Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор института металлургии и материаловедения
_____ А.А. Уманский
подпись
«____» _____ 20___ г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математика

22.03.02 «Металлургия»
(направленность (профиль): «Металлургия»)

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Заочная форма

Срок обучения: 4 года 6 месяцев

Год начала подготовки 2025

Новокузнецк
2025

СибГИУ
Подлинник электронного документа хранится в системе электронного согласования документов СибГИУ
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭП
Сертификат: f751bff68056aa81d7a4109cd019dba418043418
Владелец: Директор ИМиМ Уманский Александр Александрович
Действителен: с 17 мая 2024 г. по 10 августа 2025 г.
Дата и время: 28-04-2025 16:36:39 ПРОВЕРИТЬ ПОДПИСЬ

## 1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:

– вооружение бакалавра математическими знаниями, необходимыми для изучения ряда общенаучных дисциплин;
– повышение качества овладения обучающимися технического вуза необходимым математическим аппаратом, помогающим анализировать, моделировать и решать прикладные математические задачи с использованием компьютеров.

Задачами учебной дисциплины являются:

– формирование фундамента математического образования, необходимого для получения общепрофессиональных и профессиональных компетенций бакалавра;
– развитие логического и алгоритмического мышления обучающихся; выработка умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

## 2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам обязательной части **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 22.03.02 «Металлургия».

Учебная дисциплина опирается на базовые знания и компетенции, полученные в процессе получения предыдущего образования.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:

– Физика;
– Физическая химия;
– Основы электротехники;
– Основы механики;
– Материаловедение;
– Обработка металлов давлением;
– Моделирование процессов и объектов в производственных системах.

## 3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

**– Общепрофессиональные компетенции**

| Наименование категории (группы) ОПК | Код и наименование ОПК | Код и наименование индикатора | Планируемые результаты обучения |
|---|---|---|---|

| | | **достижения ОПК** | |
|---|---|---|---|
| Применение фундаментальных знаний | ОПК-1: Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания | ОПК-1.1 Применяет методы моделирования, математического анализа при решении прикладных общеинженерных задач | – знать: основные математические определения, факты и теоремы.<br>– уметь: применять методы математического анализа при составлении математических моделей инженерных задач. |

## 4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся. Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

### Объем учебной дисциплины

| Сессия / курс | | ***ИТОГО*** | ***1 сессия / 1 курс*** | ***2 сессия / 1 курс*** | ***3 сессия / 1 курс*** |
|---|---|---|---|---|---|
| Форма промежуточной аттестации | | | | *экзамен* | *экзамен* |
| Трудоёмкость | *академ. час.* | ***360*** | *36* | *144* | *180* |
| | *зачетных единиц* | ***10*** | *1* | *4* | *5* |
| Лекции, *академ. час.* | | ***4*** | *2* | *2* | *0* |
| в форме практической подготовки | | ***0*** | *0* | *0* | *0* |
| Лабораторные работы, *академ. час.* | | ***0*** | *0* | *0* | *0* |
| в форме практической подготовки | | ***0*** | *0* | *0* | *0* |
| Практические занятия, *академ. час.* | | ***2*** | *0* | *0* | *2* |
| в форме практической подготовки | | ***0*** | *0* | *0* | *0* |
| Курсовая работа / проект, *академ. час.* | | ***0*** | *0* | *0* | *0* |
| в форме практической | | ***0*** | *0* | *0* | *0* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| подготовки | | | | |
| Консультации, *академ. час.* | ***0*** | *0* | *0* | *0* |
| в форме практической подготовки | ***0*** | *0* | *0* | *0* |
| Самостоятельная работа, *академ. час.* | ***336*** | *34* | *133* | *169* |
| в форме практической подготовки | ***0*** | *0* | *0* | *0* |
| Контроль, *академ. час.* | ***18*** | *0* | *9* | *9* |
| в форме практической подготовки | ***0*** | *0* | *0* | *0* |

## Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Векторная и линейная алгебра;

Тема 1.1 Определители, их свойства и вычисление (Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителей третьего порядка разложением по строке (столбцу). Понятие об определителе n-го порядка.);

Тема 1.2 Матрицы и действия над ними (Решение систем линейных алгебраических уравнений. Действия над матрицами, обратная матрица. Решение систем линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы, методом Гаусса);

Тема 1.3 Векторное и евклидово пространства (Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Базис векторного и евклидова пространства. Линейные операции над векто-рами и их свойства. Скалярное, векторное и смешанное произведе-ния векторов, их определение, основные свойства, Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Базис векторного и евклидова пространства. Линейные операции над векторами и их свойства. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их определение, основные свойства, способы вычисления и применения в решениях физических и геометрических задач);

Раздел 2 Аналитическая геометрия;

Тема 2.1 Прямая на плоскости (Координатные системы. Различные виды уравнений прямой линии на плоскости. Взаимное расположение двух прямых);

Тема 2.2 Плоскость и прямая в пространстве (Виды уравнений плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей. Виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых. Основные задачи на прямую и плоскость в пространстве);

Тема 2.3 Кривые и поверхности второго порядка (Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы, параболы; их параметры. Построение кривых второго порядка. Поверхности 2-го порядка, их канонические уравнения. Цилиндрические поверхности и поверхности вращения);

Раздел 3 Непрерывность и дифференцируемость функций одной переменной;

Тема 3.1 Непрерывность функции одной переменной (Числовые последовательности и их пределы. Функции одной переменной и их графики. Предел функции в точке. Непрерывность функции в точке и в интервале. Точки разрыва, их классификация);

Тема 3.2 Производная и дифференциал функции одной переменной (Производная функции в точке, ее геометрический и механический смысл. Производная функция, таблица производных. Производные относительно алгебраических действий над функциями. Производная сложной функции. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и их геометрические иллюстрации);

Тема 3.3 Экстремумы, точки перегиба и асимптоты графика функции одной переменной (Экстремум функции одной переменной, необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклость функции, точки перегиба функции и её графика. Асимптоты графика функции, их нахождение. Общая схема исследования функции одной переменной и построения её графика);

Раздел 4 Дифференцирование функций нескольких переменных;

Тема 4.1 Функция нескольких переменных, её дифференцируемость (Функция нескольких переменных, её область определения. Предел и непрерывность функции двух переменных. Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных и дифференциала функции двух переменных);

Тема 4.2 Экстремум функции двух переменных, необходимые и достаточные условия экстремума (Частные производные и дифференциалы высших порядков. Локальные экстремумы функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования локального экстремума функции нескольких переменных);

Тема 4.3 Градиент и производная по направлению функции нескольких переменных (Определения, вычисление и свойства градиента и производной по направлению функции двух переменных);

Раздел 5 Неопределенный интеграл;

Тема 5.1 Первообразная и неопределенный интеграл (Определение первообразной и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенных интегралов. Таблица простейших неопределенных интегралов. Табличное интегрирование);

Тема 5.2 Основные методы интегрирования (Методы интегрирования – замена переменной, интегрирование «по частям». Прямая замена переменной интегрирования, подведение под дифференциал, интегрирование «по частям»);

Тема 5.3 Интегрирование рациональных функций (Рациональные функции. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных функций общего вида);

Тема 5.4 Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций (Интегрирование тригонометрических функций с использованием тригонометрических формул преобразования, замены переменных, универсальной тригонометрической подстановки. Интегрирование простейших иррациональных функций с использованием метода замены переменных);

Раздел 6 Определенный интеграл;

Тема 6.1 Понятие определенного интеграла, его свойства, вычисление (Определенный интеграл от функции по отрезку: интегральная сумма, определение определённого интеграла, его основные свойства, вычисление по формуле Ньютона-Лейбница);

Тема 6.2 Приложения определенного интеграла (Применение определенного интеграла к решениям геометрических задач. Приложения определенного интеграла к задачам механики и физики);

Тема 6.3 Несобственные интегралы (Несобственные интегралы первого рода, условия их сходимости. Несобственные интегралы второго рода, условия их сходимости);

Раздел 7 Обыкновенные дифференциальные уравнения;

Тема 7.1 Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решений (Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Задача Коши и теорема Коши для уравнений 1-го порядка. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли);

Тема 7.2 Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Уравнения, допускающие понижение порядка (Дифференциальные уравнения второго порядка и задача Коши для них. Методы решения дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка);

Тема 7.3 Методы решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Теоремы о структуре общего уравнения линейного однородного и линейного неоднородного уравнений n-го порядка. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения. Комплексные числа. Метод Эйлера решения линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами);

Тема 7.4 Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными

коэффициентами и задач для них (Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами по виду правой части уравнения; решение методом вариации произвольных постоянных).

## 5 Перечень тем лекций

| № раздела / темы дисциплины | Темы лекций | Трудоемкость, *академ.час* | |
|---|---|---|---|
| | | всего | в форме практической подготовки |
| Раздел 1;<br>Раздел 2;<br>Раздел 3;<br>Раздел 4. | Установочная лекция | 2 | |
| Раздел 5;<br>Раздел 6;<br>Раздел 7. | Установочная лекция | 2 | |
| **Итого:** | | **4** | **0** |

## 6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

| № раздела / темы дисциплины | Темы практических занятий (семинаров) | Трудоемкость, *академ.час* | |
|---|---|---|---|
| | | всего | в форме практической подготовки |
| Раздел 5. | Неопределенный интеграл | 2 | |
| **Итого:** | | **2** | **0** |

## 7 Перечень тем лабораторных работ

| № раздела / темы дисциплины | Темы лабораторных работ | Трудоемкость, *академ.час* | |
|---|---|---|---|
| | | всего | в форме практической подготовки |
| | *Отсутствуют* | | |
| **Итого:** | | **0** | **0** |

## 8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

| № раздела / темы дисциплины | Темы курсовых работ (проектов) | Трудоемкость, *академ.час* | |
|---|---|---|---|
| | | всего | в форме практической подготовки |
| | *Отсутствуют* | | |
| **Итого:** | | **0** | **0** |

## 9 Виды самостоятельной работы

| № раздела / темы дисциплины | Виды самостоятельной работы | Трудоемкость, *академ.час* | |
|---|---|---|---|
| | | всего | в форме |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | **практической подготовки** |
| Раздел 1. | 1. Изучение лекционного материала;<br>2. Контрольная работа;<br>3. Прохождение тестирования. | 34 | |
| Раздел 2. | 1. Изучение теоретического материала;<br>2. Контрольная работа;<br>3. Прохождение тестирования. | 44 | |
| Раздел 3. | 1. Изучение теоретического материала;<br>2. Контрольная работа;<br>3. Прохождение тестирования. | 45 | |
| Раздел 4. | 1. Изучение теоретического материала;<br>2. Контрольная работа;<br>3. Прохождение тестирования. | 44 | |
| Раздел 5. | 1. Изучение теоретического материала;<br>2. Контрольная работа;<br>3. Подготовка к практическому занятию;<br>4. Прохождение тестирования. | 56 | |
| Раздел 6. | 1. Изучение теоретического материала;<br>2. Контрольная работа;<br>3. Прохождение тестирования. | 56 | |
| Раздел 7. | 1. Изучение теоретического материала;<br>2. Контрольная работа;<br>3. Прохождение тестирования. | 57 | |
| *Контроль* | *Подготовка к экзамену (2 сессия)* | 9 | |
| *Контроль* | *Подготовка к экзамену (3 сессия)* | 9 | |
| **Итого:** | | **354** | **0** |

## 10 Матрица компетентностных задач по учебной дисциплине

| Контролируемые разделы (темы) дисциплины | Контролируемые компетенции | Оценочные средства |
|---|---|---|
| Раздел 1. | ОПК-1 | 1. Контрольная работа;<br>2. Тестовые задания |
| Раздел 2. | ОПК-1 | 1. Контрольная работа;<br>2. Тестовые задания |
| Раздел 3. | ОПК-1 | 1. Контрольная работа;<br>2. Тестовые задания |
| Раздел 4. | ОПК-1 | 1. Контрольная работа;<br>2. Тестовые задания |
| Раздел 5. | ОПК-1 | 1. Контрольная работа;<br>2. Наблюдение за работой на практическом занятии;<br>3. Тестовые задания |
| Раздел 6. | ОПК-1 | 1. Контрольная работа;<br>2. Тестовые задания |
| Раздел 7. | ОПК-1 | 1. Контрольная работа;<br>2. Тестовые задания |
| Экзамен (2 сессия). | ОПК-1 | 1. Вопросы к экзамену;<br>2. Задачи к экзамену |
| Экзамен (3 сессия). | ОПК-1 | 1. Вопросы к экзамену;<br>2. Задачи к экзамену |

## 11 Входной контроль

Дисциплина «Математика», изучаемая в 1 семестре, не подразумевает проведение входного контроля и рассчитана на обучающегося 1 курса, поступившего в университет в соответствии с Правилами приема в СибГИУ.

## 12 Текущий контроль

**12.1 Текущий контроль знаний** используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) обучающихся. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины и позволяет оценить степень освоения изученного материала.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе педагогического работника, в том числе посредством использования СУО «Moodle».

Формы проведения текущего контроля – вопросы для устного обсуждения (опроса); контрольная работа; наблюдение за работой на практическом занятии; тестовые задания.

### 12.2 Описание оценочных средств

**Шкалы оценивания (методики оценки)**

### 12.2.1 Рекомендации по оцениванию контрольной работы

Контрольная работа – это самостоятельная форма учебной деятельности обучающегося, которая осуществляется без непосредственного руководства и контроля со стороны педагогического работника, но по его поручению.

**Критерии оценки:**

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный ответ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– использование при ответе требований нормативных документов, учебной литературы (обязательное условие);

– использование графических элементов с целью выделения особо значимой информации: таблиц, схем, рисунков и т.п.

Критерии оценки контрольной работы

| Наименование параметра оценки | Оценка |
|---|---|
| Обучающийся выполнил 50% или более заданий, обнаруживает знание и понимание основных положений задания | зачтено |
| Обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений или ответа в целом, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «не зачтено» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала. | не зачтено |

### 12.2.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования обучающихся

Тестирование проводится по изученным разделам (темам) учебной дисциплины для выявления уровня знаний и умений обучающегося, мотивирования обучающегося к активизации самостоятельной работы по усвоению учебного материала, выявления и устранения пробелов в

знаниях, повышения дисциплины и организации учебной деятельности обучающегося.

Тестирование проводится в СУО «Moodle» в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся. Для тестирования используются вопросы из базы типовых тестовых заданий по изученным разделам (темам) учебной дисциплины. Обучающийся выбирает один или несколько ответов из предложенных вариантов, устанавливает соответствие или записывает свой вариант ответа. В случае выбора неправильных ответов обучающийся получает за данный вопрос 0 баллов; в случае правильного ответа – 1 балл или долю балла.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

| Доля правильных ответов | Оценка |
|---|---|
| не менее 50% | зачтено |
| – | не зачтено |

### 12.2.3 Рекомендации по оцениванию в процессе наблюдения за работой на практическом занятии

Наблюдение за работой на практическом занятии – важнейший компонент контроля деятельности обучающихся и качества их обучения.

**Критерии оценки в процессе наблюдения за работой на практическом занятии:**

– самостоятельность выполнения задания и работы с методическими указаниями (учитывается работа в течение занятия, быстрота и способность нахождения в методических указаниях нужной информации);

– правильность выполнения работы (учитывается последовательность выполняемых действий, умение работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения работы с учетом индивидуальных особенностей обучающихся);

– активность обучающегося при выполнении практической работы (учитывается индивидуальная работа и работа в группе).

Критерии оценки по результатам наблюдения за работой на практическом занятии

| Наименование параметра оценки | Максимальное количество баллов |
|---|---|
| Самостоятельно выполняет задания; умеет работать с методическими указаниями. | 2,5 |
| Указанные в методических указаниях действия выполняет в правильной последовательности; умеет работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники. | 1,25 |

| Наименование параметра оценки | Максимальное количество баллов |
|---|---|
| Рационально использует время, отведенное на задание; проявляет активность при выполнении практической работы. | 1,25 |
| **Итого** | **5** |

Максимальное количество – 5 баллов соответствует оценке «отлично», 4 балла – «хорошо», 3 балла – «удовлетворительно», 2 балла – «неудовлетворительно».

**Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины приведены в приложении.**

## 13 Промежуточная аттестация

**13.1 Оценочные материалы для промежуточной аттестации** обучающихся по учебной дисциплине предназначены для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения учебной дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяют определить качество усвоения изученного материала.

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по учебной дисциплине является: экзамен (2 сессия); экзамен (3 сессия).

Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся включают: вопросы к экзамену; задачи к экзамену.

### 13.2 Оценивание обучающегося на экзамене (2 сессия)

| Оценка | Требования к знаниям |
|---|---|
| отлично | Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций. |
| хорошо | Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения. |
| удовлетворительно | Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно |

| Оценка | Требования к знаниям |
|---|---|
| | правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой. |
| неудовлетворительно | Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине. |

## 13.3 Оценивание обучающегося на экзамене (3 сессия)

| Оценка | Требования к знаниям |
|---|---|
| отлично | Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, обладает приемами выполнения практических задач по формированию компетенций. |
| хорошо | Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, обладает необходимыми умениями и приемами их выполнения. |
| удовлетворительно | Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой. |
| неудовлетворительно | Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной учебной дисциплине. |

**Задания и вопросы для промежуточной аттестации обучающихся приведены в приложении.**

**14 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины**

**а) литература:**

1 Шипачев, В. С. Высшая математика : учебное пособие для вузов / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 447 с. – URL: https://urait.ru/bcode/535509 (дата обращения: 22.04.2025);

2 Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики : учебное пособие для вузов / И.П. Натансон. – 9-е изд.,стер. – СПб. : Лань, 2007. – 727 с. : ил. – (Классическая учебная литература по математике);

3 Минорский, В.П. Сборник задач по высшей математике : учебное пособие для втузов / В.П. Минорский. – 15-е изд. – Москва : Издательство физико-математической литературы, 2008. – 336 с. : ил.;

4 Высшая математика в упражнениях и задачах : учебное пособие для вузов : в 2 ч. Ч. 1 / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова, С.П. Данко. – 7-е изд., испр. – Москва : Оникс, Мир и образование, 2009. – 368 с. : ил..;

5 Высшая математика в упражнениях и задачах : учебное пособие для вузов : в 2 ч. Ч. 2 / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова, С.П. Данко. – 7-е изд., испр. – Москва : Оникс, Мир и образование, 2009. – 448 с. : ил.;

6 Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 1 : учебник для вузов / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 248 с. – URL: https://urait.ru/bcode/537837 (дата обращения: 22.04.2025);

7 Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 2 : учебник для вузов / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 305 с. – URL: https://urait.ru/bcode/537838 (дата обращения: 22.04.2025).

**б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:**

1 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 – ]. – URL: http://libr.sibsiu.ru. – URL: https://libr.sibsiu.ru;

2 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 – ]. – URL: http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp;

3 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 – ]. – URL: http://www.studentlibrary.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

4 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Единая профессиональная база знаний для технических вузов - Издательство Лань" ЭБС»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 – ]. – URL: http://e.lanbook.com. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 – ]. – URL: https://urait.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

6 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 – ]. – URL: https://biblioclub.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: http://www.biblioclub.ru;

7 НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU : база данных / ООО «НЭБ». – Москва, [200 – ]. – URL: http://elibrary.ru. – Режим доступа: по подписке;

8 Электронные периодические издания ИВИС : универсальная база данных / ООО «ИВИС». – Москва, [200 – ]. – URL: http://eivis.ru. – Режим доступа: по подписке.

**в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

– 7-Zip;
– Adobe Acrobat Reader;
– Astra Linux Special Edition;
– Kaspersky Endpoint Security;
– WinRAR;
– Р7-Офис.

**г) базы данных и информационно-справочные системы:**

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 – ]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 – ]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 – ]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

## 15 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том числе:

- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным

проектором;
- учебную аудиторию (помещения) для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 22.03.02 «Металлургия».

Составитель(и):

доцент Хаимзон Борис Бернардович (кафедра прикладной математики и информатики).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры.

Согласован:
Заведующий научно-исследовательской лабораторией математического моделирования НФИ КемГУ, д.т.н., проф  В.О. Каледин

## Приложение

## 1 Задания для контрольных работ

### Вариант контрольной работы 1

1 Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} -4x-2y-5z=-30, \\ -4x-4y+z=-4, \\ -5x-2y+3z=-1. \end{cases}$$

2 Найти объем пирамиды с вершинами в точках $A(1,2,3)$, $B(0,1,7)$, $C(6,0,7)$, $D(0,5,7)$.

3 Найти проекцию точки $A(3,-5)$ на прямую $-2x-3y-3=0$.

4 Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x=2t+1$, $y=0$, $z=-2t-2$ параллельно прямой $\begin{cases} 2x+2y-z-1=0, \\ 22x-y-z-1=0. \end{cases}$

5 Найти точку $A_1$ симметричную точке $A$ относительно прямой $\frac{x}{-1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}$.

6 Вычислить пределы

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7x^2+6}{4-x^2}$; 2) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{7x^2-x-6}{x^3-1}$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1-\cos x}{\sin^2\frac{x}{2}}$; 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{2x}\right)^{4x}$.

7 Найти производные функций

1) $y=\frac{1-3x}{\sqrt{x^3+3}}$; 2) $y=\left(2^{\operatorname{arctg} x}+\cos 5x\right)^3$;

3) $y=\ln\arcsin\sqrt{x+1}$; 4) $y=\ln\sqrt{\frac{2x^2+1}{2x^2-1}}$;

5) $y=(x+\sin x)^x$; 6) $\cos\frac{x}{y}-xy=0$;

7) $\begin{cases} x=\cos t+t\sin t \\ y=\sin t-t\cos t \end{cases}$

8 Найти точку локального минимума функции $y=x^3-21x^2+72x+2$

9 Найти точку, в которой касательная плоскость к поверхности $z = 2x^2 - 11x + 20 + 2xy + 2y^2$ параллельна плоскости $-x + 2y - z - 24 = 0$.

10 Найти скорость изменения функции $z = -xy^2 - 2x - 2y$ в точке $A(-3,2)$ в направлении к точке $B(0,6)$.

## Вариант контрольной работы 2

1. Вычислить интеграл методом интегрирования по частям $\int x^2 \cos x dx$.
2. Вычислить интеграл методом замены переменной $\int \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$.
3. Вычислить интеграл от рациональной дроби $\int \frac{-x^2 - 3 - 2x^3 - 4x}{(x+1)^2 (x^2+1)} dx$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = \frac{8}{x}$, $y = x + 2$, $x = 4$.
5. Эллипс с полуосями 5 см и 4 см вращается вокруг большой оси. Вычислите объем данного тела (эллипсоида)
6. Вычислить длину полукубической параболы $y = \frac{2}{3}\sqrt{(x-4)^3}$ от $x = 4$ до $x = 7$.
7. Найти время (в минутах), за которой тело, нагретое до $160^0$, охладится до $46^0$ градусов в комнате с температурой $23^0$, если до $69^0$ оно охлаждается за 12 минут. В ответе записать приближенное решение с точностью до 0,01. (По закону Ньютона скорость охлаждения тела пропорциональна разности температур)
8. В 400 литровый бак с 40% раствором соли поступает 20 литров в минуту 30% раствора соли, при этом столько же полученного раствора в минуту выливается из бака. Предполагается, что раствор мгновенно перемешивается. Через сколько минут в баке будет 35% раствор соли?
9. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения методом вариации произвольных постоянных $y'' - 9y' + 20y = \frac{e^{5x}}{e^{2x} + 1}$.
10. Найти частное решение дифференциального уравнения со специальной правой частью

$y'' - 9y' + 20y = -57\sin x + 27\cos x,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0$.

## 2 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО «Moodle».

**Раздел 1. Векторная и линейная алгебра**

1. Вычислите определитель $\det(a_{i,j}) = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$. Введите числовой ответ

2. При каком значении $k$ определитель $\begin{vmatrix} 1 & 3\times k & -1 \\ 4 & & 8 \end{vmatrix}$ равен нулю? Введите числовой ответ

3. Дан определитель $\det(a_{i,j}) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}$. Вычислить минор $M_{1,1}$

Введите числовой ответ

4. Чему равна сумма $x+y+z$, если $(x,y,z)$ решение системы $\begin{cases} 6x+y+z=-3 \\ x+2y-z=2 \\ x-y+z=-2 \end{cases}$.

Введите числовой ответ

5. Найти решение $(x,y,z)$ системы $\begin{cases} 6x+y-2z=9 \\ x+2y+z=6 \\ 2x+3y+z=9 \end{cases}$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $(2;0;1)$ | $(2;1;1)$ | $(1;-2;1)$ | $(2;1;2)$ |

6. Какая система уравнений не совместна?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\begin{cases} 3x+y=1 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$ | $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x+4y=1 \end{cases}$ | $\begin{cases} 3x+3y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$ | $\begin{cases} 2x+4y=2 \\ x+2y=1 \end{cases}$ |

7. Вычислить $\bar{a}+\bar{b}$, если $\bar{a} = \bar{i} + 7\cdot\bar{j} - \bar{k}$, $\bar{b} = 2\cdot\bar{i} - 5\cdot\bar{j} + 3\cdot\bar{k}$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\bar{i} - 12\cdot\bar{j} + 4\cdot\bar{k}$ | $\bar{i} + 2\cdot\bar{j} - \bar{k}$ | $3\cdot\bar{i} - 2\cdot\bar{j} + \bar{k}$ | $3\cdot\bar{i} + 2\cdot\bar{j} + 2\cdot\bar{k}$ |

8. Найти значение $k$, при котором векторы $\bar{a} = (2;-3;-1)$, $\bar{b} = (4;-6;k)$ коллинеарны.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|

| | | | |
|---|---|---|---|
| $-3$ | 2 | 12 | $-2$ |

9. Найти площадь параллелограмма $ABCD$, если : $A(0;3;1)$ ; $B(1;6;9)$; $C(1;5;7)$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| 5 | 4 | 3 | 6 |

10. Вычислить смешанное произведение векторов $(\overline{AB},\overline{AC},\overline{N})$, если : $\overline{N}=(1;0;0)$, $A(1;3;0)$ ; $B(2;5;2)$; $C(6;11;9)$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| 6 | 5 | 2 | 3 |

**Раздел 2. Аналитическая геометрия**

1. Прямые $x=8$, $y=-8$ пересекают прямую $x+5y+37=0$ в точках $A,B$ соответственно. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\sqrt{13}$ | $\sqrt{26}$ | $\sqrt{29}$ | $\sqrt{12}$ |

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;-3)$ перпендикулярно вектору $\vec{N}=(3;-2)$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $3x-2y-13=0$ | $3x-2y-12=0$ | $3x+2y-12=0$ | $2x+3y+2=0$ |

3. Чему равен угловой коэффициент прямой $6x-3y+4=0$? Введите числовой ответ

4. Какие отрезки отсекает прямая $5x-3y-15=0$ на координатных осях $OX$ и $OY$?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $-3$ и $-5$ | 3 и 5 | 3 и $-5$ | $-5$ и $-3$ |

5. Указать общее уравнение прямой на плоскости.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $3x+7y=1$ | $3x-7y-8=0$ | $y=-8x+5$ | $\frac{x}{5}+\frac{y}{6}=1$ |

6. Указать уравнение прямой с угловым коэффициентом.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\frac{x}{5}+\frac{y}{6}=1$ | $5x-7y=1$ | $3x+5y-15=0$ | $y=-8x+7$ |

7. Указать уравнение прямой в отрезках.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $3x-7y-8=0$ | $8x+2y=1$ | $y=16-8x$ | $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}=1$ |

8. Чему равняется отрезок, отсекаемый прямой $\frac{x}{2}-\frac{2y}{7}=1$ на оси x? Введите числовой ответ

9. Расстояние от точки $M(\sqrt{3},2)$ до прямой $\sqrt{3}x+2y+1=0$ равно

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\frac{x+2}{3}=\frac{y-5}{1}$ | $\frac{x+2}{1}=\frac{y-5}{6}$ | $\frac{x+4}{5}=\frac{y-5}{1}$ | $\frac{x+3}{4}=\frac{y-5}{1}$ |

10. Какая точка лежит на прямой, проходящей через точки $A(1;-5)$, $B(7;6)$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $(55;93)$ | $(55;92)$ | $(55;94)$ | $(55;91)$ |

**Раздел 3. Непрерывность и дифференцируемость функций одной переменной**

1. Предел $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+2x-4}{x^2-5x+6}$ равен

2. Производная от функции $f(x)=40\operatorname{arctg}\sqrt{x}$ в точке $x=4$ равна

3. Найти образ отрезка $[1;2]$ при отображении $f(x)=2\cdot x+3$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $[4;5]$ | $[5;6]$ | $[5;7]$ | $[2;3]$ |

4. Найти прообраз отрезка $[5;8]$ при отображении $f(x)=3\cdot x-1$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $[2;3]$ | $[1;3]$ | $[-1;2]$ | $[2;4]$ |

5. Найти производную функции $y=5+3x^5-\sqrt{x}$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $5+15x^4-\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $15x^4-\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $5x^4-\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $15x^4-\frac{1}{\sqrt{x}}$ |

6. Вычислить значение производной $f'\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ функции $f(x)=(2x+1)\cdot\sin 3x$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $-1-\frac{\pi}{3}$ | $-1+\frac{2\pi}{3}$ | $1-\frac{2\pi}{3}$ | $-3-14\pi$ |

7. Указать производную функции $(x+2)\cdot e^x$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Ответ 1** | $(x+1)\cdot e^x$ | Ответ 3 | $(x-1)\cdot e^x$ |
| **Ответ 2** | $(x+3)\cdot e^x$ | Ответ 4 | $(x+1)\cdot e^{x-1}$ |

8. Наименьшее значение функции $f(x)=2x^3-3x^2+2$ на отрезке $[0;2]$ равно

9. Составить уравнение касательной в точке графика $y=\frac{3x+2}{x}$ при $x=1$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $y=2x+4$ | $y=2x+6$ | $y=7-2x$ | $y=3-2x$ |

10. Составить уравнение касательной к графику $y=x^2+3x+2$, которая параллельна прямой $x+y-2=0$.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $x+2y=1$ | $x+y+2=0$ | $y=1-2x$ | $2x+y-3=0$ |

## Раздел 4. Дифференцирование функций нескольких переменных

1. По какой формуле находится частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ неявной функции двух переменных $z=z(x,y)$, заданной соотношением $F(x,y,z)=0$?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\partial F}{\partial x}$ | $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$ | $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{\frac{\partial F}{\partial x}}$ | $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\partial F}{\partial z}\cdot\frac{\partial F}{\partial x}$ |

2. Чему равна частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z=\frac{9xy}{x+y}$ в точке $M(1;2)$? Введите числовой ответ

3. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^2y^2+2xy$ в точке $M(1;2)$ равна

4. Дифференциал первого порядка функции $z=\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(3;4)$ равен

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $dz=\frac{3}{5}dx+\frac{4}{5}dy$ | $dz=5dx+5dy$ | $dz=3dx+4dy$ | $dz=\frac{7}{5}dx+\frac{7}{5}dy$ |

5. Уравнение касательной плоскости к поверхности $z=\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(3;4;5)$ имеет вид

| | |
|---|---|
| **Ответ 1** | $3(x-3)+4(y-4)+5(z-5)=0$ |
| **Ответ 2** | $3(x-3)+4(y-4)+5(z-5)=0$ |
| **Ответ 3** | $3x+4y-5z=0$ |
| **Ответ 4** | $3(x-3)+4(y-4)-5z=0$ |

6. Градиент функции $z=\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(3;4)$ равен

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $3\vec{i}+4\vec{j}$ | $\frac{3}{5}\vec{i}+\frac{4}{5}\vec{j}$ | $\frac{3}{5}\vec{i}-\frac{4}{5}\vec{j}$ | $4\vec{i}+3\vec{j}$ |

7. Чему равна производная функции $z=5\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $M(3;4)$ в направлении вектора $\vec{a}=(-3;4)$? Введите числовой ответ

8. Стационарной точкой функции $z=x^2+xy-3x-y$ является точка

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $M(1;1)$ | $M(-1;-1)$ | $M(0;0)$ | $M(-1;1)$ |

9. В точке $M(1;1)$ функция $z = x^2 + xy - 3x - y$

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| имеет максимум | имеет минимум | не имеет экстремума | не определена |

10. Условный минимум функции $z = x^2 + y^2$ при условии $x + y = 2$

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| равен 0 | равен 1 | равен 2 | не существует |

## Раздел 5. Неопределенный интеграл

1. К какому интегралу следует применить метод интегрирования по частям?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\int \sin 2x dx$ | $\int \sin 2x \cdot \cos 2x dx$ | $\int x \sin 2x dx$ | $\int \frac{\sin 2x}{\cos 2x} dx$ |

2. Какой из интегралов можно вычислить внесением под знак дифференциала?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$ | $\int \cos^2 x dx$ | $\int \frac{dx}{x(x+1)}$ | $\int \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx$ |

3. Какой из интегралов является интегралом от рациональной дроби?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$ | $\int \frac{1+x^2}{1-\sqrt{x}} dx$ | $\int \frac{dx}{x^2+2x-3}$ | $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$ |

4. Какая тригонометрическая подстановка называется универсальной?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\sin x = t$ | $\operatorname{tg} x = t$ | $\cos x = t$ | $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ |

5. Какая подстановка рационализирует интеграл $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\sin x = t$ | $\operatorname{tg} x = t$ | $\cos x = t$ | $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ |

6. Какой из интегралов нельзя привести к интегралу от рациональной функции?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\int \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+1}} dx$ | $\int x \cdot \sqrt[3]{\sqrt{x}+1} dx$ | $\int \sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^2+1} dx$ | $\int \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2+1} dx$ |

7. $\int \frac{dx}{9+x^2} = \frac{x}{a} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{a}\right) + C$ Введите число $a$

8. $\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}} = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + C$ Введите число $a$

9. $\int e^{-3x} dx = \frac{e^{-3x}}{a} + C$ Введите число $a$

10. $\int \frac{dx}{(2x-3)^3} = \frac{1}{a(2x-3)^2} + C$ Введите число $a$

### Раздел 6. Определенный интеграл

1) Значением определенного интеграла от непрерывной функции одной переменной является

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| число | вектор | функция | интегральная сумма |

2) Среднее значение функции $y = 3x^2 + 1$ на отрезке $[1;3]$ равно

3) Геометрический смысл определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx,\ f(x) \geq 0$ это

| | |
|---|---|
| **Ответ 1** | объем куба с ребром $a = f(x)$ |
| **Ответ 2** | площадь круга с радиусом $r = f(x)$ |
| **Ответ 3** | площадь сферы радиуса $r = f(x)$ |
| **Ответ 4** | площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $f(x)$ |

4) Какой из интегралов является несобственным интегралом первого рода?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\int_{-4}^{4} \frac{dx}{1+x^2}$ | $\int_{-4}^{0} \frac{dx}{1+x^2}$ | $\int_{4}^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$ | $\int_{0}^{4} \frac{dx}{1-x^2}$ |

5) Какой из интегралов является несобственным интегралом второго рода?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\int_{-4}^{4} \frac{dx}{1+x^2}$ | $\int_{-4}^{0} \frac{dx}{1+x^2}$ | $\int_{4}^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$ | $\int_{0}^{4} \frac{dx}{1-x^2}$ |

6) В каком интеграле правильно выполнено интегрирование по частям?

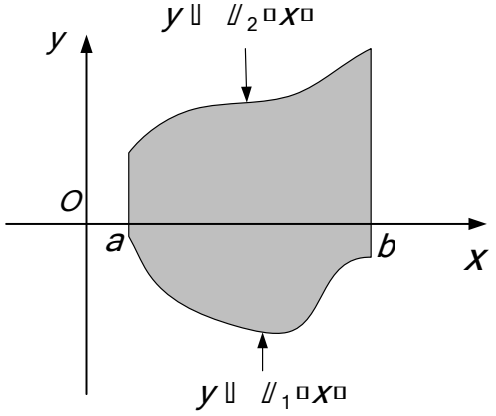
| | |
|---|---|
| **Ответ 1** | $\int_a^b x^2 \cos 2x dx = \frac{1}{2}x^2 \sin 2x \Big\|_{x=a}^{x=b} - \frac{1}{2}\int_a^b x^2 \sin 2x dx$ |
| **Ответ 2** | $\int_a^b x^2 \cos 2x dx = \frac{1}{2}x^2 \sin 2x \Big\|_{x=a}^{x=b} + \frac{1}{4}\int_a^b x \sin 2x dx$ |
| **Ответ 3** | $\int_a^b x^2 \cos 2x dx = x \sin 2x \Big\|_{x=a}^{x=b} - \int_a^b x \cos 2x dx$ |
| **Ответ 4** | $\int_a^b x^2 \cos 2x dx = \frac{1}{2}x^2 \sin 2x \Big\|_{x=a}^{x=b} - \int_a^b x \sin 2x dx$ |

7) В каком интеграле правильно проведена замена переменной?

| | |
|---|---|
| **Ответ 1** | $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \left\|1+x=t^2\right\| = \int_0^1 \frac{dt}{t}$ |

| | |
|---|---|
| **Ответ 2** | $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \left\|1+x=t^2\right\| = 2\int_0^1 \frac{dt}{t}$ |
| **Ответ 3** | $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \left\|x=t^2-1\right\| = 2\int_1^2 dt$ |
| **Ответ 4** | $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \left\|x=t^2-1\right\| = 2\int_1^{\sqrt{2}} dt$ |

8) На рисунке изображена плоская область. По какой формуле находится ее площадь?




| | |
|---|---|
| **Ответ 1** | $\int_a^b \left[\varphi_1(x)+\varphi_2(x)\right]dx$ |
| **Ответ 2** | $\int_a^b \left[\varphi_1(x)-\varphi_2(x)\right]dx$ |
| **Ответ 3** | $\int_a^b \left[\varphi_2(x)-\varphi_1(x)\right]dx$ |
| **Ответ 4** | $\int_a^b \varphi_1(x)\cdot\varphi_2(x)\,dx$ |

9) Материальная точка единичной массы переместилась по оси $Ox$ из положения $x=3$ в положение $x=5$. Чему равна работа силы $F(x)=1+x$ на этом перемещении?

10) Тело начинает движение со скоростью $v=t^2+1$. Какой путь пройдет тело за время от $t=0$ до $t=3$?

### Раздел 7. Дифференциальные уравнения

1. Какая из функций является решением дифференциального уравнения $3x\cdot y'=5y$?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $y=\sqrt[5]{x^3}$ | $y=x^3+x^5$ | $y=\sqrt{x^5}$ | $y=\sqrt[3]{x^5}$ |

2. Чему равно общее решение уравнения $2\cdot y'=7\cdot y$?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $y=e^{\frac{7}{2}\cdot x}$ | $y=C\cdot e^{\frac{x}{7}}$ | $y=2\cdot e^{7\cdot x}+C$ | $y=C\cdot e^{\frac{7}{2}\cdot x}$ |

3. Чему равно решение задачи Коши $y'-4\cdot x=3$, $y(1)=3$?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $y = 2x^2 - 2x + 3$ | $y = 2x^2 + x$ | $y = 2x^2 + 3x + 2$ | $y = 2x^2 + 3x - 2$ |

4. Чему равно общее решение уравнения $2 \cdot x \cdot y' = 7 \cdot y$ ?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $y = C \cdot x^{-\frac{2}{7}}$ | $y = C \cdot x^7$ | $y = C \cdot x^{\frac{2}{7}}$ | $y = C \cdot x^{\frac{7}{2}}$ |

5. К какому уравнению следует применить замену $z = \frac{y}{x}$?

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $y \cdot y' = x^2 + y$ | $x \cdot y' = \frac{y}{x}$ | $x \cdot y' = \frac{x - y}{x + y}$ | $x \cdot y' = \frac{y}{x} \cdot y$ |

6. Указать дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $y' = \frac{x^2 + y}{\sqrt{x}}$ | $\frac{2y+1}{3x-2} = x \cdot y'$ | $\frac{x \cdot y'}{y + x} = 1$ | $y' = \frac{1 + y}{x + y}$ |

7. Указать однородное дифференциальное уравнение первого порядка.

| Ответ 1 | Ответ 2 | Ответ 3 | Ответ 4 |
|---|---|---|---|
| $\frac{x}{y} \cdot y' = \frac{x - y}{x + y}$ | $x \cdot y' = \frac{x - 2y}{x + y}$ | $y' = \frac{x + y}{y^2}$ | $\frac{x}{y} \cdot y' = y$ |

8. Дана задача Коши. $y' + \frac{1}{\cos^2 x} y = 0$, $y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \mathrm{e}$. Введите $y(0)$

9. Дана задача Коши. $y' + \frac{1}{\sin^2 x} y = 0$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\mathrm{e}$. Введите $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$

10. Дана задача Коши. $(x-3)y' - 3(y-1) = 0$, $y(4) = 2$. Введите $y(5)$

### 3 Выполнение практических работ

Задания для практических работ, теоретический и методический материал для самостоятельного изучения и вопросы для собеседования представлены в методических указаниях к практическим занятиям.

**Примеры практических заданий**

## Раздел 5. Неопределенный интеграл.

**1.** Вычислить неопределенный интеграл $\int \ln(x^2 + 1)\,\mathrm{d}x$.

**2.** Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{x \cos x}{\sin^3 x}\,\mathrm{d}x$.

**3.** Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{x}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$.

### 5.1 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации (2 сессия)

1 Определитель 2-го и 3-го порядка. Перестановки. Определитель произвольного порядка. Свойства определителей. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу).

2 Матрицы. Определение матрицы, размер матрицы. Матрица-столбец и матрица-строка. Символ Кронекера, Типы матриц.

3 Действия над матрицами. Транспонирование матрицы. Сложение и умножение матриц.

4 Квадратные матрицы. Определитель матрицы. Вырожденная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная независимость. Базисный минор.

5 Система линейных алгебраических уравнений. Матрица и расширенная матрица системы. Неоднородная и однородная системы. Совместность и определенность системы. Теорема Кронекера – Капелли.

6 Решение неоднородной системы при $m = n$, $\det(a) \neq 0$. Матричный метод. Метод Крамера. Метод Гаусса. Существование и единственность решения.

7 Решение неоднородной системы в общем случае. Зависимые и свободные неизвестные. Общее решение. Решение однородной системы. Выбор фундаментальной системы решений. Общее решение.

8 Векторная алгебра. Сложение векторов. Разложение вектора по базису. Компоненты и составляющие вектора. Орты. Ортонормированный базис. Скалярное произведение. Проекция вектора на вектор.

9 Векторное произведение, его свойства, геометрический смысл. Правая и левая тройки векторов. Смешанное произведение векторов, его свойства, геометрический смысл. Двойное векторное произведение.

10 Переход от одного базиса к другому. Прямое и обратное преобразования. Преобразования на плоскости. Линейное преобразование векторов. Линейная и угловая скорость, моменты силы и импульса.

11 Аналитическая геометрия на плоскости. Общее уравнение линии. Полярные координаты. Направляющий и нормальный векторы прямой. Различные формы уравнений прямой на плоскости.

12 Аналитическая геометрия в пространстве. Поверхность и линия. Нормальный вектор плоскости. Направляющий вектор прямой. Различные формы уравнений плоскости и прямой в пространстве.

13 Эллипс. Каноническое уравнение. Полуоси. Фокусы. Директрисы. Определение. Оптические свойства. Эксцентриситет. Фокальный параметр. Параметрическое уравнение. Окружность.

14 Кривые 2-го порядка. Гипербола. Каноническое уравнение. Полуоси. Фокусы. Директрисы. Определение гиперболы. Оптические свойства. Эксцентриситет. Фокальный параметр.

15 Парабола. Каноническое уравнение. Директриса. Фокальный параметр. Определение. Оптические свойства. Вырождение кривой 2-го порядка. Общий критерий типа. Уравнение в полярных координатах.

16 Общее уравнение поверхности второго порядка. Эллипсоид. Сплюснутый и вытянутый эллипсоид вращения. Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид. Гиперболоиды вращения.

17 Эллиптический параболоид. Параболоид вращения. Гиперболический параболоид. Седло. Линейчатые и развертывающиеся поверхности. Цилиндры и конусы 2-го порядка. Образующие и направляющие.

18 Числовые последовательности. Возрастающие, убывающие, монотонные, ограниченные последовательности. Предел последовательности. Сходимость. Порядок бесконечно малых.

19 Функции одной переменной. Область определения функции. $\varepsilon$-окрестность точки. Предел функции. Неопределенности. Замечательные пределы. Непрерывность функции. Точки разрыва.

20 Производная. Дифференциал. Геометрический смысл производной. Приближенное вычисление приращения функции. Производная сложной функции. Производные произведения и частного.

21 Обратные функции, их производные. Таблица производных. Логарифмическая производная. Производная степенно-показательной функции. Производная функции, заданной параметрически.

22 Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Острый и гладкий экстремумы. Необходимые и достаточные условия экстремумов. Наибольшие и наименьшие значения.

23 Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Точки перегиба. Асимптоты вертикальные, горизонтальные, наклонные. Алгоритм исследования функций.

24 Приложения производной. Правило Лопиталя. Уравнения касательной и нормали к кривой. Скорость. Ускорение.

25 Функции нескольких переменных. Предел функции. Частные производные. Полный дифференциал.

26 Частные производные высших порядков. Независимость смешанных производных от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков и формула Тейлора.

27 Линейная дифференциальная форма, условия ее интегрируемости. Соотношения Даламбера – Эйлера. Однородные функции, теорема Эйлера. Неявные функции. Полная производная сложной функции.

28 Экстремумы функций нескольких переменных, необходимые и достаточные условия. Условный экстремум. Метод Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значение функции в ограниченной области.

29 Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент. Связь производной по направлению с градиентом. Экстремальные свойства градиента.

30 Поверхности уровня. Перпендикулярность градиента поверхности уровня. Геометрический и физический смысл градиента. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.

### 5.2 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации (3 сессия)

1 Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Методы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. Круговой интеграл. Табличные интегралы.

2 Интегрирование дробно-рациональных функций. Разложение дробно-рациональной функции на элементарные дроби. Интегрирование элементарных дробей.

3 Интегрирование тригонометрических функций. Понижение степени. Универсальная тригонометрическая подстановка.

4 Интегрирование иррациональных выражений. Степенные подстановки. Тригонометрические подстановки. Дифференциальный бином и три подстановки.

5 Определенный интеграл как предел сумм. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница. Свойства определенного интеграла. Замена переменной в определенном интеграле.

6 Несобственные интегралы, два их типа, сходимость. Существование интеграла.

7 Приложения определенного интеграла. Геометрические приложения. Приложения к механике.

9 Двойной интеграл. Тройной и кратные интегралы.

10 Криволинейный интеграл 1 рода. Поверхностный интеграл 1 рода.

11 Цилиндрическая и сферическая системы координат. Координатные линии и поверхности. Связи между координатами разных систем. Элементы площадей координатных поверхностей и объема.

12 Приложения кратных интегралов. Площадь. Объем. Масса. Статический момент. Центр масс. Моменты инерции.

13 Векторное поле. Линии поля, трубка поля. Криволинейный интеграл 2 рода. Сведение его к интегралу 1 рода и к трем однократным интегралам. Циркуляция.

14 Поверхностный интеграл 2 рода (поток). Сведение его к интегралу 1 рода и к трем двойным интегралам. Поток через замкнутую поверхность.

15 Потенциальное векторное поле, его признаки. Соленоидальное векторное поле, его признаки.

16 Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Задача Коши. Особое решение.

17 Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

18 Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.

19 Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

20 Уравнение Бернулли.

21 Дифференциальные уравнения высших порядков. Общее и частное решения. Задача Коши.

22 Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

23 Линейные однородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения. Фундаментальная система решений.

24 Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера построения фундаментальной системы решений.

25 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения.

26 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных Лагранжа для построения частного решения.

27 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.. Метод неопределенных коэффициентов Эйлера построения частного решения.

28 Линейные колебания. Собственные колебания без трения.

29 Линейные колебания. Собственные колебания с трением. Затухание. Коэффициент затухания. Время релаксации. Логарифмический декремент и добротность.

30 Линейные колебания. Вынужденные колебания с синусоидальной правой частью. Резонанс.

### 6.1 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации (2 сессия)

1. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4, \\ 3x + 4y - 2z = 11, \\ 3x - 2y + 4z = 11. \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8, \\ 2x - y - 3z = -4, \\ x + 5y + z = 0. \end{cases}$$

3. Через точку $M(2;5)$ прямая проходит так, что ее отрезок, заключенный между осями координат, делится в этой точке пополам. Запишите уравнение этой прямой.

4. Составьте уравнения катетов прямоугольного равнобедренного треугольника, зная уравнение гипотенузы $2x+3y-5=0$ и вершину прямого угла $C(2;-1)$.

5. Через вершины треугольника $A(-1;2), B(3;-1)$ и $C(0;4)$ проведены прямые параллельно противолежащим сторонам. Составьте их уравнения.

6. Составьте каноническое уравнение гиперболы, заданной уравнением $9x^2-16y^2=144$. Найдите координаты ее фокусов, эксцентриситет и уравнения асимптот. Что характеризует величина эксцентриситета данной гиперболы?

7. Найдите вектор $\overline{x}$ , перпендикулярный к векторам $\overline{a}=(2;-3;1)$ и $\overline{b}=(1;-2;3)$ и удовлетворяющий условию $\overline{x}\cdot\overline{c}=10$, если $\overline{c}=\overline{i}+2\overline{j}-7\overline{k}$.

8. Докажите, что точки $A(2;-1;-1), B(1;2;1), C(2;3;0)$ и $D(1;6;2)$ лежат в одной плоскости.

9. Составьте уравнение плоскости, проходящей через прямую

$x=2t+1, y=-3t+2, z=2t-3$ и точку $M(2;-2;1).$

10. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{2}$ перпендикулярно к плоскости $6x+y+5z-1=0$.

11. Найдите расстояние от точки $A(1;1;3)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(5;2;3), M_2(2;2;1)$ и $M_3(4;1;6).$

12. Вычислите объем и высоту треугольной пирамиды $ABCD$, опущенную из вершины $D$, если заданы вершины пирамиды $A(1;1;1), B(2;0;2), C(2;2;2), D(3;4;-3).$

13. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;1;4)$ и перпендикулярной к прямой $\begin{cases}x+y-z=0,\\2x-y+2=0.\end{cases}$

14. Проведите классификацию функций по свойствам монотонности, ограниченности, четности или нечетности, периодичности; изобразите график функции $y=\frac{4}{x}.$

15. Вычислите пределы, используя преобразования функций и замечательные пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2}{x^2-4}$; б) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x-4}{x^2+x-20}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{x+1}$.

16. Найдите производные функции от заданных функций:

а) $y=\sqrt[3]{\cos\dfrac{x}{2}}$; б) $u=\dfrac{2}{3}\cos(3t+1)$; в) $y=\dfrac{x}{\ln x}$.

17. Исследуйте функцию на непрерывность, укажите тип точек разрыва. Постройте графики функции $f(x)=\begin{cases}x^2+2x+1, & x<2;\\ 4-x, & 2\le x<\pi;\\ \operatorname{tg}x, & x\ge\pi.\end{cases}$

18. Составьте уравнение касательной к кривой, заданной параметрически $x=\sin t, y=\cos 2t,$ в точке, заданной значением параметра $t_o=\dfrac{\pi}{6}$.

19. Изобразите линии уровня данной функции . $z=\sqrt{1-\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{3}}$

20. Найдите частные производные функции первого порядка от функции:

$z=f(x,y)=\sin\dfrac{y}{x}+y\ln\dfrac{x}{y}.$

21. Найдите частные производные функции первого порядка от функции

$u=f(r,s)=\sqrt{1+sr^2}+\sqrt{\dfrac{s}{r}}$.

22. Найдите значение полного дифференциала функции $z=x+y-\sqrt{x^2+y^2}$ при $x=2$, $y=4$, $\Delta x=0{,}1$, $\Delta y=0{,}2$.

23. Найдите производную функции $z=\operatorname{arctg}(xy)$ в точке $\mathrm{M}(1;1)$ в направлении биссектрисы первого координатного угла.

24. Найти градиент заданной функции $z=\dfrac{xy}{x+y}$ в указанной точке $\mathrm{M}(2;2)$.

25. Найти градиент заданной функции $u=x^3+y^3+z^3$.

26. Найдите скорость изменения функции $f(x,y,z)=3xy^2-yz^2+3zx^2$ в точке $P(1;-1;2)$ по направлению от точки $P$ к точке $\mathrm{Q}(4;3;1)$.

27. Найти экстремум функции двух переменных
$z = 2x^2 - 4xy + 6y^2 - 8x + 16y + 19$

28. Найти экстремум функции двух переменных $z = x^2 + 2y^2 - 4x + 12y$

29. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$ в указанной точке $\mathrm{M}(1;1;\pi/4)$

30. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 2x^2 - 4y^2$ в указанной точке $\mathrm{M}(2;1;4)$.

31. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\sin 2x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

32. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{\ln x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

33. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}$, пользуясь правилом Лопиталя.

34. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x^3}$, пользуясь правилом Лопиталя.

35. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

36. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

37. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\mathrm{e}^x}{x^3}$, пользуясь правилом Лопиталя.

38. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$, пользуясь правилом Лопиталя.

39. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to \pi/4}\dfrac{1-\operatorname{tg} x}{\cos 2x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

40. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{1-x^3}$, пользуясь правилом Лопиталя.

41. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to \pi/6}\dfrac{1-2\sin 2x}{\cos 3x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

42. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to \pi/4}\dfrac{1-\mathrm{e}^{2x}}{\operatorname{tg} x}$, пользуясь правилом Лопиталя.

43. Исследуйте функцию $y = x\ln x$ и постройте ее график.

44. Исследуйте функцию $y = \dfrac{1-2x}{x^2 - x}$ и постройте ее график.

45. Исследуйте функцию $y = \mathrm{e}^{\operatorname{arctg} x}$ и постройте ее график.

46. Исследуйте функцию $y=\dfrac{2}{x^2+x+1}$ и постройте ее график.

47. Исследуйте функцию $y=\left(\dfrac{x^2+2}{x-1}\right)^2$ и постройте ее график.

48. Исследуйте функцию $y=\mathrm{e}^{1/x}$ и постройте ее график.

49. Исследуйте функцию $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ и постройте ее график.

50. Исследуйте функцию $y=x-\ln x$ и постройте ее график.

51. Исследуйте функцию $y=x(\ln x)^2$ и постройте ее график.

52. Исследуйте функцию $y=x\sqrt{x+3}$ и постройте ее график.

53. Исследуйте функцию $y=x(\ln x)^2$ и постройте ее график.

54. Исследуйте функцию $y=\mathrm{e}^{\frac{1}{2-x}}$ и постройте ее график.

55. Вычислите производные от следующих функций

1) $y(x)=\dfrac{\operatorname{arctg}x}{x}$; 2) $y(x)=\left(1-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$; 3) $y(x)=x^2\operatorname{ctg}x$;

56. Вычислите производные от следующих функций

1) $y(x)=\dfrac{\cos x}{x^2}$; 2) $y(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$; 3) $y(x)=\dfrac{\operatorname{tg}x}{\sqrt{x}}$;

57. Вычислите производные от следующих функций

1) $y(x)=\dfrac{\cos x}{1-\sin x}$; 2) $y(x)=\dfrac{\sin^2 x}{\cos x}$; 3) $y(x)=x^2\sqrt{1-x^2}$;

58. Вычислите производные от следующих функций

1) $y(x)=\ln(1+\cos x)$; 2) $y(x)=x^2\,\mathrm{e}^{-2x}$; 3) $y(x)=\ln\dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2+1}$;

59. Вычислите производные от следующих функций

1) $y(x)=x-\operatorname{arctg}x$; 2) $y(x)=x^{1/x}$; 3) $y(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{x}{1-x}$;

60. Вычислите производные от следующих функций

1) $y(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{1+x}{1-x}$; 2) $y(x)=\arcsin\dfrac{x^2}{x+1}$; 3) $y(x)=\arcsin\sqrt{x}$.

## 5.1 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации (3 сессия)

1. Вычислить неопределенный интеграл $\int(x^2-\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2})dx.$

2. Вычислить неопределенный интеграл $\int\dfrac{(1-x)^2}{\sqrt{x}}dx.$

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int (4^x + 3^x)dx.$

4. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{5+x^2}.$

5. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{(1+2x^2)dx}{x^2(1+x^2)}.$

6. Вычислить неопределенный интеграл $\int 2\cos^2 \frac{x}{2} dx.$

7. Вычислить неопределенный интеграл $\int \operatorname{ctg}^2 x dx.$

8. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 2x}.$

9. Вычислить неопределенный интеграл $\int (1+u^3)\sqrt{u}\, du.$

10. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{x^2-9}{x^2-8} dx.$

11. Вычислить неопределенный интеграл $\int (\sqrt{x} + \sqrt[5]{x^2})dx.$

12. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{(\sqrt{x}-1)^3}{\sqrt[3]{x}} dx.$

13. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{4^x + 3^x}{5^x} dx.$

14. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}.$

15. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{(1+x)^2 dx}{x(1+x^2)}.$

16. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{10+x^2}.$

17. Вычислить неопределенный интеграл $\int \operatorname{tg}^2 x dx.$

18. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{2} \sin^2 \frac{x}{2}}.$

19. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{x^2+2}{x^2-1} dx.$

20. Вычислить неопределенный интеграл $\int 2\sin^2 \frac{x}{2} dx.$

21. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{x^2-3}.$

22. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{7-x^2}}.$

23. Вычислить неопределенный интеграл $\int x^3 \sqrt{2x^4 - 3} dx$

24. Вычислить неопределенный интеграл $\int e^{-\frac{x}{2}} dx$

25. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{\cos \ln x}{x} dx$

26. Вычислить неопределенный интеграл $\int \sqrt[3]{x^3 - 6x^2} dx$,

27. Вычислить неопределенный интеграл $\int xe^{x^2}dx,$

28. Вычислить неопределенный интеграл $\int \ln(x^2+1)dx,$

29. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{3-(4x+2)^2}},$

30. Вычислить неопределенный интеграл $\int_4^9 \frac{\mathrm{d}\,x}{\sqrt{x}-1}$

31. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=2x+1, x-y-1=0.$

32. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси $Ox$ фигуры, ограниченной линиями: $y=\ln x, y=0, x=e.$

33. Исследовать сходимость несобственного интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{1+x^2}{1+x^4}dx,$ :

34. Исследовать сходимость несобственного интеграла $\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x\ln x},$

35. Исследовать сходимость несобственного интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2}dx.$

36. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 (\mathrm{e}^x-1)^4\,\mathrm{e}^x\mathrm{d}\,x$

37. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}\,x}{\sqrt{4-x^2}}$

38. Вычислите определенный интеграл $\int_a^{a\sqrt{3}} \frac{\mathrm{d}\,x}{a^2+x^2}$

39. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}\,x}{\sqrt{1+x^2}}$

40. Вычислите определенный интеграл $\int_0^{\pi/4} \sin 4x\,\mathrm{d}\,x$

41. Вычислите определенный интеграл $\int_1^3 x^3\,\mathrm{d}\,x$

42. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{e^x+1}$

43. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 (e^x-1)^4 e^x dx.$

44. Вычислите определенный интеграл $\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$

45. Решить уравнение $xy' = y + x\sin\frac{y}{x}.$

46. Решить уравнение $y'x + y = -xy^2.$

47. Решить уравнение $y''\operatorname{tg} y = 2y'^2.$

48. Решить уравнение $y''-y' = e^{-x}.$

49. Решить уравнение $y''+y = 0.$

50. Решить уравнение $y''+4y = \frac{1}{\sin^2 x}$ .

51. Решить уравнение $y''+y' = e^x.$

52. Решить задачу Коши $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}, \quad y(0) = 1.$

53. Решить уравнение $xyy' = 1-x^2.$

54. Решить дифференциальное уравнение $y'+2y = 4x.$

55. Решить уравнение $xy'-\frac{y}{x+1} = x.$

56. Решить уравнение $x^2dy + (3-2xy)dx = 0.$

57. Решить уравнение $y'' = 2yy'.$

58. Решить уравнение $xy'' = y'\ln\frac{y'}{x}.$

59. Решить задачу Коши $y' = y + x, \quad y(0) = 1.$

60. Решить уравнение $y''+2y'+y = 9e^{2x}.$