Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор института
информационных технологий и
автоматизированных систем
_____ А.В. Зимин
подпись
«____» _____ 20___ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Теория вероятностей и математическая статистика

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
(направленность (профиль): «Математическое моделирование и интеллектуальный анализ данных»)

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная форма

Срок обучения: 4 года

Год начала подготовки 2025

Новокузнецк
2025

СибГИУ
Подлинник электронного документа хранится в системе электронного согласования документов СибГИУ
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭП
Сертификат: daba56d7b892efca3bf5c04ed0251c98b19b099c
Владелец: Директор ИИТиАС Зимин Алексей Валерьевич
Действителен: с 15 января 2025 г. по 10 апреля 2026 г.
Дата и время: 15-04-2025 10:46:53 ПРОВЕРИТЬ ПОДПИСЬ

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Целями учебной дисциплины являются:

– формирование у обучающихся навыков структуризации объектов наблюдения, умения использовать вероятностные понятия и методы при моделировании информационных, физических и технологических процессов в условиях неполноты информации о свойствах объектов и систем;
– освоение обучающимися навыков статистической обработки базы данных с целью оценки основных параметров предполагаемых структур, построения линейных трендов зависимости случайных величин от детерминированных величин.

Задачами учебной дисциплины являются:

– ознакомить обучающихся с основными понятиями и методами теории вероятностей и математической статистики, освоить методы решения основных задач теории вероятностей и математической статистики;;
– развить навыки вероятностного мышления и способность самостоятельно ставить и решать вероятностные и статистические задачи, возникающие в ходе профессиональной деятельности.

2 Место учебной дисциплины в структуре ООП по направлению подготовки (специальности)

Учебная дисциплина относится к учебным дисциплинам обязательной части **Блока 1 «Дисциплины (модули)»** ООП по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Учебная дисциплина базируется на предварительном усвоении обучающимися учебных дисциплин:

– Математика;
– Информатика;
– Специальные главы математики.

Учебная дисциплина дополняет знания и умения, получаемые по одновременно изучаемым и последующим учебным дисциплинам:

– Прикладная статистика;
– Имитационное моделирование;
– Математическое моделирование;
– Теория прогнозирования.

3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

Процесс изучения учебной дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– Общепрофессиональные компетенции

Наименование категории (группы) ОПК	Код и наименование ОПК	Код и наименование индикатора достижения ОПК	Планируемые результаты обучения
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Понимает теоретические основы математических и естественных наук	– знать: постановку и решение вероятностных задач в представлениях алгебры событий в пространстве элементарных событий. – уметь: решать задачи элементарной теории вероятностей.
		ОПК-1.2 Использует математические и естественнонаучные знания и методы для решения практических задач	– знать: законы распределения вероятностей значений основных случайных величин. – уметь: находить математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратичное отклонение случайных величин, пользоваться таблицами распределения значений случайных величин.

4 Объем и содержание учебной дисциплины

Учебные занятия по учебной дисциплине проводятся в форме контактной работы и в форме самостоятельной работы обучающихся.

Контактная работа включает в себя занятия лекционного типа (лекции), занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы), промежуточную аттестацию обучающихся и иные формы взаимодействия обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации ООП на иных условиях, в том числе при проведении промежуточной аттестации обучающихся. Контактная работа может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

Объем учебной дисциплины

Семестр / курс		*ИТОГО*	*3 семестр*
Форма промежуточной аттестации			*экзамен*
Трудоёмкость	*академ. час.*	***144***	*144*
	зачетных единиц	***4***	*4*
Лекции, *академ. час.*		***16***	*16*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Лабораторные работы, *академ. час.*		***0***	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Практические занятия, *академ. час.*		***32***	*32*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Курсовая работа / проект, *академ. час.*		***0***	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Консультации, *академ. час.*		***0***	*0*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Самостоятельная работа, *академ. час.*		***60***	*60*
в форме практической подготовки		***0***	*0*
Контроль, *академ. час.*		***36***	*36*
в форме практической подготовки		***0***	*0*

Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Теория вероятностей;

Тема 1.1 Основные понятия теории вероятностей и комбинаторики. (Испытания и события. Виды случайных событий. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности. Формулы комбинаторики. Геометрические вероятности.);

Тема 1.2 Основные теоремы. Повторение испытаний. (Теорема сложения вероятностей. Полная группа событий. Противоположные события. Теорема умножения вероятностей. Условная вероятность. Следствия теорем сложения и умножения. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Формула Бернулли.);

Тема 1.3 Дискретные и непрерывные случайные величины. (Виды случайных величин. Задание дискретной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Равномерное и нормальное распределения случайных величин. Система двух случайных величин.);

Раздел 2 Математическая статистика;

Тема 2.1 Выборочный метод (Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.);

Тема 2.2 Статистические оценки параметров распределения (Генеральная средняя. Выборочная средняя. Точечные оценки. Метод

моментов для точечной оценки параметров распределения. Интервальные оценки. Доверительный интервал.);

Тема 2.3 Элементы теории корреляции. Проверка статистических гипотез (Выборочные уравнения регрессии. Отыскание параметров выборочного уравнения регрессии методом наименьших квадратов. Выборочный коэффициент корреляции. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.).

5 Перечень тем лекций

№ раздела / темы дисциплины	Темы лекций	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	Теория вероятностей		
Тема 1.1.	Основные понятия теории вероятностей и комбинаторики	2	
Тема 1.2.	Основные теоремы. Повторение испытаний	4	
Тема 1.3.	Дискретные и непрерывные случайные величины	2	
Раздел 2.	Математическая статистика		
Тема 2.1.	Выборочный метод	2	
Тема 2.2.	Статистические оценки параметров распределения	4	
Тема 2.3.	Элементы теории корреляции. Проверка статистических гипотез	2	
Итого:		**16**	**0**

6 Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ раздела / темы дисциплины	Темы практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, *академ.час*	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	Теория вероятностей		
Тема 1.1.	Основные понятия теории вероятностей и комбинаторики	6	
Тема 1.2.	Основные теоремы. Повторение испытаний	6	
Тема 1.3.	Дискретные и	4	

	непрерывные случайные величины		
Раздел 2.	Математическая статистика		
Тема 2.1.	Выборочный метод	4	
Тема 2.2.	Статистические оценки параметров распределения	6	
Тема 2.3.	Элементы теории корреляции. Проверка статистических гипотез	6	
Итого:		**32**	**0**

7 Перечень тем лабораторных работ

№ раздела / темы дисциплины	**Темы лабораторных работ**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

8 Перечень тем курсовых работ (проектов)

№ раздела / темы дисциплины	**Темы курсовых работ (проектов)**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
	Отсутствуют		
Итого:		**0**	**0**

9 Виды самостоятельной работы

№ раздела / темы дисциплины	**Виды самостоятельной работы**	**Трудоемкость, *академ.час***	
		всего	**в форме практической подготовки**
Раздел 1.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	30	
Раздел 2.	1. Изучение лекционного материала; 2. Подготовка к практическому занятию; 3. Прохождение тестирования.	30	
Контроль	*Подготовка к экзамену*	36	
Итого:		**96**	**0**

10 Матрица компетентностных задач по учебной дисциплине

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Контролируемые компетенции	Оценочные средства
Раздел 1.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Раздел 2.	ОПК-1	1. Вопросы для устного обсуждения (опроса); 2. Наблюдение за работой на практическом занятии; 3. Тестовые задания
Экзамен.	ОПК-1	1. Вопросы к экзамену; 2. Задачи к экзамену

11 Входной контроль

11.1 Цель входного контроля − определить начальный уровень подготовленности обучающихся и выстроить индивидуальную траекторию обучения. В условиях личностно-ориентированной образовательной среды результаты входного оценивания обучающегося используются как начальные значения в индивидуальном профиле академической успешности обучающегося.

11.2 Описание оценочных средств

Форма проведения входного контроля – тестирование.

Длительность тестирования – 10 минут.

Тестирование проводится в течение первых двух недель изучения учебной дисциплины в СУО «Moodle».

Для проведения тестирования используются тестовые задания для входного контроля (для ответа на 1 вопрос, как правило, выделяется 1 минута).

Шкала оценивания результатов тестирования

За каждый правильный ответ выставляется 1 балл. Оценка выставляется в зависимости от процента правильных ответов:

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка
50 до 100	зачтено
менее 50	не зачтено

Основываясь на результатах тестирования, формируется индивидуальная траектория обучающегося (группы обучающихся), исходя из следующих соображений:

– 86 – 100 % – обучающийся готов к изучению учебной дисциплины без дополнительного повторения изученного ранее материала;

– 50 – 67 % – обучающийся в целом готов к изучению учебной дисциплины, требуется повторение отдельных вопросов(тем) изученного ранее материала, необходимого для успешного освоения учебной дисциплины;

– 49% и менее – обучающийся имеет слабую подготовку к изучению учебной дисциплины, необходимы корректирующие занятия и консультации.

Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся приведены в приложении.

12 Текущий контроль

12.1 Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) обучающихся. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины и позволяет оценить степень освоения изученного материала.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе педагогического работника, в том числе посредством использования СУО «Moodle».

Формы проведения текущего контроля – вопросы для устного обсуждения (опроса); наблюдение за работой на практическом занятии; тестовые задания.

12.2 Описание оценочных средств

Шкалы оценивания (методики оценки)

12.2.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов обучающихся

С целью контроля и подготовки обучающихся к изучению новой темы в начале занятия лекционного типа (лекции) педагогическим работником проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущего раздела (темы).

Критерии оценки:

– правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);

– полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);

– сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);

– логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);

– рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

– своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается умение грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);

– использование дополнительного материала (обязательное условие);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени).

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:

– полно и аргументировано отвечает по содержанию задания;

– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры, в том числе самостоятельно составленные;

– излагает материал последовательно и правильно.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

– излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

– не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

– излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «неудовлетворительно» отмечает такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному освоению последующего материала.

12.2.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования обучающихся

Тестирование проводится по изученным разделам (темам) учебной дисциплины для выявления уровня знаний и умений обучающегося, мотивирования обучающегося к активизации самостоятельной работы по усвоению учебного материала, выявления и устранения пробелов в знаниях, повышения дисциплины и организации учебной деятельности обучающегося.

Тестирование проводится в СУО «Moodle» в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся. Для тестирования используются вопросы из базы типовых тестовых заданий по изученным разделам (темам) учебной дисциплины. Обучающийся выбирает один ответ из предложенных вариантов ответа. В случае выбора неправильного ответа обучающийся получает за данный вопрос 0 баллов; в случае правильного ответа – 1 балл.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Максимальный балл	Проходной балл	Оценка
100%	50%	Зачтено
49%	-	Не зачтено

12.2.3 Рекомендации по оцениванию в процессе наблюдения за работой на практическом занятии

Наблюдение за работой на практическом занятии – важнейший компонент контроля деятельности обучающихся и качества их обучения.

Критерии оценки в процессе наблюдения за работой на практическом занятии:

– самостоятельность выполнения задания и работы с методическими указаниями (учитывается работа в течение занятия, быстрота и способность нахождения в методических указаниях нужной информации);

– правильность выполнения работы (учитывается последовательность выполняемых действий, умение работать с инструментами и/или средствами вычислительной техники);

– рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения работы с учетом индивидуальных особенностей обучающихся);

– активность обучающегося при выполнении практической работы (учитывается индивидуальная работа и работа в группе).

Критерии оценки по результатам наблюдения за работой на практическом занятии

Наименование параметра оценки	Максимальное количество баллов
Самостоятельно выполняет задания; умеет работать с методическими указаниями.	2
Указанные в методических указаниях действия выполняет в правильной последовательности.	2
Рационально использует время, отведенное на задание; проявляет активность на практическом занятии.	1
Итого	**5**

Максимальное количество – 5 баллов соответствует оценке «отлично», 4 балла – «хорошо», 3 балла – «удовлетворительно», 2 балла – «неудовлетворительно».

Задания и вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины приведены в приложении.

13 Промежуточная аттестация

13.1 Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся по учебной дисциплине предназначены для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения учебной дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяют определить качество усвоения изученного материала.

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по учебной дисциплине является: экзамен.

Оценочные материалы для промежуточной аттестации обучающихся включают: вопросы к экзамену; задачи к экзамену.

13.2 Оценивание обучающегося на экзамене

К сдаче экзамена обучающийся допускается при условии успешного выполнения заданий на практических занятиях и самостоятельной работы.

База заданий содержит теоретические вопросы и задачи по всем темам дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика». Для сдачи экзамена необходимо ответить на два теоретических вопроса и решить одну задачу.

Оценка формируется в соответствии с критериями таблицы:

Нормы оценки	Оценка
Ответы на теоретические вопросы верные. Задача решена верно.	Отлично
Ответ на один теоретический вопрос верный.	Хорошо

Нормы оценки	Оценка
В ответе на второй вопрос допущены ошибки. Задача решена верно.	
В ответе на теоретические вопросы допущены ошибки. Задача решена верно.	Удовлетворительно
В ответе на теоретические вопросы допущены ошибки. Задача решена не верно	Неудовлетворительно

Задания и вопросы для промежуточной аттестации обучающихся приведены в приложении.

14 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

а) литература:

1 Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 224 с. — ISBN 978-5-534-16714-6. – URL: https://urait.ru/bcode/531568 (дата обращения: 06.04.2025);

2 Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 538 с. — ISBN 978-5-534-10004-4. – URL: https://urait.ru/bcode/517540 (дата обращения: 06.04.2025);

3 Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. — ISBN 978-5-534-00211-9. – URL: https://urait.ru/bcode/510437 (дата обращения: 06.04.2025);

4 Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 406 с. — ISBN 978-5-534-08389-7. – URL: https://urait.ru/bcode/510436 (дата обращения: 06.04.2025).

б) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1 Электронный каталог : сайт / Научно-техническая библиотека СибГИУ. – Новокузнецк, [199 –]. – URL: http://libr.sibsiu.ru. – URL: https://libr.sibsiu.ru;

2 Электронная библиотека // Научно-техническая библиотека СибГИУ : сайт. – Новокузнецк, [200 –]. – URL: http://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: https://library.sibsiu.ru/LibrELibraryFullText.asp;

3 Консультант студента : электронно-библиотечная система / ООО «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА». – Москва, [200 –]. – URL: http://www.studentlibrary.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

4 ЛАНЬ : электронно-библиотечная система : [коллекция «Единая профессиональная база знаний для технических вузов - Издательство Лань" ЭБС»] / ООО «Издательство ЛАНЬ». – Санкт-Петербург, [200 –]. – URL: http://e.lanbook.com. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

5 Образовательная платформа ЮРАЙТ / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Москва, [200 –]. – URL: https://urait.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей;

6 Университетская библиотека онлайн : электронно-библиотечная система / ООО «Директ-Медиа». – Москва, [200 –]. – URL: https://biblioclub.ru. – Режим доступа: для авторизир. пользователей. – URL: http://www.biblioclub.ru;

7 НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU : база данных / ООО «НЭБ». – Москва, [200 –]. – URL: http://elibrary.ru. – Режим доступа: по подписке;

8 Электронные периодические издания ИВИС : универсальная база данных / ООО «ИВИС». – Москва, [200 –]. – URL: http://eivis.ru. – Режим доступа: по подписке.

в) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– 7-Zip;
– Adobe Acrobat Reader;
– Astra Linux Special Edition;
– Kaspersky Endpoint Security;
– Р7-Офис.

г) базы данных и информационно-справочные системы:

1 ГАРАНТ : справочно-правовая система / ООО «Правовой центр «Гарант». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.;

2 КонсультантПлюс : справочно-правовая система / ООО «Информационный центр АНВИК». – Новокузнецк, [199 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть библиотеки Сиб. гос. индустр. ун-та.;

3 Техэксперт : информационно-справочная система / ООО «Группа компаний «Кодекс». – Кемерово, [200 –]. – Режим доступа: компьютерная сеть Сиб. гос. индустр. ун-та.

15 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины включает учебные аудитории, оснащенные оборудованием, компьютерной техникой, и техническими средствами обучения, в том

числе:
- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа, оборудованную учебной доской, экраном и мультимедийным проектором;
- учебную аудиторию для проведения занятий семинарского типа (практических занятий);
- учебную аудиторию (помещения) для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, научно-техническую библиотеку СибГИУ.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Составитель(и):

профессор Цветков Андрей Борисович (кафедра прикладной математики и информатики).

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена на заседании кафедры.

Согласована:

Заведующий научно-исследовательской лабораторией математического моделирования НФИ КемГУ, д.т.н., профессор


подпись

В.О. Каледин
инициалы, фамилия

Приложение

1 Тестовые задания для входного контроля знаний обучающихся

Выберите один правильный ответ.

1 Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1+5\alpha \end{vmatrix}$ равен 0 при α=…

а) 1; б) -1; в) 0; г) -2.

2 Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. Тогда $A-B$ равно:

а) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$.

3 Векторы $\bar{a}=(3;2k;-1)$ и $\bar{b}=(-1;1;3)$ перпендикулярны, если k равно:
а) 3; б) 2; в) -3; г) -2.

4 Если уравнение гиперболы имеет вид $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{18}=1$, то длина ее действительной полуоси равна:
а) 9; б) 25; в) 18; г) 5.

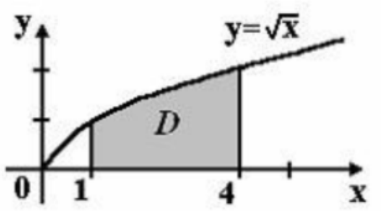
5 Производная функции $\sqrt{x}-3x^2+5$ имеет вид:

а) $\frac{1}{\sqrt{x}}-x$; б) $\frac{1}{2\sqrt{x}}-2x+5$; в) $\frac{1}{2\sqrt{x}}-6x+5$; г) $\frac{1}{2\sqrt{x}}-6x$.

7 Множество первообразных функции $f(x)=\sqrt[3]{x^5}$ имеет вид:

а) $\frac{8}{3}\sqrt[3]{x^8}+C$; б) $\frac{5}{3}\sqrt[3]{x^2}+C$; в) $\sqrt[3]{x^8}+C$; г) $\frac{3}{8}\sqrt[3]{x^8}+C$.

8 Площадь криволинейной трапеции D равна:



а) 10/3; б) 8/3; в) 11/3; г) 14/3.

9 Общий интеграл дифференциального уравнения $\cos y dy = \frac{dx}{x^2}$ имеет вид:

а) $-\sin y = -\frac{1}{x} + C$; б) $\sin y = x^2 + C$; в) $\sin y = -\frac{1}{x} + C$; г) $-\sin y = \frac{x^2}{2} + C$.

10 Частная производная функции $z = x^3 \sin y$ по переменной у в точке М(1;0) равна:
а) 3; б) 1; в) 0; г) 2.

2 Вопросы для текущего контроля знаний обучающихся по разделам (темам) учебной дисциплины

Раздел 1. Теория вероятностей

Перечень вопросов для устного опроса:

1 Дайте определение полной группы случайных событий.
2 В каких пределах меняется вероятность случайных событий?
3 В чем состоит отличие сочетаний и размещений?
4 Дайте определение относительной частоты события.
5 Приведите формулу для вычисления вероятности появления одного из двух несовместных событий.
6 Чему равна сумма вероятностей случайных событий, образующих полную группу?
7 Какие задачи можно решать с применением формулы Байеса?
8 Что называется законом распределения дискретной случайной величины?
9 Назовите числовые характеристики дискретных случайных величин.
10 Смысл параметров плотности нормального распределения?

Раздел 2. Математическая статистика

Перечень вопросов для устного опроса:

1 Дайте определение генеральной совокупности.
2 Что такое эмпирическая функция распределения?
3 Приведите порядок построения гистограммы.
4 Какие требования предъявляются к статистическим оценкам?
5 Приведите формулу выборочной дисперсии.
6 Какую оценку называют точечной?
7 Дайте определение интервальной оценки.
8 Что такое выборочный коэффициент регрессии?
9 Какую выборку называют бесповторной?
10 Сформулируйте основной принцип проверки статистических гипотез.

3 Тестирование по результатам освоения лекционного материала и самостоятельной работы

Тестирование проводится для определения степени усвоения материалов лекций, а также выполнения самостоятельной работы в рамках часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся, в СУО «Moodle».

Перечень вопросов для тестирования:

Раздел 1. Теория вероятностей

Необходимо выбрать один правильный ответ.

1 Среди 50 находящихся в ящике деталей 20 оказались отнесёнными к первому сорту, а 30 – ко второму. Найдите вероятность того, что из взятых наугад 5 деталей 2 окажутся первого сорта и 3 – второго.

а) 0,364 б) 0,273 в) 0,816 г) 1,372

2 Вероятность того, что изготовленная на первом станке деталь будет первосортной равна 0,7. При изготовлении такой же детали на втором станке вероятность этого же события равна 0,8. На первом станке изготовлены две детали, на втором – три. Найдите вероятность того, что деталь, наудачу взятая из 5 изготовленных, окажется первосортной.

а) 0,240 б) 0,760 в) 0,251 г) 0,354

3 Два стрелка в залпе в цель производят по одному выстрелу. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0.7, для второго – 0.8. Найдите вероятность того, что результатом залпа явится одно попадание в цель.

а) 0,24 б) 0,56 в) 0,38 г) 0,14

4 На предприятии, изготовляющем болты, первая машина производит за смену 25%, вторая – 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5, 4, 2%. Случайно выбранный из продукции цеха за смену болт оказался бракованным. Какова вероятность того, что он был произведен второй машиной?

а) 112/345 б) 125/345 в) 140/345 г) 80/345

5 Вероятность появления успеха в каждом испытании равна 0,25. Оцените вероятность того, что при 300 испытаниях успех наступит ровно 45 раз.

а) 0,125 б) 0,500 в) 0,006 г) 0,053

6 Задан закон распределения вероятностей значений дискретной случайной величины X:

X	2	4	6	8	10
P(X)	0,15	0,25	0,30	?	0,10

Тогда математическое ожидание случайной величины X равно:

а) 4,15 б) 5,80 в) 7,25 г) 3,45

7 Непрерывная случайная величина X, все значения которой заполняют отрезок [–2, 2], имеет функцию F(x) распределения вероятностей значений вида:

$$F(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{2}.$$

Тогда вероятность того, что значение x случайной величины X попадает в промежуток (0, 1), равна:

а) 0,35 б) 0,50 в) 0,75 г) 0,25

8 Вероятность появления одного из нескольких попарно несовместных событий, безразлично какого, равна _____ вероятностей этих событий.

9 Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна _____ вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления.

10 Вероятность совместного появления двух событий равна произведению вероятности одного них на _____ вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило:

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B).$$

11 Равенство

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \ \ldots \ + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A),$$

называют формулой _____ вероятности.

12 Вероятность того, что в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p(0<p<1), событие наступит ровно k раз (безразлично, в какой последовательности), вычисляется по формуле _____

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}.$$

13 Условной вероятностью $P_B(A)$ события A относительно события B называется вероятность события A, вычисленная в предположении, что событие B _____.

14 _____ распределение с параметрами a и σ имеет непрерывная случайная величина X, если ее плотность распределения вычисляется по формуле

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}.$$

Установите соответствие.

15 В урне 3 синих, 4 красных и 5 белых шаров. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность событий: A – извлечен красный шар, B – извлечен цветной шар, C – извлечен белый шар.

а) A – извлечен красный шар	д) p=5/12
б) B – извлечен синий шар	е) p=1/4
в) C – извлечен белый шар	ё) p=1/3

Раздел 2. Математическая статистика

Необходимо выбрать один правильный ответ.

1 Ниже представлена случайная выборка объёмом n = 20 значений случайной величины X:

X_i	1	3	6	26
n_i	8	40	10	2

Статистическая оценка неизвестного математического ожидания M(X) такова:
а) 6; б) 4; в) 10; г) 7,5

2 В итоге 4-х измерений некоторой величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты: 8, 9, 11, 12. Несмещённая выборочная оценка дисперсии измеряемой величины равна:
а) 4,23; б) 5,74; в) 3,33; г) 2,18.

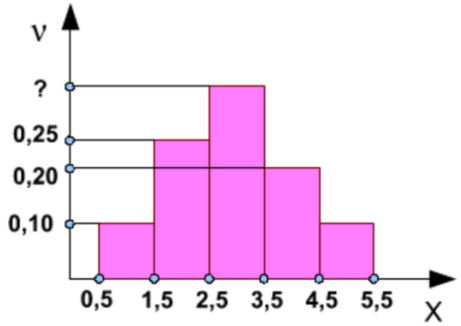
3 Произведена случайная выборка значений случайной величины X объёмом n = 4, получены варианты: 5,0; 8,0; 4,0; 7,0. Тогда несмещённая выборочная оценка среднеквадратичного отклонения X равна:
а) 1,83; б) 1,58; в) 3,33; г) 4,21.

4 По результатам случайной выборки значений Y_i случайной величины Y объёмом n = 4 в предположении влияния на Y детерминированной переменной X построена модель линейной регрессии, вычислены модельные значения Y_i^m . В таблице приведены результаты обработки значений Y_i и Y_i^m ($\tilde{Y} = 2$ − среднее выборочное значение Y):

Y_i	2	1	3	2
Y_i^m	1,7	1,9	2,1	2,3
$(Y_i - \tilde{Y})$	0	–1	1	0
$(Y_i^m - \tilde{Y})$	–0,3	–0,1	0,1	0,3
$(Y_i - \tilde{Y})^2$	0	1	1	0
$(Y_i^m - \tilde{Y})^2$	0,09	0,01	0,01	0,09

Исходя из данных таблицы, коэффициент детерминации модели равен:
а) 0,10; б) 0,90; в) 0,00; г) 1,00.

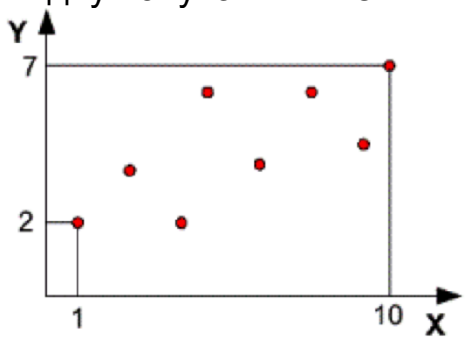
5 Ниже на рисунке представлена гистограмма относительных частот вариант случайной величины X:



Тогда вычисленное по гистограмме среднее выборочное $\overline{X}$ равно:
а) 3,45; б) 2,55; в) 2,95; г) 3,00.

6 По данным случайной выборки значений случайной величины X объёмом n в предположении о типе распределения вероятностей её значений вычислена оценка b параметра β этого распределения. Если удаётся представить число b одним из значений случайной величины B, построенной из экземпляров случайной величины X с предполагаемым распределением вероятностей значений, и доказать, что M(B) = β, то оценка b параметра β называется:
а) оптимальной;
б) несмещённой;
в) эффективной;
г) состоятельной.

7 Ниже на рисунке представлено корреляционное поле наблюдённых пар совместных значений двух случайных величин − X и Y:



Возможным значением выборочного парного коэффициента корреляции r(X,Y) является число:

а) 1; б) – 0,64; в) 0,67; г) – 0,28.

8 Математическая _____ – раздел математики, в котором изучаются методы обработки данных, полученных в результате наблюдений или экспериментов, а также наглядные представления и интерпретации этих данных.

9 Наблюдавшиеся значения x_i признака X называют вариантами, а последовательность вариант, записанных в возрастающем порядке, - _____ рядом.

10 _____ функцией распределения называют функцию F*(x), определяющую для каждого значения x относительную частоту события X < x

$$F^*(x) = n_x / n.$$

11 Выборочной _____ называется среднее арифметическое значений выборки.

12 Выборочной _____ называется среднее арифметическое квадратов отклонения наблюдаемых значений вариант от их среднего значения.

13 _____ называют статистическую оценку, которая определяется одним числом $\Theta=f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, где $x_1,x_2,\ldots,x_n$ - результаты n наблюдений над количественным признаком X (выборка).

14 Найдите соответствие между названиями рисунков и их названиями:

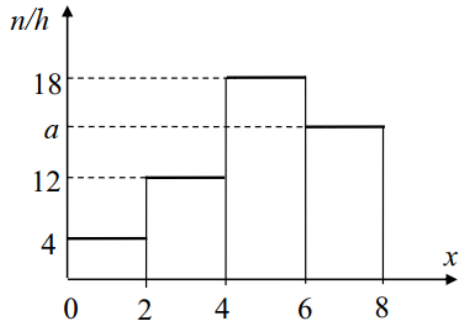
а) Полигон относительных частот

б) Гистограмма частот

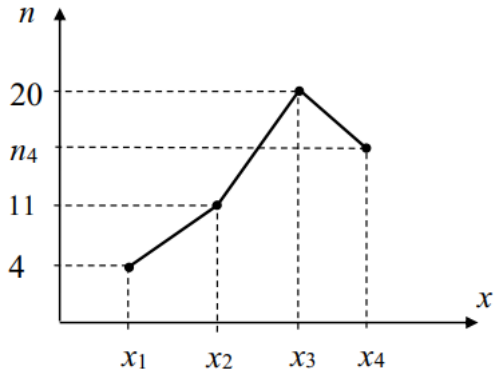
в) Гистограмма относительных частот

г) Полигон частот

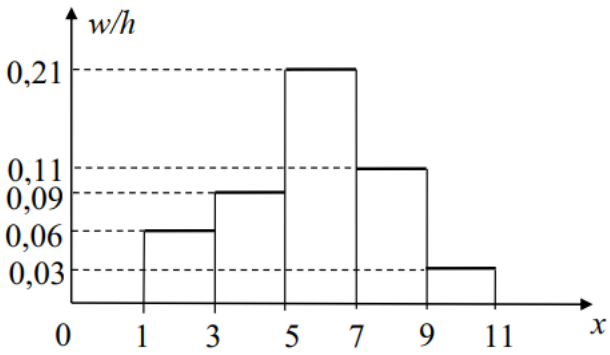
д)



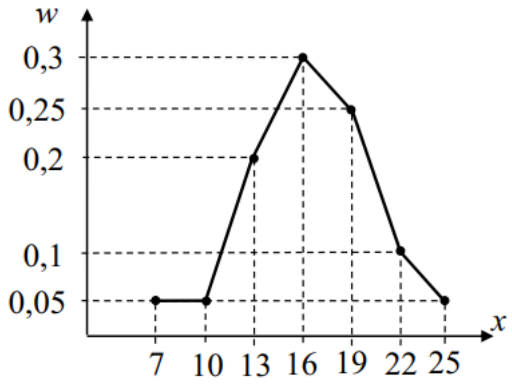
е)



ё)



ж)



Установите соответствие.

15 Результаты независимых измерений некоторой физической величины представлены в таблице:

X_i	7	10	13	16	19	22	25
n_i	1	1	4	6	5	2	1

Найдите выборочное среднее, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратичное отклонение выборки.

а) Выборочное среднее г) 17,3475
б) Выборочная дисперсия д) 16,45
в) Выборочное среднее квадратичное отклонение е) 4,17

4 Выполнение заданий на практических занятиях

Задания для практических занятий, теоретический и методический материал для самостоятельного изучения представлены в методических указаниях к практическим занятиям.

Примеры заданий для практических занятий

Раздел 1. Теория вероятностей

Тема 1.1 Основные понятия теории вероятностей и комбинаторики.

1 При перевозке ящика, в котором содержались 21 стандартная и 10 нестандартных деталей, утеряна одна деталь, причем неизвестно какая. Наудачу извлеченная (после перевозки) из ящика деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что была утеряна: а) стандартная деталь; б) нестандартная деталь.

2 В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

Тема 1.2 Основные теоремы. Повторение испытаний.

1 В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найти вероятность того, что оба учебника окажутся в переплете.

2 В урну, содержащую два шара, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все возможные предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

Тема 1.3 Дискретные и непрерывные случайные величины.

1 Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

X	-4	6	10
p	0,2	0,3	0,5

2 Дискретная случайная величина X задана законом распределения:

X	2	4	7
p	0,5	0,2	0,3

Найти функцию распределения F(x) и начертить ее график.

Раздел 2. Математическая статистика

Тема 2.1 Выборочный метод

1. Найти эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

x_i	1	4	6
n_i	10	15	25

2 Построить полигон частот по данному распределению выборки:

x_i	2	3	5	6
n_i	10	15	5	20

Тема 2.2 Статистические оценки параметров распределения

1 Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n = 50:

варианта x_i	2	5	7	10
частота n_i	16	12	8	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2 Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение σ = 5, выборочная средняя 14 и объем выборки
n = 25.

Тема 2.3 Элементы теории корреляции. Проверка статистических гипотез

1 Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным n = 5 наблюдений:

x	1,00	1,50	3,00	4,50	5,00
y	1,25	1,40	1,50	1,75	2,25

2 При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты:

эмп. частоты	6	13	38	74	106	85	30	14
теорет. частоты	3	14	42	82	99	76	37	13

5 Вопросы к экзамену для промежуточной аттестации

1 Пространство элементарных событий и задание в нём вероятностей событий.
2 Вероятности объединения и прямого произведения событий.
3 Условная вероятность. Формулы полной вероятности и Байеса.
4 Схема Бернулли построения дискретной случайной величины – биномиального распределения. Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратичное отклонение биномиального распределения.
5 Задание и числовые характеристики произвольной дискретной случайной величины.
6 Предельный случай биномиального распределения – распределение Пуассона, его использование.
7 Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа, их использование в оценках биномиального распределения.
8 Континуальное пространство событий, задание в нём вероятностей событий. Понятие непрерывной случайной величины.
9 Функция распределения вероятностей значений, плотность распределения вероятностей значений непрерывной случайной величины.
10 Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратичное отклонение непрерывной случайной величины.
11 Нормирование случайной величины. Случайная величина со стандартное нормальным распределением вероятностей значений как предельный случай интегральной формулы Муавра-Лапласа.
12 Обобщённое нормальное распределение и его использование.
13 Ковариация случайных величин как мера степени зависимости случайных величин. Коэффициент корреляции и его свойства.
14 Неравенство Чебышева и его использование в приложениях.
15 Понятие случайной выборки. Статистическое распределение частот как приближённая оценка неизвестного распределения вероятностей значений случайной величины.
16 Полигон и гистограмма относительных частот как графические представления статистических распределений.
17 Числовые характеристики статистического распределения относительных частот (выборочное среднее, выборочные дисперсия и среднеквадратичное отклонение).
18 Состоятельность и несмещённость выборочного среднего, выборочных дисперсии и среднеквадратичного отклонения как оценок математического ожидания, дисперсии и среднеквадратичного отклонения случайной величины.
19 Интервальные оценки параметров случайной величины (доверительный интервал, доверительная вероятность).
20 Интервальная оценка неизвестного математического ожидания нормального распределения при известной его дисперсии.

21 Задачи построения уравнения регрессии как модели зависимости случайной величины от детерминированной переменной.
22 Метод наименьших квадратов построения уравнения линейной регрессии с одним детерминированным регрессором.
23 Коэффициент детерминации линейной модели регрессии с одним регрессором и его смысл.
24 Уравнение множественной линейной регрессии, матричная форма вычисления коэффициентов модели.
25 Коэффициент детерминации модели множественной линейной регрессии и его смысл.

6 Задачи к экзамену для промежуточной аттестации

1 Вероятность того, что каждый из трех друзей придет в условленное место, соответственно равна: p1 = 0,8; p2 = 0,4; p3 = 0,7. Определите вероятность того, что встреча состоится, если для этого достаточно явиться двум из трех друзей.

2 Среди 100 лотерейных билетов есть пять выигрышных. Найти вероятность того, что два наудачу выбранных билета окажутся выигрышными.

3. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время t) первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятности того, что за время t безотказно будут работать все три элемента.

4. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.

5 Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

6. В ящике 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

7 На склад поступили 20 изделий, изготовленных в первом цехе, 25 – во втором цехе и 5 – в третьем. Известно, что вероятности выпуска бракованного изделия в первом, во втором и в третьем цехах равны

соответственно 0,02; 0,01 и 0,05. Какова вероятность того, что случайно выбранное на складе изделие окажется бракованным?

8 Непрерывная случайная величина X, все значения x которой заполняют отрезок [1, 10], имеет равномерную на отрезке плотность распределения вероятностей своих значений. Найдите границы M(X) – ε, M(X) + ε интервала, в который значение x попадает с вероятностью 0,7.

9 Охотник располагает ружьём с четырьмя патронами. Он стреляет по дичи, пока не попадёт в неё или у него не закончатся патроны. Для охотника вероятность попадания в цель размером в дичь равна 0,7. Составьте закон распределения вероятностей значений случайной величины X: «количество выстрелов, произведённых охотником»; вычислите среднеквадратичное отклонение σ(X).

10 В ящике лежат 10 металлических заклепок, из них 5 − стальные, 3 − латунные, 2 − медные. Наугад берутся две заклепки. Какова вероятность, что они будут из одного материала?

11 Непрерывная случайная величина X, все значения которой заполняют отрезок [0, π], имеет функцию F(x) распределения вероятностей значений вида:

$$F(x) = 1 - \cos\frac{x}{2}.$$

Найдите и представьте график плотности ρ(x) распределения вероятностей значений этой случайной величины; вычислите вероятность того, что значение x случайной величины X попадает в промежуток (2/3π, π).

12 Задан закон распределения вероятностей значений дискретной случайной величины X:

X	5,5	7	8,5	10	12,5
P(X)	0,10	0,25	0,30	?	0,15

Найдите вероятность того, что значение x случайной величины X находится в промежутке [4,5, 7,5). Вычислите среднеквадратичное отклонение σ(X) случайной величины X.

13 Непрерывная случайная величина X имеет обобщённое нормальное распределение N(M(X), σ2(X)) = N(a, σ^2) вероятностей своих значений. Найдите вероятность нахождения значения x случайной величины X в интервале (a – 2σ, a + 2σ).

14 Учебник издан тиражом 3000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, равна 0,001. Найдите вероятность того, что тираж содержит ровно две бракованные книги.

15 В каждом из двух независимых испытаний с одинаковыми условиями их проведения рассматривается случайное событие A. В прямом произведении пространств событий, соответствующих испытаниям, определена случайная величина X – «количество наступлений события A в двух испытаниях». Известно, что математическое ожидание M(X) = 0,9. Найдите дисперсию D(X).

16 Произведено 5 независимых наблюдений над нормально распределённой случайной величиной N(a, 20) с неизвестным математическим ожиданием a. Результаты наблюдений: $x_1 = -25$, $x_2 = 34$, $x_3 = -20$, $x_4 = 10$, $x_5 = 21$. Найдите выборочную оценку a, с доверительной вероятностью определите доверительный интервал для a.

17 Известны значения случайной величины Y как реакция на задание значений детерминированной переменной X. Найдите выборочный коэффициент корреляции переменных X и Y. Постройте модель парной линейной регрессии с модельными значениями $Y^m = \beta_0 + \beta_1 X$, определив коэффициенты β_0, β_1 модели по МНК.

X	2,2	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0	4,4	4,8	5,2	5,6
Y	84	75	72	65	53	48	42	40	46	42

18 Известны значения случайной величины Y как реакция на задание значений детерминированной переменной X. Постройте модель парной линейной регрессии с модельными значениями $Y^m = \beta_0 + \beta_1 X$. Определите коэффициент детерминации модели.

X	3,4	3,7	4,3	4,8	5,4	5,6	5,9	6,3	6,7	7,5
Y	43	46	52	48	50	54	52	55	51	56

19 Результаты тестирования группы из 10 студентов в баллах таковы: 5, 3, 0, 1, 4, 2, 5, 4,1, 5. Постройте статистическую функцию распределения частот.

20 Результаты тестирования группы из 10 студентов в баллах таковы: 5, 3, 0, 1, 4, 2, 5, 4,1, 5. Постройте полигон частот.

21 Результаты тестирования группы из 10 студентов в баллах таковы: 5, 3, 0, 1, 4, 2, 5, 4,1, 5. Найдите исправленную выборочную оценку неизвестной дисперсии значений баллов.

22 По заданному выборочному распределению частот вариант:

X_i	8	7	9	13	6

n_i	2	3	7	8	3

найдите исправленную выборочную оценку среднеквадратичного отклонения случайной величины X.

23. Дана выборка объема n. Как изменятся выборочное среднее и выборочная дисперсия, если каждый элемент выборки уменьшить в 4 раза?

24 Монету подбрасывают n раз. Вероятность выпадения орла при каждом подбрасывании монеты равна p. По результатам подбрасываний орёл выпал m раз. Докажите, что выборочное среднее $\overline{X}$ = m / n является несмещённой оценкой p.

25 Производятся независимые испытания с одинаковой, но с неизвестной вероятностью p появления события A в каждом испытании. С доверительной вероятностью 0,95 найдите доверительный интервал для p, если в 400 испытаниях A появилось 80 раз.