xx} + u_{yy} = 0$ с краевым условием на границе круга $u = e^{\varphi}$.

18)Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le 1, \\ 2 - x, & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

на отрезке $[0;2]$ и найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$.

19)Решить уравнение

$\boldsymbol{xu_x + yu_y = 0.}$

20)Решить уравнение

$\boldsymbol{xuu_x + yuu_y = -(x^2 + y^2).}$

21) Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом 2π) функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[-\pi;\pi]$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0, \\ x, & -\pi \le x \le 0. \end{cases}$$

22) Привести к каноническому виду уравнение

$$2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 4\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} - 2\frac{\partial u}{\partial y} + u + x = 0.$$

23) Решить уравнение

$xy\frac{\partial u}{\partial x} + (x - 2u)\frac{\partial u}{\partial y} = yu.$

24) Определить тип и привести к каноническому виду уравнение

$9u_{xx} - 6u_{xy} + u_{yy} + 10u_x - 15u_y - 50u + x - 2y = 0$

25) Найти общее решение и решение, удовлетворяющее начальным условиям:

$$y'' + 6y' + 13y = 2x - 1, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$$