Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор института
информационных технологий и
автоматизированных систем
_____ А.В. Зимин
подпись
«____» _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Анализ временных рядов и прогнозирование

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
(направленность (профиль): «Математическое моделирование и интеллектуальный анализ данных»)

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная форма

Срок обучения: 4 года

Год начала подготовки 2025

Новокузнецк
2025

СибГИУ
Подлинник электронного документа хранится в системе электронного согласования документов СибГИУ
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭП
Сертификат: daba56d7b892efca3bf5c04ed0251c98b19b099c
Владелец: Директор ИИТиАС Зимин Алексей Валерьевич
Действителен: с 15 января 2025 г. по 10 апреля 2026 г.
Дата и время: 13-05-2025 15:07:58 ПРОВЕРИТЬ ПОДПИСЬ

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:
- формирование у обучающихся математических знаний, необходимых для изучения ряда общенаучных дисциплин;
- повышение качества овладения обучающимися математического аппарата, необходимого для решения прикладных математических задач профессиональной деятельности.

Задачами учебной дисциплины являются:
- формирование у обучающихся математических знаний, умений и навыков, необходимых для формирования общепрофессиональных компетенций;
- развитие логического и алгоритмического мышления обучающихся;
- выработка умения самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам обязательной части **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Учебная дисциплина базируется на предварительном усвоении обучающимися учебных дисциплин:
- Математика;
- Теория вероятностей и математическая статистика.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:
- Прикладная статистика.

3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– Общепрофессиональные компетенции

Наименование категории (группы) ОПК	Код и наименование ОПК	Код и наименование индикатора достижения ОПК	Планируемые результаты обучения
Теоретические и практические основы профессионально	ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические	ОПК-3.1 Применяет классические математические	– знать: основные методы анализа временных рядов, аппарат

й деятельности	модели для решения задач в области профессиональной деятельности	модели для решения прикладных задач	стохастического анализа. – уметь: применять современные методы анализа временных рядов и стохастического анализа для приложения к решению задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности.
		ОПК-3.2 Модифицирует математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	– знать: основные современные понятия и методы теории случайных процессов и случайных последовательностей . – уметь: выполнять операции со случайными функциями, находить собственные значения и собственные векторы линейных преобразований случайных функций, дифференцировать случайные функции и их композиции, применять основные формулы анализа временных рядов.
		ОПК-3.3 Решает задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, с применением математических моделей	– знать: основные методы получения, анализа, обработки информации, базовую терминологию и математическую символику для выражения количественных и качественных характеристик процессов и явлений. – уметь: определять свойства и параметры объекта, необходимые для

			построения адекватной поставленной задаче математической модели.

4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся. Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

Объем учебной дисциплины

Семестр / курс		***ИТОГО***	***8 семестр***
Форма промежуточной аттестации			*экзамен*
Трудоёмкость	*академ. час.*	***108***	*108*
	зачетных единиц	***3***	*3*
Лекции, *академ. час.*		***18***	*18*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Лабораторные работы, *академ. час.*		***0***	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Практические занятия, *академ. час.*		***18***	*18*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Курсовая работа / проект, *академ. час.*		***0***	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Консультации, *академ. час.*		***0***	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Самостоятельная работа, *академ. час.*		***54***	*54*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Контроль, *академ. час.*		***18***	*18*
в форме практической подготовки		***0***	*0*

Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Основные понятия анализа временных рядов;

Тема 1.1 Случайные процессы и их вероятностные характеристики (Определение случайного процесса. Конечномерные распределения случайного процесса. Временной ряд как реализация случайного процесса. Моментные характеристики случайного процесса);

Тема 1.2 Основные классы случайных процессов (Гауссовские случайные процессы. Случайные процессы с конечными моментами

второго порядка. Стационарные случайные процессы. Марковские процессы. Диффузионные процессы);

Раздел 2 Случайные последовательности;

Тема 2.1 Стационарные случайные последовательности (Основные характеристики стационарных случайных последовательностей. Стационарные временные ряды. Примеры стационарных случайных последовательностей. Спектральное представление стационарных случайных последовательностей);

Тема 2.2 Цепи Маркова (Вероятностные характеристики цепей Маркова. Эргодические цепи Маркова. Предельные вероятности состояний цепи Маркова);

Тема 2.3 Разностные стохастические уравнения (Модели авторегрессии и скользящего среднего. Многомерные разностные линейные стохастические уравнения. Фильтр Калмана. Нелинейная фильтрация марковских случайных последовательностей);

Раздел 3 Спектральный анализ временных рядов;

Тема 3.1 Элементы анализа случайных функций (Непрерывность случайных функций. Дифференцирование случайных функций. Интегрирование случайных функций. Дифференциальные уравнения со случайной правой частью);

Тема 3.2 Стационарные случайные функции (Основные характеристики стационарных случайных функций. Примеры стационарных случайных функций);

Тема 3.3 Стохастические дифференциальные уравнения (Линейные стохастические дифференциальные уравнения. Формирующий фильтр для стационарной случайной функции. Стохастические дифференциальные уравнения и диффузионные процессы);

Тема 3.4 Марковские случайные функции (Потоки событий. Вероятностное описание марковских случайных функций с дискретным множеством значений. Эргодические свойства однородных марковских случайных функций).

5 Перечень тем лекций

№ раздела / темы дисциплины	Темы лекций	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	Основные понятия анализа временных рядов.Случайные процессы и их вероятностные характеристики. Временной ряд как реализация случайного процесса.	6	
Раздел 2.	Случайные	6	

	последовательности. Стационарные случайные последовательности. Цепи Маркова.Разностные стохастические уравнения.		
Раздел 3.	Случайные функции.Элементы анализа случайных функций.Стационарные случайные функции. Стохастические дифференциальные уравнения. Марковские случайные функции.	6	
Итого:		**18**	**0**

6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы практических занятий (семинаров)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1; Тема 1.1; Тема 1.2.	Случайные процессы и их вероятностные характеристики. Основные классы случайных процессов	6	
Раздел 2; Тема 2.1; Тема 2.2; Тема 2.3.	Стационарные случайные последовательности. Цепи Маркова.Разностные стохастические уравнения.	6	
Раздел 3; Тема 3.1; Тема 3.2; Тема 3.3; Тема 3.4.	Элементы анализа случайных функций. Стационарные случайные функции. Стохастические дифференциальные уравнения. Марковские случайные функции	6	
Итого:		**18**	**0**

7 Перечень тем лабораторных работ

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лабораторных работ**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

№ раздела / темы	**Темы курсовых работ**	**Трудоемкость, *академ.час***

дисциплины	(проектов)	всего	в форме практической подготовки
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

9 Виды самостоятельной работы

№ раздела / темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	в форме практической подготовки
Раздел 1.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	18	
Раздел 2.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	18	
Раздел 3.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	18	
Контроль	*Подготовка к экзамену*	18	
Итого:		**72**	**0**

10 Матрица компетентностных задач по учебной дисциплине

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Контролируемые компетенции	Оценочные средства
Раздел 1.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 2.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 3.	ОПК-3	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии;

		3. Тестовые задания
Экзамен.	ОПК-3	1. Вопросы к экзамену; 2. Задачи к экзамену

11 Входной контроль

11.1 Цель входного контроля − определить начальный уровень подготовленности обучающихся и выстроить индивидуальную траекторию обучения. В условиях личностно-ориентированной образовательной среды результаты входного оценивания обучающегося используются как начальные значения в индивидуальном профиле академической успешности обучающегося.

11.2 Описание оценочных средств

Форма проведения входного контроля – тестирование.

Длительность тестирования – 20 минут.

Тестирование проводится в течение первых двух недель изучения учебной дисциплины в СУО «Moodle».

Для проведения тестирования используются тестовые задания для входного контроля (для ответа на 1 вопрос, как правило, выделяется 1 минута).

Шкала оценивания результатов тестирования

За каждый правильный ответ выставляется 1 балл. Оценка выставляется в зависимости от процента правильных ответов:

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка
86 до 100	«отлично»
от 67до 85	«хорошо»
от 50 до 66	«удовлетворительно»
менее 50	«неудовлетворительно»

Основываясь на результатах тестирования, формируется индивидуальная траектория обучающегося (группы обучающихся), исходя из следующих соображений:

– 86 – 100 % – обучающийся готов к изучению учебной дисциплины без дополнительного повторения изученного ранее материала;

– 50 – 67 % – обучающийся в целом готов к изучению учебной дисциплины, требуется повторение отдельных вопросов(тем) изученного ранее материала, необходимого для успешного освоения учебной дисциплины;

– 49% и менее – обучающийся имеет слабую подготовку к изучению учебной дисциплины, необходимы корректирующие занятия и консультации.

Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся приведены в приложении.

12 Текущий контроль

12.1 Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) обучающихся. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины и позволяет оценить степень освоения изученного материала.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе педагогического работника, в том числе посредством использования СУО «Moodle».

Формы проведения текущего контроля – вопросы для устного обсуждения (опроса); наблюдение за работой на практическом занятии; тестовые задания.

12.2 Описание оценочных средств

Шкалы оценивания (методики оценки)

12.2.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов обучающихся

С целью контроля и подготовки обучающихся к изучению новой темы в начале занятия лекционного типа (лекции) педагогическим работником проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущего раздела (темы).

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается умение грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);

– использование дополнительного материала (обязательное условие);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:

– полно и аргументировано отвечает по содержанию задания;

– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе самостоятельно составленные;

– излагает материал последовательно и правильно.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

– излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

– не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

– излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «неудовлетворительно» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала.

12.2.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования обучающихся

Тестирование проводится по изученным разделам (темам) учебной дисциплины для выявления уровня знаний и умений обучающегося, мотивирования обучающегося к активизации самостоятельной работы по усвоению учебного материала, выявления и устранения пробелов в знаниях, повышения дисциплины и организации учебной деятельности обучающегося.

Тестирование проводится в СУО «Moodle» в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся. Для тестирования используются вопросы из базы типовых тестовых заданий по изученным разделам (темам) учебной дисциплины. Обучающийся выбирает один ответ из предложенных вариантов ответа. В случае выбора неправильного ответа обучающийся получает за данный вопрос 0 баллов; в случае правильного ответа – 1 балл.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Максимальный балл	Проходной балл	Оценка
100%	не менее 50%	зачтено
менее 50%		не зачтено

12.2.3 Рекомендации по оцениванию в процессе наблюдения за работой на практическом занятии

Наблюдение за работой на практическом занятии – важнейший компонент контроля деятельности обучающихся и качества их обучения.

Критерии оценки в процессе наблюдения за работой на практическом занятии:

– самостоятельность выполнения задания и работы с методическими указаниями (учитывается работа в течение занятия, быстрота и способность нахождения в методических указаниях нужной информации);

– правильность выполнения работы (учитывается последовательность выполняемых действий, умение работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения работы с учетом индивидуальных особенностей обучающихся);

– активность обучающегося при выполнении практической работы (учитывается индивидуальная работа и работа в группе).

Критерии оценки по результатам наблюдения за работой на практическом занятии

Наименование параметра оценки	Максимальное количество баллов
Самостоятельно выполняет задания; умеет работать с методическими указаниями.	2,5
Указанные в методических указаниях действия выполняет в правильной последовательности; умеет работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники.	1,25
Рационально использует время, отведенное на задание; проявляет активность при выполнении практической работы.	1,25
Итого	**5**

Максимальное количество – 5 баллов соответствует оценке «отлично», 4 балла – «хорошо», 3 балла – «удовлетворительно», 2 балла – «неудовлетворительно».

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины приведены в приложении.

13 Промежуточная аттестация

13.1 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по учебной дисциплине предназначены для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения учебной дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяют определить качество усвоения изученного материала.

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по учебной дисциплине является: экзамен.

Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся включают: вопросы к экзамену; задачи к экзамену.

13.2 Оценивание обучающегося на экзамене

Оценка	Требования к знаниям
отлично	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций.
хорошо	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения.
удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.
неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине.

Задания и вопросы для промежуточной аттестации обучающихся приведены в приложении.

14 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

а) литература:

1 Тюрин, Ю. Н. Анализ данных на компьютере : учебное пособие для вузов / Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров. – 4-е изд., перераб. – Москва : Форум, 2010. – 367 с. : ил. – (Высшее образование).;

2 Булинский, А.В. Теория случайных процессов : учебное пособие / Булинский А.В., Ширяев А.Н. – Москва : Физматлит, 2005. – 408 с. – ISBN 5-9221-0335-0. – URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922103350.html (дата обращения: 25.03.2025);

3 Миллер, Б.М. Теория случайных процессов в примерах и задачах : учебное пособие / Миллер Б.М., Панков А.Р. – Москва : Физматлит, 2007. – 320 с. – ISBN 978-5-9221-0206-3. – URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102063.html (дата обращения: 25.03.2025);

4 Семаков, С.Л. Элементы теории вероятностей и случайных процессов : учебное пособие. – Москва : Физматлит, 2011. – 232 с. – ISBN 978-5-9221-1345-8. – URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113458.html (дата обращения: 25.03.2025);

5 Попова, И. Н. Анализ временных рядов : учебник для вузов / И. Н. Попова ; ответственный редактор В. В. Ковалев. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 74 с. — ISBN 978-5-534-18394-8. — URL: https://urait.ru/bcode/534918 (дата обращения: 25.03.2025).

б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 –]. – URL: http://libr.sibsiu.ru. – URL: https://libr.sibsiu.ru;

2 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 –]. – URL: http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp;

3 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 –]. – URL: http://www.studentlibrary.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

4 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Единая профессиональная база знаний для технических вузов - Издательство Лань" ЭБС»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 –]. – URL: http://e.lanbook.com. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 –]. – URL: https://urait.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

6 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 –]. – URL: https://biblioclub.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: http://www.biblioclub.ru;

7 НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU : база данных / ООО «НЭБ». – Москва, [200 –]. – URL: http://elibrary.ru. – Режим доступа: по подписке;

8 Электронные периодические издания ИВИС : универсальная база данных / ООО «ИВИС». – Москва, [200 –]. – URL: http://eivis.ru. – Режим доступа: по подписке.

в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– 7-Zip;
– Adobe Acrobat Reader;
– Astra Linux Special Edition;
– Kaspersky Endpoint Security;
– WinRAR;
– Р7-Офис.

г) базы данных и информационно-справочные системы:

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

15 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том числе:

- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным проектором;
- учебную аудиторию для проведения занятий семинарского типа (практических занятий);
- учебную аудиторию (помещения) для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;

- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Составитель(и):

профессор Варламов Вадим Валентинович (кафедра прикладной математики и информатики).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры прикладной математики и информатики.

Согласована:
Заведующий научно-исследовательской лабораторией математического моделирования НИФ КемГУ, д.т.н., проф.  В.О. Каледин

Приложение

1 Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся

Вариант 1

1. Проинтегрировать данное уравнение и определить семейство интегральных кривых уравнения.

$$y' = -\frac{1}{x}.$$

1) $y = C\ln x$; 2) $y = \frac{C}{x}$; 3) $y = x^2 + C$; 4) $y = -x + C$.

2. Проинтегрировать уравнение

$$xy' + y = \sin x.$$

1) $y = -\frac{1}{x}(-\cos x + C)$; 2) $y = \frac{1}{x}(\sin x + C)$; 3) $y = x^2\cos x + C$; 4) $y = xe^{x^2} + C$.

3. Определить тип уравнения. Найти общее решение.

$$xy' + y = y^2.$$

1) $y = x\ln x + C$; 2) $y = x^2 + C$; 3) $y = -\frac{1}{x(\ln x + C)}$; 4) $y = x\ln x^2 + C$.

4. Найти общее решение уравнения

1) $y = \frac{2}{3}x^{3/2} + C_1x + C_2$; 2) $y = \frac{3}{2}x^{3/2} + C_1x^2 + C_2$; 3) $y = \frac{2}{3}x^{3/2} + C_1x + C_2\ln x$;
4) $y = x^{2/3} + C_1x + C_2$.

5. Найти общее решение и решение, удовлетворяющее начальным условиям:

$y'' - y = x^2, \quad y(1) = y'(1) = 1.$

1) $y = C_1e^x + C_2xe^x + x^2 + 2, \ y = e^{x-1} + xe^{x+5} + x^2 + 2;$
2) $y = C_1e^x + C_2xe^x - x^2 - 2, \ y = -e^{x-1} + xe^{x-5} - x^2 - 2;$
3) $y = C_1e^{-x} + C_2xe^{-x} + x^2 + 2, \ y = -e^{x-1} + xe^{x-5} - x^2 + 2;$
4) $y = -C_1e^x + C_2xe^x - x^2 - 2, \ y = e^{x-1} + xe^{-x-5} + x^2 + 2.$

2 Вопросы и задания для текущего контроля знаний обучающихся по разделам учебной дисциплины

Раздел 1. Основные понятия анализа временных рядов

Контрольные вопросы при устном опросе на практическом занятии

1) Что называется временным рядом?
2) Что называется сечением случайного процесса?
3) Что называется действительным случайным процессом?
4) Что называется комплексным случайным процессом?
5) Что называется траекторией случайного процесса?
6) Что называется функцией распределения случайного процесса?
7) Какие случайные процессы называются эквивалентными?

8) Что называется математическим ожиданием случайного процесса?
9) Что является дисперсионной функцией случайного процесса?
10) Свойства стационарного временного ряда.

Тестовые задания

1. Если случайный процесс является стационарным в широком смысле, то
   а) он является также стационарным в узком смысле;
   б) он является также гауссовским;
   в) он является также винеровским;
   г) его дисперсия равна константе.
2. Спектральная плотность мощности стационарного в широком смысле случайного процесса является
   а) вещественной функцией;
   б) неотрицательной функцией;
   в) неотрицательно определенной функцией;
   г) четной функцией;
   д)нечетной функцией.

3. Для исчерпывающего описания процесса с независимыми значениями достаточно задать
   а) его одномерную функцию распределения;
   б) его математическое ожидание и дисперсию;
   в) его корреляционную функцию;
   г) его спектральную плотность мощности.

4. Для исчерпывающего описания процесса с независимыми приращениям достаточно задать

   а) его одномерную функцию распределения;
   б) его математическое ожидание и дисперсию;
   г) его корреляционную функцию;
   д) его спектральную плотность мощности.

5.Винеровский процесс является
   а) гауссовским;
   б) стационарным в узком смысле;
   в) стационарным в широком смысле;
   г) процессом с нулевым математическим ожиданием;
   д) процессом с независимыми приращениями;
   е) процессом с возрастающей дисперсией.

6.Однородный дискретный марковский процесс с непрерывным временем ис-черпывающе характеризуется
   а) матрицей переходных интенсивностей;
   б) матрицей переходных вероятностей;
   в) корреляционной функцией;
   г) одномерной функцией распределения;

д) спектральной плотностью мощности.

7.Одномерное броуновское движение частицы описывается

а) процессом с независимыми значениями;

б) пуассоновским процессом;

в) стационарным в широком смысле процессом;

г) стационарным в узком смысле процессом;

д) винеровским процессом.

8.Простейший поток событий обладает следующими свойствами:

а) интервал времени между событиями распределен по показательному закону;

б) число событий на заданном интервале времени распределено по закону Пуассона;

в) количества событий на непересекающихся интервалах времени являются независимыми;

г) промежуток времени до наступления очередного события распределен по

нормальному закону;

д) вероятность появления более одного события на интервале есть величина высшего порядка малости по сравнению с длиной интервала.

9.Любой гауссовский процесс (временной ряд) всегда является также

а) стационарным в широком смысле;

б) стационарным в узком смысле;

в) процессом с независимыми значениями;

г) процессом с независимыми приращениями.

10. Если случайный процесс является стационарным в узком смысле, то

а) он является также стационарным в широком смысле;

б) он является также гауссовским;

в) он является также пуассоновским;

г) его математическое ожидание равно константе.

Примеры заданий для практических работ

Тема 1.1 Случайные процессы и их вероятностные характеристики

1. Дифференциальная функция распределения случайной величины X имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 1;\\ \dfrac{3}{x^4} & при \quad x>1.\end{cases}$$

Найти: а) интегральную функцию распределения; б) вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале (2, 3).

2. Найти корреляционную функцию $K_Z(t_1,t_2)$ и дисперсию $D_Z(t)$, если $X(t)$, $Y(t)$ – некоррелированные случайные процессы, $Z(t) = t^2X(t) - Y(t)$

$\sin 2t + \cos t$, и даны корреляционные функции $K_X(t_1,t_2) = 1+\cos(t_2-t_1)$, $K_Y(t_1,t_2) = \exp(-|t_2-t_1|)$.

Тема 1.2 Основные классы случайных процессов

1. Найти математическое ожидание $m_X(t)$, корреляционную функцию $K_X(t_1,t_2)$, дисперсию $D_X(t)$ случайного процесса $X(t) = U\,\mathrm{sh}t - 3e^{-3t}V + t^2$, где U, V – некоррелированные случайные величины, $U \in R(-3; 3)$, $V \in P(1.2)$.

2. $X(t)$, $Y(t)$ – центрированные случайные процессы, $K_X(t_1, t_2) = 4\sin t_1 \sin t_2$, $K_Y(t_1, t_2) = 81\sin t_1 \sin t_2$, $K_{X,Y}(t_1, t_2) = 18\sin t_1 \sin t_2$. Найти математическое ожидание $m_Z(t)$, корреляционную функцию $K_Z(t_1, t_2)$, дисперсию $D_Z(t)$, нормированную корреляционную функцию $\rho_Z(t_1, t_2)$ случайного процесса $Z(t) = \sin 4t + e^{-2t}X(t) - e^{-t}Y(t)$.

Раздел 2. Случайные последовательности

Контрольные вопросы при устном опросе на практическом занятии

1) Что называется случайной последовательностью?
2) Что называется сечением случайной последовательности?
3) Что называется действительной случайной последовательностью?
4) Что называется комплексной случайной последовательностью?
5) Что называется траекторией случайной последовательности?
6) Что называется функцией распределения случайной последовательности?
7) Какие случайные временные ряды называются эквивалентными?
8) Что означает стохастическая эквивалентность в широком смысле?
9) Что называют элементарным случайным процессом?
10) Приведите три примера элементарных случайных процесса.

Тестовые задания

1.Стационарный в широком смысле «белый шум» обладает следующими свойствами:
   а) гауссовское распределение сечений;
   б) некоррелированность сечений;
   в) математическое ожидание равно константе;
   г) дисперсия равна константе;
   д) спектральная плотность мощности равна константе.

2.Двое играют в «орлянку» до полного банкротства одного из игроков. Чему равна вероятность выигрыша первого игрока, если начальные капиталы игроков равны, соответственно, **10** (у бросающего первым игрока) и **100** (у бросающего вторым игрока) ставкам?
а) **1/10;**

б)**1/11;**
в)**11/100;**
г) **11/111;**
д) другой ответ.

3.Два дуэлянта поочередно стреляют друг в друга. Вероятность попадания в соперника стреляющим первым дуэлянтом при каждом выстреле равна **1/4**, вторым – **1/2**. Дуэль продолжается до первого попадания. Найти вероятность «выигрыша» первого дуэлянта.

а) **0,3;**
б)**0,4**
в) **0,6;**
г) другой ответ.

4.Количество занятых телефонных линий на АТС наиболее адекватно описывается

а) процессом с независимыми значениями;
б) процессом с независимыми приращениями;
в) цепью Маркова с дискретным временем;
г) цепью Маркова с непрерывным временем;
д) винеровским процессом.

5.В простейшем потоке событий по закону Пуассона распределено

а) интервал времени между соседними событиями;
б) максимальный интервал времени между событиями на заданном временном промежутке;
в) минимальный интервал времени между событиями на заданном временном промежутке;
г) промежуток времени до наступления очередного события.

6.Какие из приведенных ниже характеристик случайного процесса относится к марковскому процессу?

а) процесс без памяти;
б)вероятностное развитие процесса в будущем полностью определяется настоящим моментом времени и не зависит от прошлого;
в) одномерное гауссовское распределение вероятности.

7. Модель авторегрессии случайного процесса (временного ряда)

а) используются для проверки стационарности случайного процесса;
б) используются для описания процессов с независимыми значениями;
в) служит для моделирования дискретной цепи Маркова;
г) служит для моделирования стационарного в широком смысле случайного процесса;
д) используется для ортогонального разложения случайного процесса.

8.Дисперсия пуассоновского процесса

а) равна константе;
б) возрастает линейно;
в) возрастает нелинейно;

г) убывает линейно;

д) убывает нелинейно.

9.Любой гауссовский случайный процесс

а) является стационарным в узком смысле;

б) является стационарным в широком смысле;

в) полностью определяется функцией математического ожидания и корреляционной функцией;

г) имеет нулевое математическое ожидание и единичную дисперсию;

д) является процессом с независимыми значениями;

е) является процессом с независимыми приращениями.

10. Предельные вероятности состояний конечной однородной цепи Маркова с дискретным временем рассчитываются на основе

а) матрицы переходных вероятностей;

б) матрицы переходных интенсивностей;

в) корреляционной матрицы;

г) двумерной функции распределения.

Примеры заданий для практических работ

Тема 2.1 Стационарные случайные последовательности

1. X(t) = ch2t – U sh2t, случайная величина U∈E(0.4), Y(t) = X′(t). Найти математическое ожидание mY(t), корреляционную функцию KY (t1, t2), дисперсию DY (t), нормированную корреляционную функцию ρY(t1, t2) случайного процесса Y(t), не X(t). Найти взаимную корреляционную функцию KX,Y (t1, t2) и нормированную взаимную корреляционную функцию ρX,Y(t1, t2).

2. Дан случайный процесс $Z(t)$. Найти корреляционную функцию $K_Z(t_1,t_2)$ и дисперсию D_Z (t), если $X(t)$, $Y(t)$ – некоррелированные случайные процессы и даны корреляционные функции $K_X(t_1,t_2)$, $K_Y(t_1,t_2)$: $Z(t) = t^3X(t) - 5Y(t)$, $K_X(t_1,t_2) = 1+\ln(t_2-t_1)$, $K_Y(t_1,t_2) = 4\exp(-|t_2-t_1|)$.

Тема 2.2 Цепи Маркова

1. Рассчитать вектор предельных вероятностей для системы, характеризующейся матрицей переходов:

$$P = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}$$

Какой процент времени будет находиться система при длительном функционировании в 1-м и 2-м состояниях?

2. Две автоматические линии А и В сдаются в аренду по одной и той же цене. Для них характерны следующие матрицы переходных вероятностей:

$$P_A = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}7 & 0{,}3 \end{pmatrix}; \qquad P_B = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}6 & 0{,}4 \end{pmatrix},$$

где ε_1 - состояние, когда линия работает хорошо, ε_2 - состояние, когда она требует регулировки. Определить стационарные вероятности для обеих линий. Какую линию стоит арендовать?

Тема 2.3 Разностные стохастические уравнения

1. Доказать, что случайный процесс $X(t) = (U+2)\cos 7t - V\sin 7t$, где $U \in N(-2, \sqrt{3})$, $V \in R(-3, 3)$, стационарен в широком смысле. Проверить свойство эргодичности для математического ожидания и корреляционной функции.

2. Дана корреляционная функция $k_X(\tau) = \exp(-3|\tau|)(1+\sin 3|\tau|)$ стационарного случайного процесса $X(t)$. Найти корреляционную функцию, дисперсию производной $X'(t)$, взаимную корреляционную функцию $k_{X,X'}(\tau)$.

Раздел 3. Спектральный анализ временных рядов

Контрольные вопросы при устном опросе на практическом занятии

1) Как определяется спектральная плотность временного ряда?
2) Чем случайный процесс отличается от случайной функции?
3) Что называют реализацией случайного процесса?
4) Как получить сечение случайного процесса?
5) Что называют пространством состояний случайного процесса?
6) Назовите основные классы случайных процессов, если в основу классификации положены характеристики пространства состояний.
7) Что называют одномерной функцией распределения случайного процесса?
8) Почему невозможно полностью задать случайный процесс, используя его сечения?
9) Какие процессы называются стохастически эквивалентными?
10) О каких множествах говорят, что они имеют вероятностную меру нуль?

Тестовые задания

1.Одномерная функция распределения случайного процесса позволяет полностью описать

а) процесс с независимыми приращениями;
б) процесс с независимыми значениями;
в) пуассоновский процесс;
г) марковский процесс;

д) гауссовский процесс.

2.Укажите тип случайного процесса, наиболее адекватно описывающий количество людей, стоящих в очереди.

а) процесс с независимыми значениями;

б) процесс с независимыми приращениями;

в) цепь Маркова с дискретным временем;

г) цепь Маркова с непрерывным временем;

д) гауссовский процесс.

3.Распределение числа событий на интервале времени в простейшем потоке событий описывается

а) распределением Пуассона;

б) формулой Эрланга;

в) показательным распределением;

г) гауссовским распределением;

д) равномерным распределением.

4.Дисперсия случайного процесса характеризует

а) амплитуду колебаний процесса относительно нуля;

б) амплитуду колебаний процесса относительно среднего значения;

в) степень коррелированности сечений случайного процесса;

г) степень «гладкости» реализаций случайного процесса.

5.Двумерная функция распределения случайного процесса позволяет

а) рассчитать корреляционную функцию;

б) рассчитать математическое ожидание;

в) определить, является ли процесс стационарным в узком смысле;

г) определить, является ли процесс стационарным в широком смысле;

д) исчерпывающе описать процесс с независимыми приращениями.

6.Корреляционная функция разности двух независимых стационарных в широком смысле случайных процессов с нулевыми математическими ожиданиями равна

а) разности корреляционных функций исходных случайных процессов;

б) сумме корреляционных функций исходных случайных процессов;

в) произведению корреляционных функций исходных случайных процессов;

г) свертке корреляционных функций исходных случайных процессов.

7.Вероятность разорения при игре в "орлянку" с бесконечно богатым соперником

а) равна единице;

б) меньше единицы;
в) равна нулю;
г) меньше единицы, но больше нуля;
д) не определена.

8.Предельные вероятности состояний конечной однородной цепи Маркова с непрерывным временем рассчитываются на основе
а) матрицы переходных вероятностей;
б) матрицы переходных интенсивностей;
в) корреляционной матрицы;
г) двумерной функции распределения.

9.Корреляционная функция случайного процесса характеризует
а) амплитуду колебаний процесса относительно нуля;
б) амплитуду колебаний процесса относительно среднего значения;
в) изменение среднего значения случайного процесса;
г) степень «гладкости» реализаций случайного процесса;
д) ничего из указанного.

10.Укажите тип случайного процесса, наиболее адекватно описывающий азартные игры в казино.
а) процесс с независимыми значениями;
б)процесс с независимыми приращениями;
в) цепь Маркова с непрерывным временем;
г) Гауссовский процесс.

Примеры заданий для практических работ

Тема 3.1 Элементы анализа случайных функций

1.Пусть $X(t)$ = ch2t – U sh2t, случайная величина$U \in E(0.4)$, $Y(t) = X'(t)$. Найти математическое ожидание $m_Y(t)$, корреляционную функцию $K_Y(t_1, t_2)$, дисперсию $D_Y(t)$, нормированную корреляционную функцию $\rho_Y(t_1, t_2)$ случайного процесса $Y(t)$, не дифференцируя $X(t)$. Найти взаимную корреляционную функцию $K_{X,Y}(t_1, t_2)$ и нормированную взаимную корреляционную функцию $\rho_{X,Y}(t_1, t_2)$.

2. $X(t) = t+1+ t^2U - V$ cos2t,где $U \in B(10, 0.2)$,$V \in N(3;2)$ – некоррелированные случайные величины, $Y(t)=2X(t) – t^2X'(t)$. Найти математическое ожидание $m_Y(t)$, корреляционную функцию $K_Y(t_1,t_2)$, дисперсию $D_Y(t)$, не дифференцируя $X(t)$.

Тема 3.2 Стационарные случайные функции

1. $X(t)=\dfrac{U}{4+t^2}, U\in P(2), \quad Z(t)=\int_0^t X(s)ds$ Найти корреляционную функцию $K_Y(t_1,t_2)$, дисперсию $D_Y(t)$, нормированную корреляционную функцию $\rho_Y(t_1,t_2)$ случайного процесса $Y(t)= X(t) + Z(t)$, не интегрируя $X(t)$.

2. Дан случайный процесс $X(t), \quad Z(t)=\int_0^t X(s)ds.$ Найти корреляционную функцию $K_Y(t_1,t_2)$, дисперсию $D_Y(t)$, нормированную корреляционную функцию $\rho_Y(t_1,t_2)$ случайного процесса $Y(t)= X(t) + Z(t)$, не интегрируя $X(t)$: $X(t)=\dfrac{U}{\sqrt{9-t^2}}, U\in P(3).$

Тема 3.3 Стохастические дифференциальные уравнения

1. На вход стационарной линейной динамической системы, описываемой дифференциальным уравнением$y''+ 4y'+ 4y=5x'$, подается стационарный случайный процесс $X(t)$ с корреляционной функцией $k_X(\tau)=16\exp(-4|\tau|)\cos 3\tau$. Найти спектральную плотность $S_Y(\omega)$ случайного процесса $Y(t)$ на выходе системы в установившемся режиме.

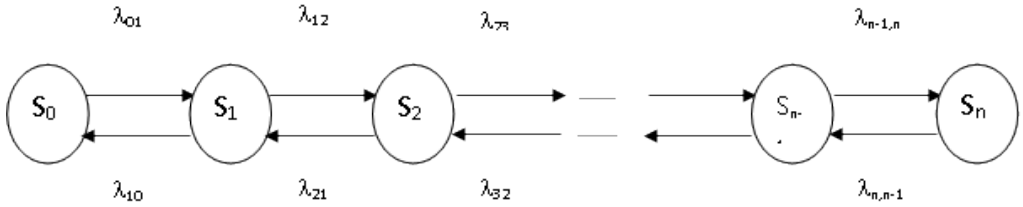
2. На вход стационарной линейной динамической системы, описываемой данным дифференциальным уравнением, подается стационарный случайный процесс $X(t)$ со спектральной плотностью $S_X(\omega)$. Найти корреляционную функцию $k_Y(\tau)$ случайного процесса $Y(t)$ на выходе системы в установившемся режиме.

а) $y'+y=\sqrt{5}\,x,\ S_X(\omega)=\dfrac{10}{\pi}\left(\dfrac{1}{4+(3-\omega)^2}+\dfrac{1}{4+(3+\omega)^2}\right).$

б) $y'+2y=x, \quad S_X(\omega)=\dfrac{5}{\pi(25+\omega^2)^2}.$

Тема 3.4 Марковские случайные функции

1. Вывести формулу для вероятностей состояний в схеме гибели и размножения



2. Данные, полученные при исследовании рынка ценных бумаг, показали, что рыночная цена одной акции некоторого акционерного общества может колебаться в пределах от 1000 до 2000 д.е. включительно. Рассмотрим 5 состояний акции, характеризующихся ее рыночной ценой:

S_1 - от 1000 до 1300 д.е.

S_2 - от 1200 до 1500 д.е.

S_3 - от 1400 до 1600 д.е.

S_4 - от 1600 до 1800 д.е.

S_5 - от 1800 до 2000 д.е. включительно.

В силу случайных воздействий рынка изменение рыночной цены акции может произойти в любой случайный момент времени, при этом абсолютное изменение цены не превосходит 200 д.е. Переходы системы из одного состояния в другое происходят со следующими плотностями вероятностей переходов:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

Требуется спрогнозировать рыночную цену акции на будущее. Стоит ли приобретать акции по цене 1600 д.е.?

3 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации

1. Временные ряды и их вероятностные характеристики.
2. Определение случайного процесса. Конечномерные распределения случайного процесса.
3. Теорема Колмогорова. Моментные характеристики случайного процесса.
4. Гауссовские случайные процессы. Случайные процессы с конечными моментами второго порядка.
5. Стационарные случайные процессы. Марковские процессы. Диффузионные процессы.
6. Основные характеристики стационарных случайных последовательностей.
7. Примеры стационарных случайных последовательностей. Спектральное представление стационарных случайных последовательностей.
8. Цепи Маркова.
9. Вероятностные характеристики цепей Маркова.
10. Эргодические цепи Маркова. Предельные вероятности состояний цепи Маркова.
11. Модели авторегрессии и скользящего среднего. Многомерные разностные линейные стохастические уравнения. .

12. Непрерывность случайных функций. Дифференцирование случайных функций.
13. Интегрирование случайных функций.
14. Дифференциальные уравнения со случайной правой частью.
15. Основные характеристики стационарных случайных функций. Примеры стационарных случайных функций.
16. Стохастические дифференциальные уравнения.

17. Марковские случайные функции.
18. Спектральная плотность временного ряда.
19. Периодограмма временного ряда.
20. Характеристики стационарного временного ряда.
21.Метод спектрального анализа.
22. Сингулярное разложение траекторной матрицы временного ряда.
23. Собственные векторы и компоненты сингулярного разложения.
24. Методы прогнозирования временных рядов.
25. Прогноз временного ряда методом спектрального анализа.

4 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации

1. Пусть случайный процесс $\xi(t)$ определен следующим образом:

$$\xi(t) = Xt, \quad t \in [0,1]$$

где $X \sim R[0,1]$ – случайная величина, равномерно распределенная на отрезке [0,1]. Описать множество сечений и траекторий случайного процесса $\xi(t)$.
2. Доказать, что случайный процесс

$$X(t) = (U+2)\cos 7t - V\sin 7t, \text{ где } U \in N(-2, \sqrt{3}), \quad V \in R(-3, 3),$$

стационарен в широком смысле. Проверить свойство эргодичности для математического ожидания и корреляционной функции.
3. $X(t)$ = ch2t – U sh2t, случайная величина $U \in E(0.4)$, $Y(t) = X'(t)$. Найти математическое ожидание $m_Y(t)$, корреляционную функцию $K_Y(t_1, t_2)$, дисперсию $D_Y(t)$, нормированную корреляционную функцию $\rho_Y(t_1, t_2)$ случайной последовательности $Y(t)$, не дифференцируя $X(t)$. Найти взаимную корреляционную функцию $K_{X,Y}(t_1, t_2)$ и нормированную взаимную корреляционную функцию $\rho_{X,Y}(t_1, t_2)$.
4. Даны стохастические случайные процессы $X(t), Y(t)$. Найти математическое ожидание $m_Y(t)$, корреляционную функцию $K_Y(t_1,t_2)$, дисперсию $D_Y(t)$, не дифференцируя $X(t)$:
1) X(t) = t+1+ t2U $-$V cos2t,где U $\in$ B(10, 0.2) ,V $\in$ N(3;2) – некоррелированные случайные величины, Y(t)=2X(t) – t2X′(t).
2) X(t) = 2t+1+ t2U $-$Vsin2t,где U $\in$ B(8, 0.2) ,V $\in$ N(5;2) – некоррелированные случайные величины, Y(t)= X(t) – t3X′(t).

5. Дан случайный процесс $X(t), \quad Z(t) = \int_0^t X(s)ds.$ Найти корреляционную функцию $K_Y(t_1,t_2)$, дисперсию $D_Y(t)$, нормированную корреляционную функцию $\rho_Y(t_1,t_2)$ случайного процесса $Y(t)= X(t) + Z(t)$, не интегрируя $X(t)$:

$X(t) = \frac{U}{4+t^2}, U \in P(2).$

$X(t) = (t^2+1)U, U \in P(2).$

6.На вход стационарной линейной динамической системы, описываемой данным дифференциальным уравнением, подается стационарный случайный процесс $X(t)$ со спектральной плотностью $S_X(\omega)$. Найти корреляционную функцию $k_Y(\tau)$ случайного процесса $Y(t)$ на выходе системы в установившемся режиме:

1. $y' + y = \sqrt{3}\,x, \; S_X(\omega) = \frac{10}{\pi}\left(\frac{1}{4+(3-\omega)^2} + \frac{1}{4+(3+\omega)^2}\right).$

2. $y' + 2y = x, \quad S_X(\omega) = \frac{5}{\pi(25+\omega^2)^2}.$

7. Дана функция

$$p(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x < 0, \\ cxe^{-x} \text{ при } x \geq 0. \end{cases}$$

При каком значении параметра c эта функция является плотностью распределения некоторой непрерывной случайной величины X? Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

8. Плотность случайной величины X задана следующим образом:

$$p(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \leq 0, \\ 3x^2 \text{ при } 0 < x \leq 1, \\ 0 \text{ при } x > 1. \end{cases}$$

айти моду, медиану и математическое ожидание X.

9.Дифференциальная функция распределения случайной величины X имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0 \quad при \quad x < 0; \\ Cxe^{-x} \quad при \quad x \geq 0. \end{cases}$$

Найти: а) параметр C; б) вероятность того, что случайная величина попадет в интервал (2, 3).

10. Дифференциальная функция распределения случайной величины X имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 1;\\ x\ -\dfrac{1}{2} & при \quad 1<x\le 2;\\ 0 & при \quad x>2.\end{cases}$$

Найти интегральную функцию распределения; математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

11.Найти корреляционную функцию KZ(t1,t2) и дисперсию DZ (t), если X(t), Y(t) – некоррелированные случайные процессы, Z(t) = t2X(t) –Y(t) sin2t+ cost, и даны корреляционные функции KX (t1,t2) = 1+cos(t2–t1), KY (t1,t2) = exp(–|t2–t1|).

12. $X(t)$, $Y(t)$ – центрированные случайные процессы, $K_X(t_1,\ t_2)$ = $4\sin t_1\sin t_2$, $K_Y(t_1,\ t_2)$ = $81\sin t_1\sin t_2$, $K_{X,Y}(t_1,\ t_2)$ = $18\sin t_1\sin t_2$. Найти математическое ожидание $m_Z(t)$, корреляционную функцию $K_Z(t_1,\ t_2)$, дисперсию $D_Z(t)$, нормированную корреляционную функцию $\rho_Z(t_1,\ t_2)$ случайного процесса $Z(t) = \sin 4t + e^{-2t}X(t) - e^{-t}Y(t)$.

13. $X(t)$ = ch2t – U sh2t, случайная величина$U \in E(0.4)$, $Y(t) = X'(t)$. Найти математическое ожидание $m_Y(t)$, корреляционную функцию $K_Y\ (t_1,\ t_2)$, дисперсию $D_Y\ (t)$, нормированную корреляционную функцию $\rho_Y(t_1,\ t_2)$ случайного процесса $Y(t)$, не дифференцируя $X(t)$. Найти взаимную корреляционную функцию $K_{X,Y}\ (t_1,\ t_2)$ и нормированную взаимную корреляционную функцию $\rho_{X,Y}(t_1,\ t_2)$.

14. Найти корреляционную функцию KZ(t1,t2) и дисперсию DZ (t), если X(t), Y(t) – некоррелированные случайные процессы, Z(t) = t2X(t) –Y(t) sin2t+ cost, и даны корреляционные функции KX (t1,t2) = 1+cos(t2–t1), KY (t1,t2) = exp(–|t2–t1|).

15. X(t), Y(t) – центрированные случайные процессы, KX(t1, t2) = 4sint1sint2, KY(t1, t2) = 81sint1sint2, KX,Y(t1, t2) = 18sint1sint2. Найти математическое ожидание mZ(t), корреляционную функцию KZ(t1, t2), дисперсию DZ(t), нормированную корреляционную функцию ρZ(t1, t2) случайного процесса Z(t) = sin4t + e– 2 t X(t) – e–tY(t).

16. X(t) = ch2t – U sh2t, случайная величинаU∈E(0.4), Y(t) = X′(t). Найти математическое ожидание mY(t), корреляционную функцию KY (t1, t2), дисперсию DY (t), нормированную корреляционную функцию ρY(t1, t2) случайного процесса Y(t), не дифференцируя X(t). Найти взаимную корреляционную функцию KX,Y (t1, t2) и нормированную взаимную корреляционную функцию ρX,Y(t1, t2).

17. Задана матрица перехода $P=\begin{pmatrix}0{,}24 & 0{,}76\\ 0{,}36 & 0{,}64\end{pmatrix}$

Найти матрицу перехода $\mathrm{P}(2)=\begin{pmatrix}\mathrm{P}_{11}(2) & \mathrm{P}_{12}(2)\\ \mathrm{P}_{21}(2) & \mathrm{P}_{22}(2)\end{pmatrix}$

18. Рассчитать вектор предельных вероятностей для системы, характеризующейся матрицей переходов:

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}6 & 0{,}4 \end{pmatrix}$$

Какой процент времени будет находиться система при длительном функционировании в 1-м и 2-м состояниях?

19. Доказать, что случайный процесс $X(t) = (U+2)\cos 7t - V\sin 7t$, где $U \in N(-2, \sqrt{3})$, $V \in R(-3, 3)$, стационарен в широком смысле. Проверить свойство эргодичности для математического ожидания и корреляционной функции.

20. Дана корреляционная функция kX (т) = exp(–3|т|)(1+sin3|т|) стационарного случайного процесса X(t). Найти корреляционную функцию, дисперсию производной X′(t), взаимную корреляционную функцию kX,X′(т).

21.Пусть $X(t)$ = ch2t – U sh2t, случайная величина$U \in E(0.4)$, $Y(t) = X'(t)$. Найти математическое ожидание $m_Y(t)$, корреляционную функцию $K_Y(t_1, t_2)$, дисперсию $D_Y(t)$, нормированную корреляционную функцию $\rho_Y(t_1, t_2)$ случайного процесса $Y(t)$, не дифференцируя $X(t)$. Найти взаимную корреляционную функцию $K_{X,Y}(t_1, t_2)$ и нормированную взаимную корреляционную функцию $\rho_{X,Y}(t_1, t_2)$.

22. $X(t) = t+1+ t^2U - V\cos 2t$, где $U \in B(10, 0.2)$, $V \in N(3;2)$ – некоррелированные случайные величины, $Y(t)=2X(t) – t^2X'(t)$. Найти математическое ожидание $m_Y(t)$, корреляционную функцию $K_Y(t_1,t_2)$, дисперсию $D_Y(t)$, не дифференцируя $X(t)$.

23. Дан случайный процесс $X(t) = (t^2+1)U$, $U \in N(-3, 5)$, $Z(t) = \int_0^t X(s)ds$

Найти математическое ожидание $m_Z(t)$, корреляционную функцию $K_Z(t_1,t_2)$, дисперсию $D_Z(t)$, взаимные корреляционные функции $K_{Z,X}(t_1,t_2)$, $K_{X,Z}(t_1,t_2)$, не интегрируя $X(t)$.

24. Случайная величина X, сосредоточенная на интервале $[2; 6]$, задана функцией распределения $F(x) = \frac{1}{16}\left(x^2 - 4x + 4\right)$. Найти вероятность того, что случайная величина X примет значения: а) меньше 4; б) меньше 6; в) не меньше 3; г) не меньше 6.

25. Случайная величина X, сосредоточенная на интервале $(1; 4)$, задана квадратичной функцией $F(x) = ax^2 + bx + c$, имеющей максимум при $x = 4$. Найти параметры a, b, c и вычислить вероятность попадания случайной величины X в интервал $[2; 3]$.